

基于凸多面体方法的时滞和连续系统稳定性分析*

吴海霞^{1,2}, 冯伟^{1,2}, 邹晓兵²

(1. 重庆大学 自动化学院, 重庆 400044; 2. 重庆第二师范学院 数学与信息工程系, 重庆 400065)

摘要: 针对一类状态向量中含有时滞和的连续系统, 研究其时滞相关稳定性问题。利用凸组合方法和积分不等式并构造合适的李雅普诺夫泛函, 以线性矩阵不等式形式给出了保证系统稳定的时滞相关充分条件, 该线性矩阵不等式形式的系统稳定条件易于验证。由于在对李雅普诺夫泛函求导过程中使用了凸多面体方法, 使得所得到的结论具有更小的保守性, 仿真算例验证了结论的有效性。

关键词: 连续系统; 稳定性; 时滞; 李雅普诺夫泛函; 凸多面体方法

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2014)05-1378-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2014.05.022

Stability analysis of systems with two additive time-varying delay components via convex polyhedron method

WU Hai-xia^{1,2}, FENG Wei^{1,2}, ZOU Xiao-bing²

(1. College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 2. Dept. of Mathematics & Information Engineering, Chongqing University of Education, Chongqing 400065, China)

Abstract: This paper was concerned with stability analysis for systems. The systems were based on a new time-delay model proposed recently, which contained two successive delay components in the state. By using a convex polyhedron method, employing some integral inequality approach and constructing a new Lyapunov functional, some less conservative stability criteria were established in terms of linear matrix inequalities (LMIs). Due to the convex polyhedron method, a significant source of conservativeness that could be further reduced lies in the calculation of the time-derivative of the Lyapunov functional. Numerical example shows that the proposed criterion is effective and an improvement over some existing results in the literature.

Key words: continuous-system; stability; time-varying delays; Lyapunov functional; convex polyhedron method

0 引言

一个自动控制系统最重要的性能之一就是它必须是稳定的。事实上, 许多实际系统的数学模型中含有时滞的现象, 常见于诸如电路、光学、神经网络、生物及医学、建筑结构、机械等领域, 而时滞的存在可能会导致系统的失稳, 产生振荡或者性能指标的下降。因此, 对于时滞系统稳定性的研究近年来得到了广泛关注^[1-16]。在文献[4, 6~8, 10~12]中, 作者讨论了不确定时滞系统的稳定性, 并给出了一些稳定性判定条件。以上所有时滞线性系统的研究多是基于以下基本的数学模型:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t-d(t)) \quad (1)$$

其中: $d(t)$ 是状态 $x(t)$ 中的时滞, 该时滞经常假定为一个常量或满足下列条件的时变函数:

$$0 \leq d(t) \leq \bar{d} < \infty, d(t) \leq \tau < \infty \quad (2)$$

在以上模型中, 状态变量 $x(t)$ 中的时滞假定为一个单一的或简单的形式。有时在一些实际的情况中, 信号从一个节点向另一个节点的传输过程中要经历网络的几个组成部分。由于网络传输条件的变化, 可能产生几个连续的、具有不同属性的时滞^[9]。在网络传播过程中两个时滞的特性并不完全相

同, 因而不能将其合并在一起进行研究。

当被控对象和状态反馈控制器分别以 $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ 和 $u_c(t) = Kx_c(t)$ 的形式给出时, 闭环系统为

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BKx(t-d_s(t)-d_a(t)) \quad (3)$$

该模型包含了多个状态时滞, 其中 $d_s(t)$ 表示从传感器到控制器的时滞, $d_a(t)$ 表示从控制器到执行器之间的时滞。文献[9]针对该模型给出了一个带两个连续时滞的时滞系统的稳定性充分条件, 并通过一个数值算例说明了方法的可行性。文献[3]通过定义一个新的李雅普诺夫泛函, 对文献[9]的结果作出了改进。

但文献[3, 9]的结果仍然有很多改进的空间。在计算李雅普诺夫泛函导数的过程中, 可以进一步减少结果的保守性。在文献[3]中, 时滞项 $d_1(t)$, $0 \leq d_1(t) \leq \bar{d}_1$ 放大为 $\bar{d}_1$, $d(t) - d_1(t)$ 缩放为 $\bar{d} - \bar{d}_1$, 而且 $\bar{d} - d(t)$ 也放大为 $\bar{d}$ 。也就是 $\bar{d} = d_1(t) + (d(t) - d_1(t)) + (\bar{d} - d(t))$ 放大为 $2\bar{d}$ 。以上的缩放会导致较保守的结果。针对以上的讨论, 研究了带两个连续时滞的线性时变系统的稳定性, 通过构造合适的李雅普诺夫泛函, 运用积分不等式和牛顿莱布尼兹公式, 获得了保证系统稳定的时滞相关充分条件。由于在对李雅普诺夫泛函求导过程

收稿日期: 2013-07-21; **修回日期:** 2013-08-27 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61170249, 61103211); 重庆市青年骨干教师资助计划(2011); 重庆市博士后基金资助项目(XM201310)

作者简介: 吴海霞(1979-), 女, 山东临清人, 副教授, 博士(后), 主要研究方向为神经网络、基因调控网络动力学(ammewu@163.com); 冯伟(1978-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为非线性系统分析、网络控制与优化; 邹晓兵(1974-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为图像处理、计算机仿真。

中使用了凸多面体方法,使得所得到的结论具有更小的保守性,数值算例验证了结论的有效性。尽管本文考虑了系统状态向量带有两个连续时滞的情况,但其方法可以很容易地推广到带多个连续时滞的线性系统中。

1 问题的提出和预备知识

研究如下的带两个累加时变时滞的不确定连续系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bx(t-d_1(t)-d_2(t)) \\ x(t) &= \varphi(t) \quad t \in [-h, 0] \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ 是系统在时间 t 的状态向量; $d_1(t)$ 和 $d_2(t)$ 分别表示两个状态时滞。定义 $d(t) = d_1(t) + d_2(t)$; A 和 B 为适当维数的系统矩阵。

假设条件 A 时变时滞函数 $d_1(t)$ 和 $d_2(t)$ 满足

$$0 \leq d_1(t) \leq h_1 < \infty, 0 \leq d_2(t) \leq h_2 < \infty \quad (5)$$

$$\dot{d}_1(t) \leq \tau_1 < \infty, \dot{d}_2(t) \leq \tau_2 < \infty \quad (6)$$

其中: h_1, h_2, τ_1 与 τ_2 为正常量。

在所有的时滞 $d_1(t)$ 和 $d_2(t)$ 都满足式(5)(6)的条件下,本章的目的是得到系统式(4)新的稳定性条件。一个有效的方法是先将 $d_1(t)$ 和 $d_2(t)$ 合并成一个时滞 $d(t)$, 且有

$$0 \leq d(t) \leq h < \infty \quad (7)$$

$$\dot{d}(t) \leq \tau < \infty \quad (8)$$

其中: $h = h_1 + h_2, \tau = \tau_1 + \tau_2$ 。

那么,系统式(4)可写为

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t-d(t)), x(t) = \varphi(t) \quad t \in [-h, 0] \quad (9)$$

利用一些现有的稳定性条件,系统式(9)的稳定性可以很容易地验证。但正如文献[3,9]所讨论,正因为这些方法没有充分利用 $d_1(t)$ 和 $d_2(t)$ 的信息,在某些情况下就不可避免地带来保守性。

在给出主要结论之前,需要如下的引理:

引理 1 给定常量对称矩阵 Σ_1, Σ_2 与 Σ_3 , 其中 $\Sigma_1 = \Sigma_1^T$ 且 $0 < \Sigma_2 = \Sigma_2^T$, 不等式 $\Sigma_1 + \Sigma_3^T \Sigma_2^{-1} \Sigma_3 < 0$ 成立, 当且仅当

$$\begin{bmatrix} \Sigma_1 & \Sigma_3^T \\ \Sigma_3 & -\Sigma_2 \end{bmatrix} < 0, \text{ 或 } \begin{bmatrix} -\Sigma_2 & \Sigma_3 \\ \Sigma_3^T & \Sigma_1 \end{bmatrix} < 0$$

2 主要结果

定理 1 对于给定的常量 $h_1 > 0, h_2 > 0, \mu_1$ 和 μ , 带时滞 $d_1(t)$ 与 $d_2(t)$ 的系统式(4)是渐近稳定的, 如果存在矩阵 $P > 0, Q_1 \geq Q_2 \geq 0, R_1 \geq R_2 \geq 0, Z_1 \geq Z_2 > 0, Z_3 > 0, K = [K_1^T \ K_2^T \ K_3^T \ K_4^T \ K_5^T]^T, L = [L_1^T \ L_2^T \ L_3^T \ L_4^T \ L_5^T]^T, M = [M_1^T \ M_2^T \ M_3^T \ M_4^T \ M_5^T]^T$ 与 $W = [W_1^T \ W_2^T \ W_3^T \ W_4^T \ W_5^T]^T$, 满足下列的 LMIs 成立:

$$\begin{bmatrix} \Psi & h_1 K & h_2 M \\ * & -h_1(Z_1 + Z_2 + Z_3) & 0 \\ * & * & -h_2(Z_2 + Z_3) \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi & h_1 K & h_2 L \\ * & -h_1(Z_1 + Z_2 + Z_3) & 0 \\ * & * & -h_2(Z_2 + Z_3) \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi & h_1 W & h_1 L & h_2 M \\ * & -h_1 Z_1 & 0 & 0 \\ * & * & -h_1(Z_2 + Z_3) & 0 \\ * & * & * & -h_2(Z_2 + Z_3) \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi & h_1 W & h_1 L & h_2 L \\ * & -h_1 Z_1 & 0 & 0 \\ * & * & -h_1(Z_2 + Z_3) & 0 \\ * & * & * & -h_2(Z_2 + Z_3) \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} & \Psi_{14} & \Psi_{15} & A^T U \\ * & \Psi_{22} & \Psi_{23} & \Psi_{24} & \Psi_{25} & 0 \\ * & * & \Psi_{33} & \Psi_{34} & \Psi_{35} & B^T U \\ * & * & * & \Psi_{44} & \Psi_{45} & 0 \\ * & * & * & * & \Psi_{55} & 0 \\ * & * & * & * & * & -U \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

$$\Psi_{11} = PA + A^T P + Q_1 + R_1 + R_2 + K_1 + K_1^T,$$

$$\Psi_{12} = W_1 - K_1 + M_1 + K_2^T, \Psi_{13} = PB + L_1 + M_1 + K_3^T,$$

$$\Psi_{14} = -L_1 + K_4^T, \Psi_{15} = -W_1 + K_5^T,$$

$$\Psi_{22} = -(1 - \mu_1)(Q_1 - Q_2) + W_2 + W_2^T - K_2 - K_2^T + M_2 + M_2^T,$$

$$\Psi_{23} = L_2 - M_2 + W_3^T - K_3^T + M_3^T,$$

$$\Psi_{24} = -L_2 + W_4^T - K_4^T + M_4^T, \Psi_{25} = -W_2 + W_5^T - K_5^T + M_5^T$$

$$\Psi_{33} = -(1 - \mu)Q_2 + L_3 - L_3^T - M_3 - M_3^T,$$

$$\Psi_{34} = -L_3 + L_4^T - M_4^T, \Psi_{35} = -W_3 + L_5^T - M_5^T,$$

$$\Psi_{44} = -R_1 - L_4 - L_4^T, \Psi_{45} = -W_4 - L_5^T, \Psi_{55} = -R_2 - W_5 - W_5^T$$

$$U = h_1 Z_1 + h_2 Z_2 + h Z_3$$

证明 构造如下的李雅普诺夫泛函:

$$V(x(t)) = V_1(x(t)) + V_2(x(t)) + V_3(x(t))$$

$$V_1(x(t)) = x^T(t)Px(t) + \int_{t-d_1(t)}^t x^T(s)Q_1x(s)ds + \int_{t-d(t)}^{t-d_1(t)} x^T(s)Q_2x(s)ds$$

$$V_2(x(t)) = \int_{t-h}^t x^T(s)R_1x(s)ds + \int_{t-h_1}^t x^T(s)R_2x(s)ds$$

$$V_3(x(t)) = \int_{-h_1}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s)(Z_1 + Z_2)\dot{x}(s)dsd\theta +$$

$$\int_{-h}^{-h_1} \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s)Z_2\dot{x}(s)dsd\theta + \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s)Z_3\dot{x}(s)dsd\theta$$

根据牛顿—莱布尼兹公式, 对任意具有合适维数的矩阵 W, K, M 和 L , 下列等式成立:

$$2\xi^T(t)W[x(t-d_1(t)) - x(t-h_1)] - \int_{t-h_1}^{t-d_1(t)} \dot{x}(s)ds = 0 \quad (15)$$

$$2\xi^T(t)K[x(t) - x(t-d_1(t)) - \int_{t-d_1(t)}^t \dot{x}(s)ds] = 0 \quad (16)$$

$$2\xi^T(t)M[x(t-d_1(t)) - x(t-d(t)) - \int_{t-d(t)}^{t-d_1(t)} \dot{x}(s)ds] = 0 \quad (17)$$

$$2\xi^T(t)L[x(t-d(t)) - x(t-h) - \int_{t-h}^{t-d(t)} \dot{x}(s)ds] = 0 \quad (18)$$

求解泛函 $V(x(t))$ 沿着系统式(4)的解的导数:

$$\begin{aligned} V_1(x(t)) &\leq 2x^T(t)PAx(t) + 2x^T(t)PBx(t-d(t)) - \\ &(1-\tau)x^T(t-d(t))Q_2x(t-d(t)) + x^T(t)Q_1x(t) - \\ &(1-\tau_1)x^T(t-d_1(t))(Q_1-Q_2)x(t-d_1(t)) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} V_2(x(t)) &= x^T(t)(R_1+R_2)x(t) - x^T(t-h)R_1x(t-h) - \\ &x^T(t-h_1)R_2x(t-h_1) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} V_3(x(t)) &= \dot{x}^T(t)(h_1Z_1 + h_2Z_2 + hZ_3)\dot{x}(t) - \int_{t-h_1}^t \dot{x}^T(s)Z_1\dot{x}(s)ds - \\ &\int_{t-h}^{t-h_1} \dot{x}^T(s)Z_2\dot{x}(s)ds - \int_{t-h}^t \dot{x}^T(s)Z_3\dot{x}(s)ds \end{aligned} \quad (21)$$

合并式(19)~(21), 并利用式(15)~(18), 泛函 $V(x(t))$ 的导数可以用下列不等式描述:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= \xi^T(t)\Psi\xi(t) + 2\xi^T(t)W[x(t-d_1(t)) - x(t-h_1)] + \\ &2\xi^T(t)K[x(t) - x(t-d_1(t))] + 2\xi^T(t)M[x(t-d_1(t)) - x(t-d(t))] + \\ &2\xi^T(t)L[x(t-d(t)) - x(t-h)] - \int_{t-h_1}^{t-d_1(t)} \dot{x}^T(s)Z_1\dot{x}(s)ds - \\ &\int_{t-d_1(t)}^t \dot{x}^T(s)(Z_1+Z_2+Z_3)\dot{x}(s)ds - \int_{t-h}^{t-d(t)} \dot{x}^T(s)(Z_2+Z_3)\dot{x}(s)ds - \\ &\int_{t-d(t)}^{t-d_1(t)} \dot{x}^T(s)(Z_2+Z_3)\dot{x}(s)ds - 2\xi^T(t)W \int_{t-h_1}^{t-d_1(t)} \dot{x}(s)ds - 2\xi^T(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& K \int_{h-d_1(t)}^t \dot{x}(s) ds - 2\xi^T(t) L \int_{h-h_1}^{t-d(t)} \dot{x}(s) ds - 2\xi^T(t) M \int_{t-d(t)}^{t-d_1(t)} \dot{x}(s) ds = \\
& \xi^T(t) \Psi \xi(t) + \xi^T(t) [d_1(t) K(Z_1 + Z_2 + Z_3)^{-1} K^T + (h_1 - \\
& d_1(t)) WZ_1^{-1} W^T + (h - d(t)) L(Z_2 + Z_3)^{-1} L^T + (d(t) - d_1(t)) \\
& M(Z_2 + Z_3)^{-1} M^T] \xi(t) - \int_{t-h_1}^{t-d_1(t)} [\xi^T(t) W + \dot{x}^T(s) Z_1] Z_1^{-1} [W^T \xi(t) + \\
& Z_1 \dot{x}(s)] ds - \int_{h-d_1(t)}^t [\xi^T(t) K + \dot{x}^T(s) (Z_1 + Z_2 + Z_3)] (Z_1 + Z_2 + Z_3)^{-1} \times \\
& [K^T \xi(t) + (Z_1 + Z_2 + Z_3) \dot{x}(s)] ds - \int_{h-h}^{t-d(t)} [\xi^T(t) L + \dot{x}^T(s) (Z_2 + Z_3)] \\
& (Z_2 + Z_3)^{-1} [L^T \xi(t) + (Z_2 + Z_3) \dot{x}(s)] ds - \int_{t-d(t)}^{t-d_1(t)} [\xi^T(t) M + \\
& \dot{x}^T(s) (Z_2 + Z_3)] (Z_2 + Z_3)^{-1} [M^T \xi(t) + (Z_2 + Z_3) \dot{x}(s)] ds \leq \\
& \xi^T(t) \Psi(d_1(t), d_2(t)) \xi(t) \quad (22)
\end{aligned}$$

其中: $\Psi(d_1(t), d_2(t)) = \Psi + \Psi_1(d_1(t)) + \Psi_2(d_2(t))$, 且 $\Psi_1(d_1(t)) = \Psi + d_1(t) K(Z_1 + Z_2 + Z_3)^{-1} K^T + (h_1 - d_1(t)) [WZ_1^{-1} W^T + L(Z_2 + Z_3)^{-1} L^T]$, $\Psi_2(d_2(t)) = \Psi + (h_2 - d_2(t)) L(Z_2 + Z_3)^{-1} L^T + d_2(t) M^T(Z_2 + Z_3)^{-1} M^T$

如果 $\Psi(d_1(t), d_2(t)) < 0$, 有

$$\dot{V}(t) \leq \xi^T(t) \Psi(d_1(t), d_2(t)) \xi(t) < 0 \quad (23)$$

根据李雅普诺夫稳定性理论可知, 系统式(4)渐近稳定。

注意到 $\Psi_1(d_1(t))$ 是矩阵 $K(Z_1 + Z_2 + Z_3)^{-1} K^T$, $WZ_1^{-1} W^T$ 和 $L(Z_2 + Z_3)^{-1} L^T$ 在 $d_1(t)$ ($0 \leq d_1(t) \leq h_1$) 上的凸组合, $\Psi_2(d_2(t))$ 是矩阵 $L(Z_2 + Z_3)^{-1} L^T$ 和 $M^T(Z_2 + Z_3)^{-1} M^T$ 在 $d_2(t)$ ($0 \leq d_2(t) \leq h_2$) 上的凸组合。据此, $\Psi(d_1(t), d_2(t)) < 0$, 当且仅当

$$\begin{aligned}
\Psi(h_1, h_2) &= \Psi + h_1 K(Z_1 + Z_2 + Z_3)^{-1} K^T + \\
& h_2 M(Z_2 + Z_3)^{-1} M^T < 0 \quad (24)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Psi(h_1, 0) &= \Psi + h_1 K(Z_1 + Z_2 + Z_3)^{-1} K^T + \\
& h_2 L(Z_2 + Z_3)^{-1} L^T < 0 \quad (25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Psi(0, h_2) &= \Psi + h_1 WZ_1^{-1} W^T + h_1 L(Z_2 + Z_3)^{-1} L^T + \\
& h_2 M(Z_2 + Z_3)^{-1} M^T < 0 \quad (26)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Psi(0, 0) &= \Psi + h_1 WZ_1^{-1} W^T + h_1 L(Z_2 + Z_3)^{-1} L^T + \\
& h_2 L(Z_2 + Z_3)^{-1} L^T < 0 \quad (27)
\end{aligned}$$

利用引理1以及式(24)~(27)四个不等式可以得到 LMI (10)~(13)。证毕。

且 $\xi^T(t) = [\dot{x}^T(t) \dot{x}^T(t - d_1(t)) \dot{x}^T(t - d(t)) \dot{x}^T(t - h) \dot{x}^T(t - h_1)]$, Ψ 见定理1中的定义。

3 仿真示例

例1 研究文献[8]所考虑的时滞系统, 其参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -0.9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

假定

$$\dot{d}_1(t) \leq 0.1, \dot{d}_2(t) \leq 0.8$$

在已知 $d_1(t)$ 或 $d_2(t)$ 的情况下, 找到使得系统渐近稳定的另一个时滞的 $d_1(t)$ 的上界 h_1 或 $d_2(t)$ 的上界 h_2 。通过将两个时滞合并, 现有的一些理论结果可以应用在本例中。

表1列出了文献[16]定理1、文献[9]定理1、文献[6]的定理1、文献[12]的定理2、文献[8]的定理1以及本文的定理1在不同条件下的计算结果, 其中“—”表示在相应条件下没有取得可行解。显然, 本文定理1所得到的结果优于文献[3, 6, 8, 9, 12, 16]的结果。

表1 对于不同的情况, 时滞的可允许的上界

文献	给定的 h_1, h_2 的上界			给定的 h_2, h_1 的上界		
	$h_1 = 1, 1.1, 1.5$			$h_2 = 0.3, 0.4, 0.5$		
文献[12, 8]	0.180	0.080	—	0.880	0.780	0.680
文献[6]	0.378	0.278	—	1.078	0.978	0.878
文献[9]	0.415	0.376	0.248	1.324	1.039	0.806
文献[3]	0.512	0.457	0.283	1.453	1.214	1.021
文献[16]	0.872	0.772	0.371	1.572	1.472	1.372
本文	1.438	1.402	1.267	34.151	21.443	14.049

4 结束语

针对一类具有两个连续时滞的不确定系统的稳定性问题, 在计算李雅普诺夫泛函函数时, 首次使用了凸多面体方法, 合并运用积分不等式和牛顿—莱布尼兹公式, 获得了保证系统稳定的时滞相关充分条件。该条件以线性矩阵不等式的形式给出。最后, 仿真结果表明, 所提出的稳定性判定准则比现有相关文献所给出的稳定性结果具有更少的保守性。

参考文献:

- [1] 钱伟, 孙优贤. 中立型变时滞系统的鲁棒稳定性[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(3): 358-362.
- [2] 张先明, 吴敏, 何勇. 线性时滞广义系统的时滞相关稳定性[J]. 电路与系统学报, 2003, 18(4): 3-7.
- [3] GAO H, CHEN T, LAM J. A new delay system approach to network-based control[J]. *Automatica*, 2008, 44(1): 39-52.
- [4] GU K, KHARITONOV V L, CHEN J. Stability of time-delay systems [M]. Boston: Birkhäuser, 2003.
- [5] HE Y, WANG Q G, LIN C, et al. Delay-range-dependent stability for systems with time-varying delay[J]. *Automatica*, 2007, 43(2): 371-376.
- [6] HE Y, WANG Q G, XIE L, et al. Further improvement of free-weighting matrices technique for systems with time-varying delay[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2007, 52(2): 293-299.
- [7] HE Y, WU M, SHE J, et al. Parameter-dependent lyapunov functional for stability of time-delay systems with polytopic-type uncertainties [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(5): 828-832.
- [8] JING Xing-jian, TAN Da-long, WANG Yue-chao. An LMI approach to stability of systems with severe time-delay[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(7): 1192-1195.
- [9] LAM J, GAO H, WANG C. Stability analysis for continuous systems with two additive time-varying delay components[J]. *Systems Control Letters*, 2007, 56(1): 16-24.
- [10] LIN C, WANG Q G, LEE T H. A less conservative robust stability test for linear uncertain time-delay systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2006, 51(1): 87-91.
- [11] XU Sheng-yuan, LAM J. Improved delay-dependent stability criteria for time-delay systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2005, 50(3): 384-387.
- [12] WU Min, HE Yong, SHE Jin-hua, et al. Delay-dependent criteria for robust stability of time-varying delay systems[J]. *Automatica*, 2004, 40(8): 1435-1439.
- [13] ZHANG Zhong, LI Chuan-dong, LIAO Xiao-feng. Delay-dependent robust stability analysis for interval linear time-variant systems with delays and application to delayed neural networks[J]. *Neurocomputing*, 2007, 70(16-18): 2980-2995.
- [14] KARIMI H. Robust dynamic parameter-dependent output feedback control of uncertain parameter-dependent state-delayed systems [J]. *Nonlinear Dynamics and Systems Theory*, 2006, 6(2): 143-158.
- [15] LOU X Y, CUI B T. Robust stability for nonlinear uncertain neural networks with delay[J]. *Nonlinear Dynamics and Systems Theory*, 2007, 7(4): 369-378.
- [16] WU Hai-xia, LIAO Xiao-feng, FENG Wei, et al. Robust stability analysis of uncertain systems with two additive time-varying delay components[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2009, 33(12): 4345-4353.