

校车路径问题的约束检测算法*

党兰学^a, 侯彦娥^{a,b}, 孔云峰^{a†}

(河南大学 a. 环境与规划学院; b. 计算机与信息工程学院, 河南 开封 475004)

摘要: 依据校车服务学校的数量和顺序可将校车路径问题(SBRP)分为单校、多校不混载和多校混载三类。现有算法对不同类型的SBRP进行容量、时间窗等约束检测时采用不同的方法,对待复杂应用需要通过遍历进行检测。为此设计一种适用于不同类型SBRP的分段检测算法,将路径上的学校站点视为检测点,按检测点对路径分段,基于各个检测路段上的剩余容量和剩余时间检测整条路径是否违反约束。最后在大规模混载校车路径问题上的实验表明分段检测算法是有效的。

关键词: 校车路径问题; 时间窗; 容量; 约束检测; 分段检测

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2014)05-1396-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2014.05.026

Constraints detection method for school bus routing problem

DANG Lan-xue^a, HOU Yan-e^{a,b}, KONG Yun-feng^{a†}

(a. College of Environment & Planning, b. College of Computer & Engineering, Henan University, Kaifeng Henan 475004, China)

Abstract: School bus routing problem (SBRP) can be classified into three types: the single-school problem, the multi-school problem not allowing mixed load, and the multi-school problem allowing mixed load. The detection of constraints such as school time window, bus capacity is one of the key steps in SBRP algorithm design. Existing algorithms for SBRP usually design different insertion detection methods for each type of SBRP. This paper introduced a generic segment-based constraints detection algorithm for inserting a node to a route. One route was split into several segments according to school stop, which was regard as the check point. Instead of traversing all stops in a route, the feasibility of a proposed route was verified by checking the remaining time and remaining capacity of each segment. The experiment shows the effectiveness and efficiency of segmented detection algorithm in solving large-scale mixed-load SBRP.

Key words: school bus routing problem (SBRP); time windows; capacity; constraints detection; segmented detection

校车是专门用来接送学生上(下)学的车辆,对这些车辆的路径规划称为校车路径问题(SBRP)。SBRP在更大范畴上属于车辆路径问题(VRP),是众所周知的NP问题。自1969年由Newton等人^[1]提出后,国内外对它的研究持续至今。SBRP一般描述为:规划一组校车路过学生人数已知的站点,早上将学生从居住地附近送达学校,下午接他们送回^[1,2]。校车路径规划的目标是在满足约束条件的前提下,使运营成本最低。

依据校车服务学校数量可分为单校SBRP和多校SBRP^[2-5]。单校SBRP^[4-9]一辆校车仅服务于一所学校,而多校SBRP一辆校车可以服务多所学校。对于多校SBRP,按照校车服务学校的顺序又可分为允许混载^[10-13]和不允许混载两类^[14-16]。所谓混载SBRP是指一辆校车可以同时搭载不同学校的学生,按各个学校要求的时间接送学生,而不允许混载的则是按照顺序先后服务不同的学校^[11]。

求解SBRP的算法分为精确算法、启发算法和元启发算法^[2]。大多数算法在求解过程中保持解的可行性^[10,11],需要对每个构造生成的解或搜索产生的邻域解进行约束检测。不同类型SBRP一条路径上的站点构成不一样,所以约束检测的要求也不一样。比如容量约束检测,单校SBRP只需检查该路径上现有总人数是否超过校车容量,而混载的SBRP路径中间

包含学校(学生下车),则不能简单地按车上现有总人数来判定路径上站点是否违反约束。由于学生上下车交替进行,因此约束检测变得比较复杂。已有文献^[10~12]均对一条路径上的站点逐个遍历进行检测。

本文设计一种分段检测的算法,在仅增加少量存储空间的情况下,将路径按学校个数分成若干检测路段分别进行检测。该算法适用于三种不同类型的SBRP问题,且无须遍历路径上的所有站点进行约束检测。

1 问题描述及相关概念

1.1 问题描述

SBRP模型中考虑的约束条件通常包括容量、时间等方面的约束,体现校车服务方、学校和学生等各方对服务的不同要求。优化的目标主要为车辆数最少、总运营里程最短、总运营时间最小等。Savelsbergh^[17]定义了通用的PDP数学模型,根据源站点与目的站点之间的对应关系将PDP问题分为1-1、1-M、M-1、M-N等。单校SBRP和多校SBRP分别对应其中的M-1和M-N类型。

假设车辆集合为K,每辆车 $k \in K$ 拥有不同的容量 Q_k 。每

收稿日期: 2013-07-23; **修回日期:** 2013-08-29 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(41201402);河南省教育厅重点资助项目(13A520050)

作者简介: 党兰学(1980-),男,河南唐河人,博士研究生,主要研究方向为智能算法、空间优化;侯彦娥(1980-),女,讲师,博士研究生,主要研究方向为空间分析与优化;孔云峰(1967-),男(通信作者),教授,博士,主要研究方向为空间优化、GIS工程分析与设计(yfkong@henu.edu.cn)。

个站点都有最早开始服务时间 e_i 和最晚开始服务时间 l_i , 即时间窗 $[e_i, l_i]$ 。学校具有严格的时间窗, 校车到达学校的时间应该处于时间窗内; 学生站点的时间窗则相对宽裕, 以场站开放时间为最早时间 e_i , 以对应学校的 l_i 为最晚时间。

时间窗和容量约束如下:

$$e_i \leq T_{ik} \leq l_i \quad i \in P \quad (1)$$

$$n_i \leq L_{ik} \leq Q_k \quad i \in P^+, k \in K \quad (2)$$

$$0 \leq L_{s(i)k} \leq Q_k - n_i \quad i \in P^+, k \in K \quad (3)$$

其中: T_{ik} 为车辆 k 经过站点 i 的时间, 限定在 $[e_i, l_i]$; L_{ik} 为第 k 辆车经过站点 i 后车上的人数; $s(i)$ 为站点 i 对应的学校。式 (2) 和 (3) 则反映车辆经过学校站点之后人数的变化, 其中式 (2) 约束了任意车辆 k 经过学生上车的站点之后车上的总人数都不超过 Q_k 。在求解 SBRP 过程中要保持解的可行性, 必须对构造生成或搜索产生的邻域解进行约束检测, 以保证路径规划没有违反容量和时间要求。

1.2 相关概念

为了能清晰地描述分段检测算法涉及到的数据结构和算法流程, 首先引入几个相关的概念。场站、学生乘车点、学校分别用 D 、 P^+ 和 P^- 表示, $s(i)$ 表示学生乘车点 i 对应的学校。

定义 1 路径 (route) 它是指从场站出发, 经过一系列学生乘车点或学校, 最后回到场站的一个站点序列 $(i_1, i_2, \dots, i_j)$ ($j \geq 4$), 其中 $i_1, i_j \in D$ 。对 $\forall i_m \in P^+$, 有 $(i_m = s(i_m)) \wedge (m < n \leq j - 1)$ 。

定义 2 检测路段 (checkRouteSegment) 路径中的一系列连续站点 $(i_1, i_2, \dots, i_j)$ ($j \geq 1$), 如果 i_1 的前驱站点 $\text{pre}(i_1) \in (P^- \cup D)$ 且 $i_j \in P^-$, 则称该站点序列为一个检测路段。

定义 3 检测点 (checkNode) 若站点序列 $(i_1, i_2, \dots, i_j)$ ($j \geq 1$) 为一个检测路段, 则 i_j 为检测点。一条路径上的检测点与路径上的学校一一对应, 检测点的个数与经过的学校个数一致。

定义 4 剩余容量 (spareLoad) 它是指在检测点位置上校车上剩余座位数, 即该检测点所在路段上允许增加的乘车学生数。

定义 5 剩余时间 (spareTime) 它是指在检测点位置上允许最晚到达时间与当前到达时间之差, 即在该检测路段上允许向后延迟的时间量。

定义 6 等待时间 (waitTime) 它是指为了不早于允许的最早时间到达学校而在场站或某个检测点等待的时间。

在以上概念的基础上, 借鉴文献 [6] 在时间轴上表示校车路径的方法, 分别给出单校 SBRP、多校不混载 SBRP 和多校混载 SBRP 的路径示例, 如图 1~3 所示。



图1 单校SBRP路径示意图

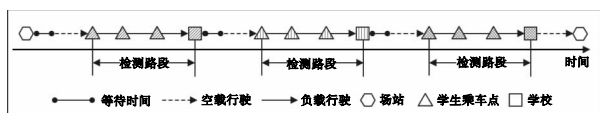


图2 多校不混载SBRP路径示意图

在图 1 中, 校车只为一所学校提供服务, 路径上所有的学生乘车站点到达唯一的学校。在图 2 中, 校车为多所学校提供服务, 但是只有当一所学校服务完成后, 才允许其他学校的学生上车, 即不同学校的服务是有先后顺序的。在图 3 中, 不同

学校的学生允许同时搭乘一辆校车, 即校车可以混载不同学校的学生。在这三类校车服务中, 都可以分出若干个检测路段, 由一系列乘车站点和一所学校构成。图 1 和 2 中一个检测路段中的乘车点目的地都是该路段上的检测点, 但图 3 中一个检测路段中的乘车点的目的地可以不同。本文提出的分段检测算法即针对路径上的各个检测路段进行约束检测。

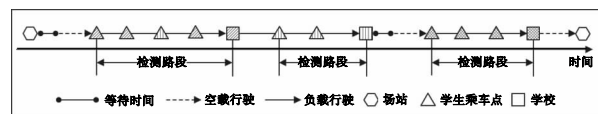


图3 多校混载SBRP路径示意图

2 分段检测算法

2.1 算法思想

单校 SBRP 只服务一所学校, 所以在返回场站之前, 只有一个学校站点, 容量约束检测只需要判断当前路径上总人数是否超过车辆容量即可。多校 SBRP 路径上会有多个学校站点, 车辆到达学校时会有学生下车, 路径上交替出现上下学生的站点, 因此无法根据当前路径总的服务学生数来判断是否超载。同时多校 SBRP 需要满足多个学校的开学时间窗。为了统一不同应用场景下约束检测方法, 将一条路径分成若干个检测路段, 逐个路段进行检测。一个检测路段上只有一个学校站点, 因此检测路段是否违反约束与单校 SBRP 的一样简单。在插入一个站点时, 只需依据该检测路段上检测点处的剩余容量和剩余时间是否违反约束, 无须遍历整条路径, 节省了检测时间。

2.2 数据结构

路径优化中涉及到的对象抽象为路径方案 (solution)、路线 (route)、站点 (stop)、访问记录 (visitedNode)、检测点 (checkNode) 等。在设计数据结构时, 不仅考虑数据的存储, 还要考虑在这些数据结构之上的各种操作、类实体之间的关系等。部分数据结构的关系示例如图 4 所示。路径方案由若干条规划的路径构成, 路径上包含一系列的站点 (场站、学生乘车点、学校), 同时对每条路径都构建一个与之相关的检测链表 CheckNodeLink。CheckNode 类的设计 (C++ 语言) 如下:

```
class CheckNode {
    int schoolID; // 学校 ID
    int waitTime; // 等待时间
    int arriveTime; // 到达时间
    int spareTime; // 剩余时间
    int spareLoad; // 剩余容量
    checkNode * next;
    ...;
};
```

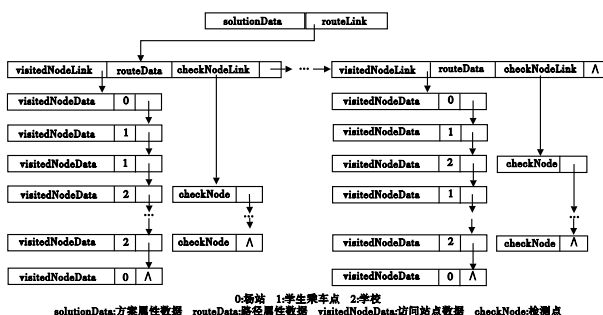


图4 数据结构关系

2.3 算法实现

对于一条已经生成的路径, 在插入一个学生乘车站点时, 需要先判断其对应的学校站点是否已存在于当前路径。若如

不存在,还需要将其对应的学校站点同时插入该路径。在插入站点(对)时调用分段检测算法对一条路径上的检测点进行检测,通过检测点上所记录的信息判断插入站点后路径是否违反约束。算法的基本框架如算法1所示。

算法1 站点对插入检测 insertNodePairCheck(r, i, u, v)

输入:路径序号 r ,乘车站点 i, u 为 i 拟插入的位置(站点 u 之后), v 为 i 对应的学校拟插入的位置(v 之后)。

输出:布尔量,true表示满足,false表示不满足。

```
(1)  $j = \text{nodes}[i].\text{destination}$ ; // 站点 $i$ 对应的学校 $j$ 
(2) if (! baseRuleCheck( $r, i, u, v$ )) return false;
    // 检测站点对插入的先顺序等一般约束
(3) if (! nodeInRoute( $r, j$ )) {
(4)   if (! insertSchoolNodeCheck( $r, j, v$ )) return false;
(5)   constructTempCheckNodeLink( $r, j, v$ );
    // 将 $j$ 临时插入到检测链表中
(6)   result = insertStopNodeCheck( $r, i, u$ );
(7)   destructionTempCheckNodeLink( $r, j, v$ );
(8)   return result;
```

算法1的第(2)行首先简单地判断是否满足一些基本要求,如边序要求,即乘车站点的插入位置要先于学校站点的插入位置;第(3)行判断拟插入的学校站点是否已经在该路径上,若如是则直接调用第(6)行针对学生乘车站点进行插入检测,否则还需要在第(4)行先判断插入学校站点时的情况;第(6)行的具体实现见算法2,即插入学生乘车站点时对容量约束和时间窗约束的算法。此时乘车站点对应的学校已存在于拟插入的路径,仅需判断插入学生乘车站点后是否满足约束。

算法2 乘车站点的插入检测 insertStopNodeCheck(r, i, u)

输入:路径序号 r ,拟插入站点 i ,拟插入位置 u 。

输出:布尔量,true表示满足约束,false表示不满足约束。

```
(1) timeChange = computeTChange( $r, i, u$ );
(2) loadChange = nodes[i].demand;
(3) checkNode = getFirstCheckNode( $r, i, u$ );
(4) while (checkNode != NULL) {
(5)   if (checkNode.spareLoad < loadChange) return false;
    // 容量约束检测
(6)   checkNode = checkNode.next;
(7)   if (checkNode.schoolID == nodes[i].destination) break;
(8)   if (! checkTimeWindow(checkNode, timeChange)) return false;
(9)   return true;
```

算法2的第(3)行定位第一个检测点;第(4)~(7)行进行容量约束检测;第(8)行进行时间窗约束检测。检测点都是学校站点,此站点只有学生下车而没有学生上车。容量约束检测需要从插入站点所在的检测路段开始,到其对应学校所在的检测路段结束。时间具有传递性,要根据情况决定是否继续向后检测,具体算法如算法3所示,是一个递归的过程。

算法3 时间窗约束检测 checkTimeWindow (checkNode, timeChange)

输入:检测点链表的起始位置 checkNode,时间增量 timeChange。

输出:布尔量,true表示满足约束,false表示不满足约束。

```
(1) if ((checkNode.spareTime + checkNode.waitTime) < timeChange)
    return false;
(2) if (checkNode.waitTime < timeChange) {
(3)   timeChange -= checkNode.waitTime;
(4)   checkNode = checkNode.next;
(5)   if (checkNode == NULL) return true;
(6)   if (checkTimeWindow(checkNode, timeChange))
        return true;
(7)   else return false;
(8)   return true;
```

当一个检测路段上的时间增量不超过剩余时间与等待时间之和时,即可保证在该路段上不会违反时间约束。如果当前路段的等待时间大于时间增量,则不会对下一个检测路段产生

影响;否则要计算对下一个检测路段产生的时间增量,继续判断是否超过其剩余时间,直到一个路段的时间增量为0或所有检测点检测完毕时终止。

3 实验验证

文献[11]针对混载 SBRP 构造了用于算法测试的数据,本文利用这些案例对分段检测算法进行测试。笔者用 C++ 实现了求解混载校车路径问题的启发式算法^[13],在搜索邻域解的过程中需频繁地将站点对插入到已经生成的路径当中,其中的约束检测采用本文设计的分段检测算法来完成。

为了比较检测时间差异,算法执行时不采用随机模式,按照固定顺序选择拟调整的站点,保证多次运行某个案例时执行的邻域搜索算子次数相同,并且不限定邻域的搜索空间。表1给出了 RSRB 类型八个案例在最大乘车时间为 2 700 s 时的具体实验结果,其中 V_1 和 V_2 分别是本文算法和文献[18]中的结果。图5为 RSRB01 最后的路径方案。

表1的实验结果验证了本文设计的插入检测算法在最复杂的应用场景(混载校车路径问题)下是可行的,并且比遍历方法节省了检测时间。

表1 实验结果

实例	学校数	站点数	车辆数		约束检测耗时/s	
			V_1	V_2	分段	遍历
RSRB01	6	250	28	30	0.68	2.28
RSRB02	12	250	26	29	1.27	4.36
RSRB03	12	500	53	56	2.52	9.43
RSRB04	25	500	55	59	3.22	11.94
RSRB05	25	1 000	91	98	5.62	21.73
RSRB06	50	1 000	77	89	9.75	39.35
RSRB07	50	2 000	143	154	19.20	91.51
RSRB08	100	2 000	144	157	30.70	123.88
平均	35.00	937.50	77.13	84.00	8.82	38.89

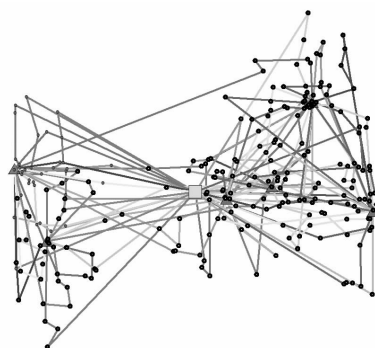


图5 RSRB01案例路径规划图

4 结束语

SBRP 涉及到学校、学生和校车运营方,与之相关因素众多,规划路径时需要兼顾各方利益,因此会出现多种约束条件。校车路径问题求解时,为了保持解的可行性,需要频繁检测路径是否满足约束。本文设计了一种分段检测算法,统一了单校、多校不混载、多校混载不同应用场景下的约束检测机制。在国际上提供的混载校车路径问题标准测试案例上对算法进行了测试,结果表明该算法是有效的,在求解大规模混载 SBRP 时能够节省约束检测所需的时间。(下转第1402页)

路—南云三路口—南云三路中—南云三路南—科林路总站。

图 6 中断面 1 表示科林路总站至南云三路南之间的断面,其余依次为下行方向后续相邻站点间的断面。站点序列为科林路总站—南云三路南—南云三路中—南云三路口—南翔二路—玉树新村—彩频路—谭村路口—光谱西路中—光谱西路—光宝路口—科学城路口—国土资源工程学校—农工商学院—奥体路—广东体育职业学院—黄村训练基地—黄村地铁站—地铁黄村站—环场路—边防指挥学校—黄村立交南—珠村路—东圃客运站。

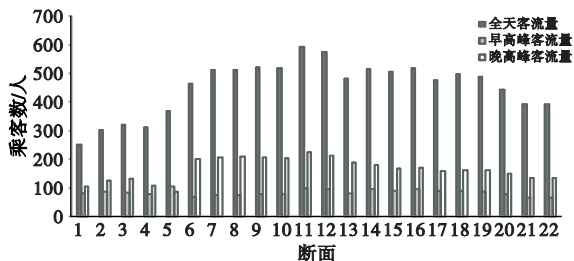


图6 下行方向断面客流量

从图 5、6 可以看出,国土资源工程学校到光宝路口段的断面客流量在整条线路中是最大的,而从玉树新村到科林路总站的客流量则明显小于同时期的其余断面客流量。这与实际调查结果以及乘客的感受是一致的。

4 结束语

本文提出了一种根据乘客多日出行记录对刷卡乘客进行分类的乘客下车站点判断思路,并以广州市公交系统为例详细介绍了判断刷卡乘客上、下车站点的方法,在此基础上提出了通过对刷卡乘客的扩样和叠加乘客的出行轨迹来得到单条公交线路各站间的断面客流的方法,最后结合实例对本文方法进行了验证。算例结果表明,应用这种方法可以近似得到单条公交线路时变的断面客流。本文在下车站点判断中只考虑到了

一些来源于常识并可以直观理解的判断方法,尚未考虑用机器学习等方法来研究数据本身可能存在的其他规律,数据挖掘深度还可进一步提高。

参考文献:

- [1] 吴祥国. 基于公交 IC 卡和 GPS 数据的居民公交出行 OD 矩阵推导与应用[D]. 济南: 山东大学, 2011.
- [2] ZHAO Shu-zhi, NI Tong-he, WANG Yang, et al. A new approach to the prediction of passenger flow in a transit system[J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2011, 61(8): 1968-1974.
- [3] CHEN Mu-chen, WEI Yu. Exploring time variants for short-term passenger flow[J]. *Journal of Transport Geography*, 2011, 19(4): 488-498.
- [4] 杨军, 侯忠生. 一种基于灰色马尔科夫的大客流实时预测模型[J]. *北京交通大学学报: 自然科学版*, 2013, 37(2): 119-123, 128.
- [5] 章玉. 基于数据挖掘的动态公交客流 OD 获取方法研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2010.
- [6] 师富民. 基于 IC 卡数据的公交 OD 矩阵构造方法研究[D]. 长春: 吉林大学, 2004.
- [7] 闫磊. 基于公交 IC 卡数据的乘客出行时空推算研究[D]. 长春: 吉林大学, 2012.
- [8] 王超. 基于 IC 卡信息的公交客流 OD 推算方法研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2012.
- [9] 徐建闽, 熊文华, 游峰. 基于 GPS 和 IC 卡的单线公交 OD 生成方法[J]. *微计算机信息*, 2008, 24(22): 221-222, 218.
- [10] 郭婕. 公交 IC 卡通勤乘客 OD 确定方法研究[D]. 南京: 东南大学, 2006.
- [11] 于勇, 邓天民, 肖裕民. 一种新的公交乘客上车站点确定方法[J]. *重庆交通大学学报: 自然科学版*, 2009, 28(1): 121-125.
- [12] 陈绍辉, 陈艳艳, 尹长勇. 基于特征站点的公交 IC 卡数据站点匹配方法研究[J]. *北京工业大学学报*, 2012, 38(6): 885-889.
- [13] 陈学武, 戴霄, 陈茜. 公交 IC 卡信息采集、分析与应用研究[J]. *土木工程学报*, 2004, 37(2): 105-110.
- [10] BRACA J, BRAMEL J, POSNER B, et al. A computerized approach to the New York City school bus routing problem[J]. *IIE Transactions*, 1997, 29(8): 693-702.
- [11] PARK J, TAE H, KIM B I. A post-improvement procedure for the mixed load school bus routing problem[J]. *European Journal of Operational Research*, 2012, 217(1): 204-213.
- [12] De SOUZA L V, SIQUEIRA P H. Heuristic methods applied to the optimization school bus transportation routes: a real case[C]//Proc of IEA/AIE. 2010: 247-256.
- [13] 党兰学, 王震, 刘青松, 等. 一种求解混载校车路径的启发式算法[J]. *计算机科学*, 2013, 40(7): 248-253.
- [14] FÜGENSCHUH A. Solving a school bus scheduling problem with integer programming[J]. *European Journal of Operational Research*, 2009, 193(3): 867-884.
- [15] KIM B I, KIM S, PARK J. A school bus scheduling problem[J]. *European Journal of Operational Research*, 2012, 218(2): 577-585.
- [16] 丁常勇. 合作式校车路径优化问题研究[D]. 大连: 大连海事大学, 2012.
- [17] SAVELSBERGH M W P. The general pickup and delivery problem[J]. *Transportation Science*, 1995, 29(1): 17-29.
- [18] PARK J, TAE H, KIM B I. Corrigendum to "Post-improvement procedure for the mixed load school bus routing problem" [EB/OL]. 2012-11-28. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2012.10.050>.
- [1] NEWTON R M, THOMAS W H. Design of school bus routes by computer[J]. *Socio-Economic Planning Sciences*, 1969, 3(1): 75-85.
- [2] PARK J, KIM B I. The school bus routing problem: a review[J]. *European Journal of Operational Research*, 2010, 202(2): 311-319.
- [3] 党兰学, 陈小潘, 孔云峰. 校车路径问题模型及算法研究进展[J]. *河南大学学报: 自然科学版*, 2013, 43(6): 682-691.
- [4] BODIN L D, BERMAN L. Routing and scheduling of school buses by computer[J]. *Transportation Science*, 1979, 13(2): 113-129.
- [5] BODIN L D, GOLDEN B, ASSAD A, et al. Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of the art[J]. *Computers and Operations Research*, 1983, 10(2): 63-211.
- [6] 郭强, 李育安, 郭耀煌. 社区儿童接送服务车辆的线路优化[J]. *西南交通大学学报*, 2006, 41(4): 486-490.
- [7] 张苗. 基于双层规划的多目标校车路径优化研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2008.
- [8] 张富, 朱泰英. 校车站点及线路的优化设计[J]. *数学的实践与认识*, 2012, 42(4): 141-146.
- [9] 张玉兵, 吴霄翔, 任意. 校车安排问题[J]. *高等数学研究*, 2011, 14(1): 122-125.

(上接第 1398 页)

参考文献: