第 30 卷第 8 期
2013 年 8 月
计 算 机 应 用 研 究
Application Research of Computers
Vol. 30 No. 8
Aug. 2013

基于累积前景理论和 Choquet 积分的直觉梯形模糊多属性决策*

李喜华
（中南大学 商学院，长沙 410083）

摘　要：针对属性值为直觉梯形模糊数且属性存在关联性的风险决策问题，提出一种基于累积前景理论和 Choquet 积分的直觉梯形模糊多属性决策方法。根据直觉梯形模糊数距离公式定义了直觉梯形模糊信息的前景价值函数，通过价值函数和决策权重函数计算方案单属性前景值，并运用 Choquet 积分融合属性间存在关联性的前景价值信息获得方案综合前景值，根据综合前景值的大小实现方案的排序和优选。风险投资实例分析说明了该方法的可行性。

关键词：累积前景理论；直觉梯形模糊数；Choquet 积分；关联性；多属性决策
中图分类号：TP301　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1001-3695(2013)08-2422-04
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.08.045

Intuitionistic trapezoidal fuzzy multi-attribute decision making method based on cumulative prospect theory and Choquet integral

LI Xi-hua
(*School of Business*, *Central South University*, *Changsha* 410083, *China*)

Abstract: For risk decision making problems where attribute values are in the form of intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers and attributes are associated with each other, this paper proposed an intuitionistic trapezoidal fuzzy multi-attribute decision making method based on cumulative prospect theory and Choquet integral. Firstly, this method defined a prospect value function of intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers based on distance between intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers, then calculated prospect values of attributes for each alternative by using value function and weight function, further, it used Choquet integral to fusion prospect values of the associated attributes for each alternative, and obtaind comprehensive prospect values; finally, sorted the alternatives according to comprehensive prospects value. An example of risk investment shows the feasibility of the proposed method.

Key words: cumulative prospect theory; intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers; Choquet integral; interactive; multi-attribute decision making

0　引言

现有的多属性决策方法主要是基于“完全理性”假设的期望效用理论，然而在风险和不确定条件下，由于决策问题的模糊性、人类认知的有限性，实际决策行为并非完全理性的，而是表现为正如 Simon 提出的“有限理性”原则。Kahneman 等人[1]在调查和实验的基础上发现了风险和不确定条件下决策者行为与期望效用理论预测的偏离，进而提出了前景理论，并进一步发展为累积前景理论[2]。前景理论发现了期望效用理论没有意识到的决策行为模式，可以更好地反映出决策者的主观风险偏好，因而基于前景理论的决策更加符合实际。鉴于前景理论在风险和不确定条件下的优势，近年来有研究者将前景理论用于多属性决策。文献[3]提出了准则值为梯形模糊数的基于前景理论的信息不完全多准则决策方法，然而该决策问题并非风险型决策；文献[4]提出了基于语言评价和前景理论的多准则决策方法；文献[5]提出了一种区间概率条件下基于前景理论的不确定语言变量风险型多属性决策方法；文献[6]提出了基于累积前景理论的动态随机多属性决策方法，然而属性信息以实数形式表示不能反映出决策信息的模糊性。

以上研究存在的不足是：a）没有考虑到属性信息的关联性，事实上，不同属性之间总是或多或少地存在一些关系，如互补、冗余、偏好关系等[7,8]，不考虑属性之间关系的多属性决策方法过于理想，不利于合理、科学和有效地解决实际问题，基于 Choquet 积分[9]的集结算子能处理属性相互关联的情况，因而可以应用 Choquet 积分来解决不确定决策中属性相互关联的决策问题；b）现实生活中，由于问题本身的复杂性、决策者知识的有限性，以及获取精确信息所需要的高成本等条件的限制，决策问题中的属性信息往往很难或不可能用精确数来表示决策信息。直觉模糊集[10]同时考虑了隶属度、非隶属度和犹豫度这三方面的信息，从而能更加细腻地描述和刻画客观世界的模糊性本质。基于 Choquet 积分和直觉模糊数，文献[11]提出了相应的多属性决策方法，然而其并没有考虑到风险决策中

收稿日期：2012-09-18；**修回日期**：2012-11-06　**基金项目**：国家自然科学基金创新群体科学基金资助项目(70921001)；国家自然科学重大国际(地区)合作研究资助项目(71210003)；国家自然科学基金资助项目(71001108)

作者简介：李喜华(1982-)，男，博士研究生，主要研究方向为不确定决策理论与方法(xihuali@126.com).

决策者的主观风险偏好,且不能表达具有不同量纲的偏好信息。直觉梯形模糊数[12,13]作为直觉模糊集的最新表现形式,引入梯形数作为参考,使得评价信息更准确,同时允许准则使用不同量纲,这为风险条件下的决策属性偏好信息的表示提供了工具。基于直觉梯形模糊数的多属性决策方法已引起了部分学者的关注[14~16]。

鉴于以上分析,本文的主要工作在于将前景理论与直觉梯形模糊数相结合,提出直觉梯形模糊环境下前景价值确定方式,并进一步考虑到属性信息的关联性,引入了 Choquet 积分,提出一种基于累积前景理论和 Choquet 积分的直觉梯形模糊多属性决策方法。

1　基本理论

1.1　直觉梯形模糊数

定义 1[13]　设 $\tilde a$ 为直觉梯形模糊数,其隶属度定义如下:

$$\mu_{\tilde a}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-a}{b-a}\mu_{\tilde a} & a\leqslant x<b\\ \mu_{\tilde a} & b\leqslant x\leqslant c\\ \dfrac{d-x}{d-c}\mu_{\tilde a} & c<x\leqslant d\\ 0 & \text{其他}\end{cases}\tag{1}$$

其非隶属度定义如下:

$$v_{\tilde a}(x)=\begin{cases}\dfrac{b-x+v_{\tilde a}(x-a_1)}{b_2-b_1} & a_1\leqslant x<b\\ v_{\tilde a} & b\leqslant x\leqslant c\\ \dfrac{x-c+v_{\tilde a}(d_1-x)}{d_1-c} & c<x\leqslant d_1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}\tag{2}$$

其中:$0\leqslant\mu_{\tilde a}\leqslant 1,0\leqslant v_{\tilde a}\leqslant 1,\mu_{\tilde a}+v_{\tilde a}\leqslant 1;a,b,c,d,a_1,d_1\in \mathrm{R}$,称 $\tilde a=\langle([a,b,c,d];\mu_{\tilde a}),([a_1,b,c,d_1];v_{\tilde a})\rangle$ 为直觉梯形模糊数。$\pi_{\tilde a}=1-\mu_{\tilde a}-\nu_{\tilde a}$ 为直觉梯形模糊数 $\tilde a$ 的犹豫度。一般地,直觉梯形模糊数 $\tilde a$ 中有 $a=a_1,d=d_1$,则直觉梯形模糊数 $\tilde a$ 记为 $\tilde a=([a,b,c,d];\mu_{\tilde a},v_{\tilde a})$。

定义 2[13]　设 $\tilde a_1=([a_1,b_1,c_1,d_1];\mu_{\tilde a},v_{\tilde a_1})$, $\tilde a_2=([a_2,b_2,c_2,d_2];\mu_{\tilde a_2},v_{\tilde a_2})$ 为两个直觉梯形模糊数,则两直觉梯形模糊数间 Hamming 距离定义如下:

$$\begin{aligned}d(\tilde a,\tilde a_2)=\frac{1}{8}(&|(1+\mu_{\tilde a_1}-v_{\tilde a_1})a_1-(1+\mu_{\tilde a_2}-v_{\tilde a_2})a_2|+\\&|(1+\mu_{\tilde a_1}-v_{\tilde a_1})b_1-(1+\mu_{\tilde a_2}-v_{\tilde a_2})b_2|+\\&|(1+\mu_{\tilde a_1}-v_{\tilde a_1})c_1-(1+\mu_{\tilde a_2}-v_{\tilde a_2})c_2|+\\&|(1+\mu_{\tilde a_1}-v_{\tilde a_1})d_1-(1+\mu_{\tilde a_2}-v_{\tilde a_2})d_2|)\end{aligned}\tag{3}$$

对于直觉梯形模糊数,$\tilde a=\langle([a,b,c,d];\mu_{\tilde a}),([a_1,b,c,d_1];v_{\tilde a})\rangle$,文献[12]给出了期望值 $E(\tilde a)$、得分函数 $S(\tilde a)$ 和精度函数 $H(\tilde a)$ 如下:

$$E(\tilde a)=\frac{1}{8}\times[(a+b+c+d)\times(1+\mu_{\tilde a}-v_{\tilde a})]\tag{4}$$

$$S(\tilde a)=E(\tilde a)\times(\mu_{\tilde a}-v_{\tilde a})\tag{5}$$

$$H(\tilde a)=E(\tilde a)\times(\mu_{\tilde a}+v_{\tilde a})\tag{6}$$

根据直觉梯形模糊数期望值、得分函数和精度函数,定义两个直觉梯形模糊数大小比较方法如下:

定义 3[12]　设 $\tilde a_1=([a_1,b_1,c_1,d_1];\mu_{\tilde a},v_{\tilde a_1})$, $\tilde a_2=([a_2,b_2,c_2,d_2];\mu_{\tilde a_2},v_{\tilde a_2})$ 为两个直觉梯形模糊数,其大小比较规则如下:

若 $S(\tilde a_1)>S(\tilde a_2)$,则 $\tilde a_1>\tilde a_2$;

若 $S(\tilde a_1)=S(\tilde a_2)$,则:

a)若 $H(\tilde a_1)>H(\tilde a_2)$,则 $\tilde a_1>\tilde a_2$;

b)若 $H(\tilde a_1)=H(\tilde a_2)$,则 $\tilde a_1=\tilde a_2$。

1.2　累积前景理论

前景理论[1]中前景是基本的研究单元,前景可以表示为 $f=(x_1,p_1,x_2,p_2,\cdots,x_n,p_n)$,其中,$x_i$ 表示前景的第 i 个可能发生的结果;p_i 是对应结果 x_i 的发生概率($1\leqslant i\leqslant n$),个体进行决策实际上是对“前景”的选择。文献[2]把累积泛函引入到前景理论中形成了累积前景理论,进一步完善和发展了前景理论的内容。

价值函数和决策权重函数共同决定了前景价值,是累积前景理论中的重要内容。

前景理论认为人们对价值的判断是基于某一参考点的收益和损失,而不是财富的绝对量,因而价值函数中的自变量是相对于某一参考点的收益和损失。文献[2]提出的价值函数能很好地满足决策者在面临收益时趋向于风险规避和面临损失时趋向于风险追求的偏好特性,所以它得到了广泛的应用。具体表达式如下:

$$v(\Delta x_i)=\begin{cases}\Delta x_i^{\alpha} & \Delta x\geqslant 0\\ -\lambda(-\Delta x_i)^{\beta} & \Delta x\leqslant 0\end{cases}\tag{7}$$

其中:Δx_i 为结果 x_i 相对于参考点 x_0 的偏离量,若 x_i 大于参考点 x_0,则定义为收益,否则为损失;参数 α、β 分别表示收益和损失区域价值幂函数的凹凸程度,$\alpha,\beta<1$ 表示敏感性递减;λ 系数用来表示损失区域比收益区域更陡的特征,$\lambda>1$ 表示损失厌恶。

若结果 x_i 和参考点 x_0 以直觉梯形模糊数形式表示,则 Δx_i 定义为

$$\Delta x_i=\begin{cases}d(x_i,x_0) & x_i\geqslant x_0\\ -d(x_i,x_0) & x_i<x_0\end{cases}\tag{8}$$

为运用累积前景理论,需根据 Δx_i 的大小将前景 f 表示为有序序列,使得 $\Delta x_{(1)}\leqslant\Delta x_{(2)}\leqslant\cdots\leqslant\Delta x_{(k)}\leqslant 0\leqslant\Delta x_{(k+1)}\leqslant\cdots\leqslant\Delta x_{(n)}$,其中$(\cdot)$为$\{1,2,\cdots,n\}$上的重排列。

累积前景理论中,前景值 $V(f)$ 由价值函数 v 和决策权重函数 π 共同决定,表示如下:

$$V(f)=V(f^+)+V(f^-)\tag{9}$$

$$V(f^+)=\sum_{i=k+1}^{n}\pi_{(i)}^{+}v(\Delta x_{(i)})\tag{10}$$

$$V(f^-)=\sum_{i=1}^{k}\pi_{(i)}^{-}v(\Delta x_{(i)})\tag{11}$$

其中:决策权重 π 可以由容量函数 w 求出,即

$$\pi_{(1)}^{-}=w^{-}(p_{(1)})\tag{12}$$

$$\pi_{(n)}^{+}=w^{+}(p_{(n)})\tag{13}$$

$$\pi_{(i)}^{+}=w^{+}(p_{(i)}+\cdots+p_{(n)})-w^{+}(p_{(i+1)}+\cdots+p_{(n)})\quad k<i\leqslant n-1\tag{14}$$

$$\pi_{(i)}^{-}=w^{-}(p_{(1)}+\cdots+p_{(i)})-w^{-}(p_{(1)}+\cdots+p_{(i-1)})\quad 2\leqslant i\leqslant k\tag{15}$$

针对风险前景,文献[17]给出的 w^+ 和 w^- 函数如下:

$$w^{+}(\sum_{j=i}^{n}p_{(j)})=\exp(-\gamma^{+}(-\ln(\sum_{j=i}^{n}p_{(j)}))^{\varphi})\tag{16}$$

$$w^{-}(\sum_{j=1}^{i}p_{(j)})=\exp(-\gamma^{-}(-\ln(\sum_{j=i}^{n}p_{(j)}))^{\varphi}) \qquad (17)$$

其中：γ^{+}、γ^{-}、φ 为模型参数。

1.3 模糊测度和 Choquet 积分

Choquet 积分的理论首先由 Choquet[9] 提出并被应用于模糊测度。Choquet 积分被定义为模糊测度的集结函数[18]。

定义 4[18]　设 X 为一有限集，$P(X)$ 表示 X 上的幂集。定义在 X 上的模糊测度 ψ：$P(X)\rightarrow[0,1]$，满足如下条件：

a) $\psi(\varphi)=0$，$\psi(X)=1$（边界条件）；

b) 如果 $A,B\in P(X)$，$A\subseteq B$，则 $\mu(A)\leqslant\mu(B)$（单调性）。

定义 5[18]　设 ψ 是 X 上的模糊测度，则函数 $f:X\rightarrow R$ 关于 ψ 的 Choquet 积分定义如下：

$$C_{\psi}(f)=\sum_{i=1}^{n}f_{(i)}[\psi(A_{(i)})-\psi(A_{(i+1)})] \qquad (18)$$

其中：(i) 为 X 上的有序数列，使得 $f_{(1)}\leqslant f_{(2)}\leqslant\cdots\leqslant f_{(n)}$，$A_{(i)}=\{x_{(i)},\cdots,x_{(n)}\}$，$A_{(n+1)}=\varphi$。

Choquet 积分不要求属性之间相互独立，因而该模型能被应用于非线性的决策环境中。属性不独立时，该模糊度量是可加的，Choquet 积分与加权平均法相一致，公式如下：

$$C_{\psi}(f)=\sum_{i=1}^{n}f_{i}\psi(\{x_{i}\}) \qquad (19)$$

2　决策方法

对于一个风险多属性决策问题，设决策问题中的决策方案构成的集合为 $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$，伴随每个方案的属性记为 C，$C=\{c_1,c_2,\cdots,c_n\}$，对于每个属性 c_j 有 l_j 种可能的状态 $\{s_1,s_2,\cdots,s_{l_j}\}$，属性 c_j 在自然状态 s_t 下出现的可能性为 $\tilde{p}_{jt}$，决策方案 A_i 在属性 c_j 和自然状态 s_t 下的属性值为 $\tilde{x}_{ijt}$，其中，$\tilde{x}_{ijt}$ 表现为直觉梯形模糊数形式。不同属性具有不同的参考点，用直觉梯形模糊数表示为 $\tilde{r}_{j0}$。决策目的是对该风险多属性决策方案进行综合评价。具体步骤如下：

a) 获取决策矩阵 $\boldsymbol{D}=(\tilde{x}_{ij})_{m\times n}$，其中 $\tilde{x}_{ij}=(\tilde{x}_{ij1},\tilde{p}_{j1},\tilde{x}_{ij2},\tilde{p}_{j2},\cdots,\tilde{x}_{il_j},\tilde{p}_{jl_j})$ 为方案 A_i 在属性 c_j 下的直觉梯形模糊前景。为消除不同量纲对决策的影响，需要对决策矩阵进行规范化处理。若 $\tilde{x}_{ijt}=([a_{ijt}^{1},a_{ijt}^{2},a_{ijt}^{3},a_{ijt}^{4}];\mu_{ijt},v_{ijt})$，设规范化的决策矩阵 $\boldsymbol{D}'=(\tilde{x}'_{ij})_{m\times n}$，相应地，$\tilde{x}'_{ij}=(\tilde{x}'_{ij1},\tilde{p}_{j1},\tilde{x}'_{ij2},\tilde{p}_{j2},\cdots,\tilde{x}'_{il_j},\tilde{p}_{jl_j})$，其中 $\tilde{x}'_{ijt}=([b_{ijt}^{1},b_{ijt}^{2},b_{ijt}^{3},b_{ijt}^{4}];\mu_{ijt},v_{ijt})$。

对于成本性属性，有

$$b_{ijt}^{q}=\frac{\max\limits_{i,t}(a_{ijt}^{4})-a_{ijt}^{5-q}}{\max\limits_{i,t}(a_{ijt}^{4})-\min\limits_{i,t}(a_{ijt}^{1})} \quad q=1,2,3,4 \qquad (20)$$

对于效益性属性，有

$$b_{ijt}^{q}=\frac{a_{ijt}^{q}-\min\limits_{i,t}(a_{ijt}^{1})}{\max\limits_{i,t}(a_{ijt}^{4})-\min\limits_{i,t}(a_{ijt}^{1})} \quad q=1,2,3,4 \qquad (21)$$

b) 决策参考点 $\tilde{r}_{j0}$ 的选择。对于每个单属 c_j，决策者根据自己的风险偏好和心理状态来确定参考点 $\tilde{r}_{j0}$。一般可以参照方案属性值的中间点、最差点和最优点作为决策参考点。同样，具有量纲信息的参考点 $\tilde{r}_{j0}$ 也需要根据式(20)或(21)进行无量纲处理，转换为规范化值 $\tilde{r}_{j0}'$。

c) 对于每个规范化直觉梯形模糊前景 $\tilde{x}'_{ij}$，计算前景价值函数：

$$z_{ijt}=v(\Delta\tilde{x}_{ijt}') \qquad (22)$$

其中：$v(x)$ 为式(7)中价值函数，$\Delta\tilde{x}'_{ijt}$ 为结果 $\tilde{x}'_{ijt}$ 相对于参考点 $\tilde{r}'_{j0}$ 的偏离量。

$$\Delta\tilde{x}'_{ijt}=\begin{cases}d(\tilde{x}'_{ijt},\tilde{r}_{j0}) & \tilde{x}'_{ijt}\geqslant\tilde{r}'_{j0}\\ -d(\tilde{x}'_{ijt},\tilde{r}_{j0}) & \tilde{x}'_{ijt}<\tilde{r}'_{j0}\end{cases} \qquad (23)$$

d) 对于每个规范化直觉梯形模糊前景 $\tilde{x}'_{ij}$，根据式(9)～(17)计算方案 A_i 在属性 c_j 上的前景值 $z_{ij}=V(\tilde{x}'_{ij})$，从而规范化决策矩阵 $\boldsymbol{D}'=(\tilde{x}'_{ij})_{m\times n}$ 转变为前景价值矩阵 $\boldsymbol{P}=(z_{ij})_{m\times n}$。

e) 确定属性 C 上的模糊测度 ψ，可以有许多方法选择，如线性的[19]、二次型的[8]、统计和神经网络的[20]等。

f) 针对每一方案 A_i，运用 Choquet 积分集结前景值 z_{ij}，得到每一方案综合前景值 z_i：

$$z_i=\sum_{j=1}^{n}z_{i(j)}[\psi(A_{(j)})-\psi(A_{(j+1)})] \qquad (24)$$

其中：$A_{(j)}=\{c_{(j)},\cdots,c_{(n)}\}$，$A_{(n+1)}=\varphi$；$(\cdot)$ 为 $\{1,2,\cdots,n\}$ 上的有序数列，使得 $z_{i(1)}\leqslant z_{i(2)}\leqslant\cdots\leqslant z_{i(n)}$。

g) 根据各方案 A_i 的综合前景值 z_i 的大小对所有方案进行排序，具有最大综合前景值的方案即为最优方案。

3　实例分析

某风险投资企业计划对工程项目进行风险投资，假设经过深思熟虑，有三个备选方案可以作进一步选择，分别为 A_1、A_2、A_3。考虑四个评价指标，分别为成长性 c_1、经济效益 c_2、社会效应 c_3 和环境影响 c_4。市场预测成长性 c_1 和经济效益 c_2 有很好(s_1)、好(s_2)、一般(s_3)和差(s_4)四种自然状态，社会效应 c_3 和环境影响 c_4 有很好(s_1)、好(s_2)、一般(s_3)三种自然状态。

决策者面临各方案未来工程项目收益的不确定性，对于风险因素存在着损失规避的心理行为特征，并且由于风险投资项目的复杂性、不确定性，以及决策者认识的局限性和自身知识的缺乏，决策信息具有模糊性和不精确性。鉴于风险投资决策中的以上特征，运用基于前景理论的多属性决策方法可以有效地求解该问题。

根据上文决策方法解决该风险投资问题具体步骤如下：

a) 为了对三个备选方案进行评价，决策者根据自己的经验和统计数据，运用直觉梯形模糊数给出方案属性偏好信息 $\tilde{x}_{ij}$，如表 1～4 所示。根据决策者偏好信息 $\tilde{x}_{ij}$ 和市场预测各自然状态出现的概率 $\tilde{p}_{jt}$，可以得到方案 A_i 在属性 c_j 下的直觉梯形模糊前景 $\tilde{x}_{ij}=(\tilde{x}_{ij1},\tilde{p}_{j1},\tilde{x}_{ij2},\tilde{p}_{j2},\cdots,\tilde{x}_{il_j},\tilde{p}_{jl_j})$，进而形成了直觉梯形模糊决策矩阵 $\boldsymbol{D}=(\tilde{x}_{ij})_{m\times n}$。为了消除量纲对决策的影响，对于属性 c_4 应用式(20)，对于属性 c_1、c_2 和 c_3 应用式(21)将 $\boldsymbol{D}=(\tilde{x}_{ij})_{m\times n}$ 规范化为决策矩阵 $\boldsymbol{D}'=(\tilde{x}'_{ij})_{m\times n}$。

b) 为了求取方案单属性前景价值，决策者根据自己的风险偏好和心理状态来确定参考点 $\tilde{r}_{j0}$。假定决策者给出的参考点 $\tilde{r}_{10}=([2,3,4,6];0.6,0.2)$；$\tilde{r}_{20}=([2,3,5,6];0.7,0.2)$；$\tilde{r}_{30}=([2,3,4,5];0.6,0.2)$；$\tilde{r}_{40}=([2,3,4,6];0.7,0.1)$，对其进行无量纲处理得到规范化参考点 $\tilde{r}'_{j0}$。

c) 对于每个规范化直觉梯形模糊前景 $\tilde{x}'_{ij}$，根据式(7)(22)和(23)计算前景价值函数 z_{ijt}，其中，式(7)中 α、β、λ 的取值本文参照文献[2]的建议，$\alpha=\beta=0.88$，$\lambda=2.25$。进而根据式(9)～(17)计算方案 A_i 在属性 c_j 上的前景值 $z_{ij}=V(\tilde{x}_{ij})$，其

中,式(16)和(17)中的参数 γ^+、γ^-、φ 根据文献[21]的建议值,$\gamma^+=\gamma^-=0.8$,$\varphi=1.0$,从而决策矩阵 $D'=(\tilde{x}'_{ij})_{m\times n}$ 转变为前景价值矩阵 $P=(z_{ij})_{m\times n}$,如表 5 所示。

d)假设决策者确定四个属性的模糊密度分别为 $\psi(c_1)=0.4$,$\psi(c_2)=0.25$,$\psi(c_3)=0.37$,$\psi(c_4)=0.2$。这里采用 g_λ 模糊测度,求得属性关联的模糊测度:$\psi(c_1,c_2)=0.61$,$\psi(c_1,c_3)=0.70$,$\psi(c_1,c_4)=0.56$,$\psi(c_2,c_3)=0.58$,$\psi(c_2,c_4)=0.43$,$\psi(c_3,c_4)=0.54$,$\psi(c_1,c_2,c_3)=0.88$,$\psi(c_1,c_2,c_4)=0.75$,$\psi(c_1,c_3,c_4)=0.84$,$\psi(c_2,c_3,c_4)=0.73$,$\psi(c_1,c_2,c_3,c_4)=1$。

运用式(24)集结前景值 z_{ij},得到每一方案的综合前景值 z_i:$z_1=-0.05374$,$z_2=-0.05368$,$z_3=-0.0871$。根据综合前景值 z_i 的大小对所有方案进行排序,$A_2>A_1>A_3$,因而 A_2 为最优方案。

表 1　决策者给出的关于属性 c_1 的前景信息

方案	s_1	s_2	s_3	s_4
	0.1	0.3	0.4	0.2
A_1	([3,5,6,8];0.8,0.1)	([2,3,4,5];0.7,0.2)	([2,3,4,5];0.8,0.1)	([2,3,4,5];0.6,0.2)
A_2	([4,5,6,7];0.7,0.2)	([2,3,4,5];0.5,0.3)	([1,2,4,6];0.7,0.2)	([1,2,3,5];0.5,0.1)
A_3	([1,2,3,4];0.6,0.2)	([3,4,5,6];0.6,0.2)	([2,3,4,5];0.7,0.1)	([2,3,5,6];0.6,0.2)

表 2　决策者给出的关于属性 c_2 的前景信息

方案	s_1	s_2	s_3	s_4
	0.2	0.3	0.2	0.3
A_1	([4,5,6,8];0.5,0.1)	([3,4,5,6];0.6,0.3)	([3,4,5,6];0.8,0.1)	([1,2,3,4];0.6,0.3)
A_2	([3,4,6,7];0.7,0.1)	([3,4,5,6];0.7,0.2)	([1,2,3,4];0.6,0.1)	([2,3,4,5];0.6,0.3)
A_3	([4,5,6,7];0.6,0.1)	([2,3,5,7];0.7,0.2)	([1,2,3,4];0.7,0.2)	([2,3,4,5];0.7,0.1)

表 3　决策者给出的关于属性 c_3 的前景信息

方案	s_1	s_2	s_3
	0.3	0.3	0.4
A_1	([2,3,4,6];0.7,0.1)	([2,4,5,6];0.6,0.3)	([2,3,4,5];0.5,0.4)
A_2	([3,4,5,6];0.6,0.2)	([4,5,6,7];0.5,0.2)	([1,2,4,5];0.6,0.2)
A_3	([2,3,4,5];0.6,0.1)	([2,3,4,5];0.8,0.1)	([1,2,3,4];0.7,0.2)

表 4　决策者给出的关于属性 c_4 的前景信息

方案	s_1	s_2	s_3
	0.2	0.5	0.3
A_1	([3,4,5,6];0.5,0.1)	([1,2,3,4];0.7,0.1)	([3,4,5,7];0.7,0.2)
A_2	([2,4,5,6];0.7,0.2)	([2,3,4,5];0.6,0.1)	([1,2,3,5];0.4,0.3)
A_3	([4,5,6,7];0.5,0.4)	([3,4,5,6];0.4,0.3)	([2,3,4,5];0.8,0.1)

表 5　前景价值矩阵 $P=(z_{ij})_{m\times n}$

方案	c_1	c_2	c_3	c_4
A_1	0.060	−0.171	−0.111	−0.123
A_2	−0.063	−0.134	0.045	−0.212
A_3	0.006	−0.038	−0.105	−0.444

4　结束语

前景理论发现了风险条件下期望效用理论没有意识到的决策行为模式,可以更好地反映出决策者的心理行为特征,因而基于前景理论的决策更加符合实际。本文针对风险不确定条件下属性信息为直觉梯形模糊数且属性间存在关联的多属性决策问题,提出一种基于前景理论和 Choquet 积分的直觉梯形模糊多属性决策方法,给出了具体的决策步骤。该决策方法一方面反映出决策者心理行为特征,另一方面反映出不确定条件下决策信息的模糊性和属性间的关联性,更符合现实决策,为风险和不确定条件下的多属性决策提供了思路。

参考文献:

[1] KAHNEMAN D, TVERSKY A. Prospect theory: an analysis of decision under risk[J]. Econometrica,1979,47(2): 263-292.

[2] TVERSKY A, KAHNEMAN D. Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty[J]. Journal of Risk and Uncertainty,1992,5(4): 297-323.

[3] 王坚强,孙腾,陈晓红. 基于前景理论的信息不完全的模糊多准则决策方法[J]. 控制与决策,2009,24(8):1198-1202.

[4] 胡军华,陈晓红,刘咏梅. 基于语言评价和前景理论的多准则决策方法[J]. 控制与决策,2009,24(10): 1477-1482.

[5] 刘培德. 一种基于前景理论的不确定语言变量风险型多属性决策方法[J]. 控制与决策,2011,26(6):893-897.

[6] HU Jun-hua, YANG Liu. Dynamic stochastic multi-criteria decision making method based on cumulative prospect theory and set pair analysis[J]. Systems Engineering Procedia,2011,1(1):432-439.

[7] FELIX R. Relationships between goals in multiple attribute decision making[J]. Fuzzy Sets and Systems,1994,67(1): 47-52.

[8] GRABISCH M. The application of fuzzy integrals in multicriteria decision making[J]. European Journal of Operational Research, 1996,89(3): 445-456.

[9] CHOQUET G. Theory of capacities [J]. Annales de l' Institut Fourier,1954,5:131-295.

[10] ATANASSOV K. Intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems,1986,20(1): 87-96.

[11] 陶长琪,凌和良. 基于 Choquet 积分的模糊数直觉模糊数多属性决策方法[J]. 控制与决策,2012,27(9):1381-1386.

[12] WANG Jian-qiang, ZHANG Zhong. Aggregation operators on intuitionistic trapezoidal fuzzy number and its application to multicriteria decision making problems[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics,2009,20(2):321-326.

[13] 王坚强,张忠. 基于直觉梯形模糊数的信息不完全确定的多准则决策方法 [J]. 控制与决策,2009,24(2):226-230.

[14] 万树平,董九英. 多属性群决策的直觉梯形模糊数法[J]. 控制与决策,2010,25(5):773-776.

[15] YE Jun. Expected value method for intuitionistic trapezoidal fuzzy multicriteria decision-making problems[J]. Expert Systems with Applications,2011,38(9):11730-11734.

[16] 高岩,周德群,章玲. 基于直觉梯形模糊数的关联变权多属性决策方法[J]. 系统工程,2011,29(5):102-107.

[17] PRELEC D. The probability weighting function[J]. Econometrica, 1998,66(3):497-527.

[18] MUROFUSHI T, SUGENO M. An interpretation of fuzzy measure and the Choquet integral as an integral with respect to a fuzzy measure [J]. Fuzzy Sets and Systems,1989,29(2):201-227.

[19] MARICHAL J L, ROUBENS M. Dependence between criteria and multiple criteria decision aid [C]//Proc of the 2nd International Workshop on Preferences and Decisions. 1998:69-75.

[20] WANG Zhen-yuan, KLIR G J, WANG Jia. Neural networks used for determining belief measures and plausibility measures[J]. Intelligent Automation and Soft Computing,1998,4(4):313-324.

[21] GODA K, HONG H P. Application of cumulative prospect theory: implied seismic design preference[J]. Structural Safety,2008,30(6):506-516.