

# 一种改进的多目标混合差分进化算法<sup>\*</sup>

王筱珍<sup>a</sup>, 俞国燕<sup>b</sup>

(广东海洋大学 a. 信息学院; b. 工程学院, 广东 湛江 524088)

**摘要:** 将差分进化算法(DE)用于多目标优化问题,提出了一种精英保留和进化过程中非支配解集迁移操作的差分进化算法,以保证所求得多目标优化问题 Pareto 最优解的多样性。采用双群体约束处理技术,构建进化群体的 Pareto 非支配解外部存档集,并进行基于非支配解集的迁移操作,以增加非支配解的数目和质量。用多个经典测试函数测试的结果表明,与标准 DE 相比,该方法收敛到问题的 Pareto 前沿效果良好,能有效保持 Pareto 最优解多样性与收敛之间的平衡。

**关键词:** 差分进化算法; 多目标优化; 迁移操作; 精英保留; 非支配解

**中图分类号:** TP274      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-3695(2014)05-1332-04

**doi:**10.3969/j.issn.1001-3695.2014.05.011

## Improved multi-objective hybrid differential evolution algorithm

WANG Xiao-zhen<sup>a</sup>, YU Guo-yan<sup>b</sup>

(a. College of Information, b. College of Engineering, Guangdong Ocean University, Zhanjiang Guangdong 524088, China)

**Abstract:** By using the differential evolution algorithm (DE) to solve multi-objective optimization problems, this paper proposed a Pareto optimal solution migration based differential evolution for multi-objective optimization (PSDEMO) to guarantee the diversity of Pareto optimal solution. It adopted the elitist strategy in the algorithm, and archived Pareto non-dominance solutions found in the evolution operation dynamically with the evolution process. In addition, it used all the non-dominance solutions in the archive to do migration operation after mutation and crossover operation of DE to increase the number and quality of non-dominated solutions. Compared with standard DE, simulation results show that the PSDEMO not only helps to improve the quantity of the Pareto non-dominance solution, but also has good balance keeping ability between the diversity and convergence.

**Key words:** differential evolution algorithm; multi-objective optimization (MOP); migration; elitist strategy; non-dominated solution

## 0 引言

进化算法是一种基于种群启发式搜索的全局优化方法,可同时搜索多个 Pareto 最优解,着眼于个体的集合对整个种群进行进化操作,能够同时处理一组可行解,并能以较大概率找到全局最优解。因此,进化多目标优化(evolutionary multi-objective optimization, EMO)已成为近年来新的研究热点,已成功应用于诸多领域,如图像处理<sup>[1]</sup>、工程设计<sup>[2]</sup>、化工<sup>[3]</sup>、电力系统<sup>[4]</sup>、海洋工程<sup>[5]</sup>等。

Omran 等人<sup>[6]</sup>提出差分进化算法,用于解决连续优化问题。DE 的主要特性在于进化过程中的自适应寻优机制,且具有收敛速度快、自适应性强、可靠性高等优点。用于解决多目标优化问题的 DE 算法得到了许多学者的广泛关注,并取得了许多研究成果,如 PDEA、SPDEA、DEMO、GDE、ADEA、DEMORS、CDEMO 等<sup>[7-12]</sup>。其中选择策略的确定、分布度与收敛性之间的平衡是 DE 解决多目标优化(multi-objective optimization, MOP)问题最难解决的两个问题。由于当前用于 MOP 问题的 DE 算法基本上都采用基于 Pareto 排序的贪婪选择策略,

这使得每代群体中的较优个体以较大概率被保存下来,因而在求解具有大量局部优点的问题时种群极易陷入局部最优,这就增加了 DE 在求解 MOP 时其解的分布度与收敛性之间的平衡维持压力。并且对于约束 MOP 问题,不可行区域的限制还可能导致 DE 找到可行 Pareto 非支配解数量偏少,多约束条件下更会使得 DE 找到全局 Pareto 优解的时间延长,从而严重影响算法的收敛速度和全局优化性能。

基于以上不足,本文提出一种精英保留和进化过程中非支配解集迁移操作的差分进化算法,以解决多目标优化问题。采用双群体约束处理技术,随进化进程动态构造 Pareto 非支配解外部存档集,并进行基于非支配解集的迁移操作,以增加 Pareto 非支配解的数目和质量。最后对典型约束多目标优化问题的测试函数进行了实验研究。

## 1 相关概念和定义<sup>[13]</sup>

**定义 1** 一个向量  $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$  称为非劣于(dominated)向量  $v = (v_1, v_2, \dots, v_m)$ , 当且仅当  $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$ ,  $u_i \leq v_i \wedge \exists i \in \{1, 2, \dots, m\}$  使得  $u_i < v_i$ 。

**收稿日期:** 2013-06-30; **修回日期:** 2013-08-21      **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(50675069); 广东省科技计划资助项目(2010B020314005); 广东省教育部产学研结合资助项目(2012B010300023)

**作者简介:** 王筱珍(1963-),女,副教授,硕士,主要研究方向为自动化、智能算法及应用等(gdwangxz@126.com); 俞国燕(1970-),女,教授,博士,主要研究方向为进化算法、智能设计等。

**定义2** Pareto 最优性。一个解  $x_u \in D$  称为问题(1)的 Pareto 最优解(有效解),当且仅当不存在  $x_v \in D$  使得  $v = f(x_v)$  非劣于  $u = f(x_u)$ 。

**定义3**  $x$  违反约束的数目  $N(x) = \sum \text{num} \cdot (g_i(x))$ , 其中

$$\text{num}(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}.$$

**定义4** 不可行解  $x$  优于不可行解  $y$  是指  $x$  的约束向量  $(C(X_i), N(X_i))$  Pareto 优于约束向量  $(C(X_j), N(X_j))$ , 其中  $N(X_j)$  为变量  $X_j$  不满足约束的个数,  $C(X_i)$  为约束度。

## 2 基于 Pareto 优解迁移的多目标约束混合 DE 算法

### 2.1 标准 DE 及其在 MOP 中的应用

标准 DE 算法的演化过程与遗传算法类似,包括种群初始化、变异、交叉和选择操作。其算法的伪代码表示如下:

```

initialization
evaluation
repeat
    mutation
    crossover
    evaluation
    selection
until(终止原则满足)

```

当用标准 DE 来处理多目标优化问题时,需要对其作一定调整,其中大部分多目标优化 DE 都采用了基于 Pareto 排序和拥挤距离机制来进行选择操作,这也是 DE 处理多目标优化问题时最常用、最有效的机制。然而如前所述,采用基于 Pareto 排序的贪婪选择策略求解带多个局部峰值的 MOP 问题时易陷入局部最优,并且对带约束的 MOP 存在进化前期找到非支配解数目偏少的问题。为此,除了寻找确定缩放因子  $F$  和交叉率  $CR$  的更有效的方法来提高 DE 的性能和稳定性外,还经常采用以下两种方法来使其同时满足多目标优化问题的收敛性和分布均匀性两个目标:

a) 采用较大的群体规模。增加群体规模是提高群体多样性最有效的方法,但它意味着要消耗更多的适度值计算时间,这在实时性要求较高的工程优化问题中是无法接受的<sup>[14]</sup>。

b) 结合其他算法优点实现性能互补的混合 DE<sup>[8, 15]</sup>。这是近年来改进 DE 性能研究最多的领域之一,如 DE 与进化算法、粒子群算法、免疫算法、量子进化算法、遗传算法结合。这类混合算法通过性能互补,较好地改进了 DE 的收敛性和分布性。

借鉴混合 DE(hybrid differential evolution, HDE) 利用最佳个体进行迁移操作来帮助 DE 跳出局部最优、避免算法早熟收敛这一机制<sup>[16]</sup>, 本文将基于最佳个体的迁移操作从单目标优化问题扩展到约束多目标优化问题,采用双群体约束处理技术,即对交叉、变异后生成的新个体进行判断,将其分为可行种群和不可行种群,用群体 PopF 保存搜索过程中遇到的可行解,用 PopIF 来保存搜索过程中遇到的占优不可行解。并构建进化群体的 Pareto 优解外部存档集,在 DE 完成常规的变异、交叉操作后,再进行基于 Pareto 非支配解集的迁移操作,以同时提高 DE 找到 Pareto 优解的数量和质量。以下为具体的关键操作。

### 2.2 变异操作

DE 的变异方式有多种,其中 DE/best/1/bin 方式有利于

加快收敛速率,进行局部搜索,但不利于保持种群的多样性,从而不利于保证 Pareto 最优解的多样性。因此,本文采用实际中常用的 DE/rand/1/bin 变异方式,以更好地保持种群的多样性和避免早熟收敛。变异由父代中三个不同的向量组成,如式(1)所示。

$$C = X_{r1} + F(X_{r2} - X_{r3}) \quad (1)$$

其中: $x_{r1}$  为父代个体中的基础个体; $x_{r2}, x_{r3}$  则分别从可行群体与不可行群体中选取,以保证个体的分布性,且  $x_{r1}, x_{r2}, x_{r3}$  互不相等; $F$  为缩放因子,其取值大小对算法性能具有重要影响,范围通常选为  $[0.3, 0.8]$ 。

### 2.3 交叉操作

变异产生的个体  $C = (c_1, c_2, \dots, c_m)$  与父代个体  $X[i] = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  进行交叉操作,以生成一实验个体  $P_{nc} = (x'_1, x'_2, \dots, x'_m)$ 。

$$x'_j = \begin{cases} c_j & \text{rand}() < CR \\ x_j & \text{rand}() \geq CR \end{cases} \quad (2)$$

其中:rand() 为  $[0, 1]$  中的随机数; $j \in [1, m]$ ,  $m$  为变量个数。

为保证交叉产生的新解的可用性,在交叉操作完成后,检查交叉之后生成的所有个体之中是否有重复的个体。如果有,则随机产生新个体来替换重复个体,以保证产生新解的可用性。判断执行上述交叉操作生成的新个体  $P_i$  的可行性,并统计新生成个体的可行解总数目  $M_1$  与不可行解个体数目  $M_2$ ,可行个体与不可行个体分别存放于数组 IP、INP 中。

### 2.4 基于非支配解集的迁移操作

#### 2.4.1 非支配解集的构造

借鉴 NSGA II 算法,非支配解集  $P'$  的构造算法伪代码如下:

```

begin;
P' = {1}; //将当前可行解集中的第一个个体放入 P' 中
for each p ∈ P ∧ p ∉ P' //每次从可行进化群体 P 中取一个个体
    P' = P' ∪ {p}; //将个体 p 放入 P' 中(临时)
    for each q ∈ P' ∧ q ≠ p;
        //比较 p 与 P' 中其他个体 q 之间的支配关系
        if p > q, then P' = P' \ {q}; //若 p 支配 q, 则删除 q
        else if q > p, then P' = P' \ {p}; //若 q 支配 p, 则删除 p

```

随着进化继续,对非支配解集  $P'$  进行如下更新操作:将每一代种群的各个个体  $X_i$  经过 DE 变异、交叉产生的可行个体  $C_i$ , 将其与已有 Pareto 非支配解集  $P'$  中的每个个体进行比较。若  $C_i$  支配  $P'$  中的某些个体,则将被支配的个体从  $P'$  中删除,  $C_i$  加入到  $P'$  中;若  $C_i$  与  $P'$  中的个体不存在支配关系,则  $C_i$  为 Pareto 最优解,将其加入到  $P'$  中。

由于本文采用了双种群约束处理技术,为保证 Pareto 非支配最优解集中的所有个体均为可行解,因此只对每代群体中的可行种群执行上述非支配解集构造,即只有可行域的个体才允许进入外部精英存储器,而非可行域的个体不允许进入。

#### 2.4.2 基于非支配解集的迁移操作

对外部存档非支配解集  $P'$  中的每个非支配解个体进行迁移操作,其规模与  $P'$  中的 Pareto 优解的数目相同,每一个新解只是在其原解附近进行小变化,变异公式为  $X' = X \pm 0.1Le^{-u}$ 。其中: $L$  为变量取值范围; $u$  为一常量; $t$  为进化代数<sup>[14]</sup>。

判断执行迁移操作产生的新个体的可行性,并统计新生成个体的可行解总数目  $M_1$  与不可行解个体数目  $M_2$ ,再次将可行个体与不可行个体分别存放于数组 IP、INP 中。

基于非支配解集的迁移操作有以下优点:a) 这符合生物

进化中含有优良基因的非支配解个体有更多繁衍后代的机会,极大地提高了算法在有限时间的收敛速度;b)由于 DE 采用了基于 Pareto 非支配解的贪婪选择策略来解决 MOP 问题,因此 DE 通过最优个体保留策略在理论上保证了算法的收敛性,即保证了算法能够收敛于全局最优解;c)通过对 Pareto 优解的迁移操作不仅使 DE 算法更容易跳出局部最优,并且增加了可供选择操作的群体规模,这就等同于变相增加了群体规模,有效地提高了解集的多样性。

因此,基于非支配解集的迁移操作可同时提高算法的收敛速度和多样性。

## 2.5 选择操作

选择在原群体与新产生群体共同组成的群体中进行,但由于处理的是带约束的多目标优化问题,并且采用了基于双群体的约束处理技术,选择操作无法采用标准 DE 中基于贪婪策略的简单择优方式,因此,借鉴 NSGA II 中的 Pareto-based 排序和拥挤距离分选技术,对于可行群体与不可行群体采用不同策略来进行选择操作,以产生新一代的可行种群与不可行种群。

### 2.5.1 新可行解群的确定

若  $NF + M_1 \leq N_1$  (即原群体中的可行个体数 NF 与新产生的可行个体数  $M_1$  之和小于可行种群规模  $N_1$ ),则保留所有可行解作为下一代群体的新可行解群(以数组 PopF 保存,并更新  $NF = NF + M_1$ )。

若可行解数目  $NF + M_1 > N_1$ ,则选择前  $N_1$  个目标函数值较优的个体作为新的可行解群(以数组 PopF 保存)。其选择方法为:首先两两比较可行种群中的各个个体,如果存在两个个体  $X_i, X_j \in \text{PopF}$ ,满足  $F(X_i)$  Pareto 优于  $F(X_j)$ ,则将个体  $X_j$  删除;如果不存在,也就是说可行解集合 PopF 中任意两个个体所对应的目标向量都不可比较,则计算 PopF 中任意两个个体间的距离,随机删除具有最小拥挤距离的个体(采用欧氏距离,即各个子目标之间数值的平方和)。

### 2.5.2 新不可行解群的确定

若  $INF + M_2 \leq N_2$ ,则将原群体中的不可行个体与新产生的不可行个体共同组成新的不可行解种群,并更新  $INF = INF + M_2$ ;若  $INF + M_2 > N_2$ ,则保留较佳的前  $N_2$  个不可行个体。其选择方法为:计算原不可行种群 PopIF 与新不可种群组成的总不可行种群中任意两个个体的约束向量,如果存在两个个体  $X_i, X_j$ ,满足约束向量  $(C(X_i), N(X_i))$  Pareto 优于约束向量  $(C(X_j), N(X_j))$ ,则删除  $X_j$ ;如果不存在,则删除满足  $C(X_i) = \max_{X \in \text{PopIF}} C(X_i)$  的个体  $X_i$ 。直至保留  $N_2$  个不可行解。

## 3 数值仿真实验与分析

### 3.1 算法流程

该算法流程如图 1 所示。

a) 设置最大迭代次数、算法参数 CR、F 及可行种群与不可行种群规模  $N_1$  及  $N_2$ ,初始化非支配解集  $P'$ ,置当前迭代计数器  $t=1$ ;

b) 判断是否满足终止条件,满足则转 g),否则转 c);

c) 进行标准变异、交叉操作,生成新的群体;

d) 按前述方法进行基于非支配解集的迁移操作,生成新的群体;

e) 进行选择操作,生成新的可行群体与不可行群体;

f) 根据新生成的群体 PopF 更新非支配解集  $P'$ ,置  $t=t+1$ ,转 b);

g) 输出非支配解集  $P'$ 。

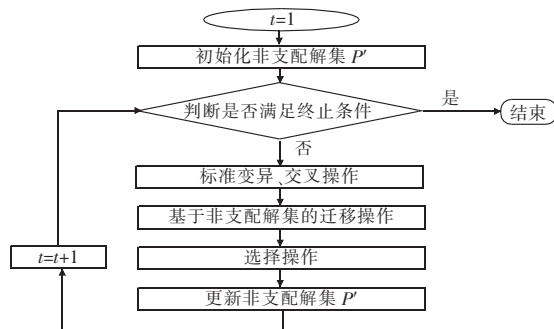


图 1 算法流程

### 3.2 算法性能评价标准

在评价多目标优化算法时,通常要考虑找到的非劣解集是否收敛于 Pareto 最优解集及这些非劣解是否均匀分布于整个均衡面上。本文采用 GD、S、D1<sub>R</sub> 三个指标来分别评价算法的收敛性、分布性以及收敛性和多样性的均衡性能。

1) GD (generational distance, GD)<sup>[17]</sup> 理想情况下,多目标优化进化算法的求解过程是一个不断逼近最优边、最终达到最优边界的过程,但在实际应用中,并不能保证找到真正的 Pareto 最优解,而是尽可能找到一个很好的近似解。GD 就是用来表示所求得的 Pareto 前沿与真实 Pareto 前沿之间的间隔距离,用来衡量算法的收敛性的,其值越小越好。其定义为

$$GD = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^p \right)^{1/p} \quad (3)$$

其中: $n$  是所求得 Pareto 前沿解的个数; $p=2$ ;  $d_i$  是所求得 Pareto 前沿中的个体  $i$  与真实 Pareto 前沿中最近个体之间的欧氏距离(在目标空间上)。

2) S (the metric of spacing)<sup>[19]</sup> 这是由 Schott 在 1995 年提出的一种衡量算法分布度的指标,其值越小,表明所求得点的分布均匀性越好;若  $S=0$ ,则表示 Pareto 前沿中所有解点呈均等分布。指标定义为

$$S = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2 \right]^{1/2} / \bar{d} \quad (4)$$

$$d_i = \min_j \left( \sum_{m=1}^M |f_m^i(x) - f_m^j(x)| \right) \quad (5)$$

其中: $n$  是所求得 Pareto 前沿解的个数; $d_i$  是所求得 Pareto 前沿中的个体  $i$  与真实 Pareto 前沿中最近个体之间的欧氏距离(在目标空间上); $M$  为目标维数(本文取  $M=2$ ); $m=1, 2, \dots, M$ ;  $\bar{d}$  是所有  $d_i$  的平均值; $i, j=1, 2, \dots, n$ 。

3) MS (maximum spread)<sup>[17]</sup> 这是由 Zitzler 等人在 2000 年提出,MS 的值越大,则意味着解在 Pareto 前沿的分散度越好。定义为

$$MS = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left[ \left( \max_{i=1}^n f_m^i - \min_{i=1}^n f_m^i \right) / \left( F_m^{\max} - F_m^{\min} \right) \right]^2} \quad (6)$$

其中: $n$  是所求得 Pareto 前沿解的个数; $M$  为目标维数(本文取  $M=2$ ); $m=1, 2, \dots, M$ ;  $f_m^i$  是第  $i$  个解个体的第  $m$  个目标; $F_m^{\max}$ 、 $F_m^{\min}$  分别是 Pareto 前沿中第  $m$  个目标的最大值和最小值。

4) D1<sub>R</sub><sup>[18]</sup> D1<sub>R</sub> 是同时衡量收敛性和分布性的指标,通过

将所得 Pareto 优解与一参考 Pareto 解集进行对比得到的结果。 $DI_R$  的值越小,则表明算法在收敛性和分布性上的平衡维持能力越好。

$$DI_R(A_j) = \frac{1}{|Z^*|} \sum_{y \in Z^*} \min \{d_{xy} | x \in A_j\} \quad (7)$$

$$d_{xy} = \sqrt{(f_1(x) - f_1(y))^2 + (f_2(x) - f_2(y))^2} \quad (8)$$

其中: $A_j$  是所求得 Pareto 解集, $Z^*$  和  $|Z^*|$  分别是 Pareto 参考解集及其所含解的个数。

### 3.3 数值仿真计算

为验证本文所提算法的有效性,选用表 1 所列五个带约束的 Benchmark 多目标约束优化问题来测试算法性能。为说明本文算法的效果,将其与标准 DE 进行比较,并采用相同的决策规模。参数设置如下: $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $F_4$ 、 $F_5$  的最大迭代次数分别为 60、40、40、20、200,缩放因子均取为  $F \in \text{rand}(0.3, 0.8)$ ,交叉概率均为  $CR \in \text{rand}(0.2, 0.6)$ 。两种算法各独立运行 15 次。由于真实 Pareto 最优集是未知的,故将两种算法所得的 Pareto 最优解集之并集的 Pareto 滤集作为真实 Pareto 最优解集。表 2 给出了所提改进 DE 与标准 DE 算法在解集的收敛性、分布性、均衡性、分散度和解的个数这五个指标的优化性能对比结果。

表 1 测试函数

| 函数    |                                           | 约束                                                                                       |
|-------|-------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| $F_1$ | $\min f_1(x) = x_1$                       | $x_1^2 + x_2^2 - 1 - 0.1 \cos(\arctan x_1/x_2) \geq 0$ ,                                 |
|       | $\min f_2(x) = x_2$                       | $(x_1 - 0.5)^2 + (x_2 - 0.5)^2 \leq 0.5$ ,<br>$0 \leq x_1 \leq \pi, 0 \leq x_2 \leq \pi$ |
| $F_2$ | $\min f_1(x) = -x_1^2 + x_2$              | $x_1 + x_2 - 13/2 \leq 0, x_1 + x_2 - 15/2 \leq 0$ ,                                     |
|       | $\min f_2(x) = 0.5x_1 + x_2 + 1$          | $5x_1 + x_2 - 30 \leq 0, 0 \leq x_1 \leq 7, 0 \leq x_2 \leq 7$                           |
| $F_3$ | $\min f_1(x) = x_1$                       | $-9x_1 - x_2 + 6 \leq 0, -9x_1 + x_2 + 1 \leq 0$ ,                                       |
|       | $\min f_2(x) = (x_2 + 1)/x_1$             | $0.1 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 5$                                                 |
| $F_4$ | $\min f_1(x) = 4x_1^2 + 4x_2^2$           | $-(x_1 - 8)^2 - (x_2 + 3)^2 + 7.7 \leq 0$ ,                                              |
|       | $\min f_2(x) = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2$ | $(x_1 - 5)^2 + x_2^2 - 25 \leq 0$ ,<br>$0 \leq x_1 \leq 5, 0 \leq x_2 \leq 3$            |
| $F_5$ | $\min f_1(x) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2$ | $x_1^2 + x_2^2 \leq 255, x_1 - 3x_2 + 10 \leq 0$ ,                                       |
|       | $\min f_2(x) = 9x_1 - (x_2 - 1)^2$        | $-20 \leq x_1 \leq 20, -20 \leq x_2 \leq 20$                                             |

表 2 两种不同算法的实验对比结果

| 平均值    | 算法    | $F_1$   | $F_2$   | $F_3$   | $F_4$   | $F_5$   |
|--------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 解的个数   | 文中算法  | 24.00   | 87.67   | 35.07   | 45.40   | 33.73   |
|        | 标准 DE | 2.60    | 35.67   | 5.17    | 17.07   | 15.04   |
| GD     | 文中算法  | 0.005 0 | 0.000 7 | 0.004 7 | 0.148 1 | 0.215 2 |
|        | 标准 DE | 0.010 7 | 0.004 3 | 0.010 2 | 0.218 8 | 0.639 4 |
| S      | 文中算法  | 0.005 6 | 0.152 5 | 0.039 4 | 0.938 9 | 0.012 7 |
|        | 标准 DE | 0.018 8 | 0.155 0 | 0.099 8 | 1.112 5 | 0.111 6 |
| MS     | 文中算法  | 1.001 8 | 0.998 6 | 0.995 6 | 0.992 4 | 0.794 5 |
|        | 标准 DE | 0.991 4 | 0.998 2 | 0.989 0 | 0.990 5 | 0.622 2 |
| $DI_R$ | 文中算法  | 0.007 1 | 0.109 4 | 0.029 0 | 0.567 5 | 0.228 3 |
|        | 标准 DE | 0.016 2 | 0.110 2 | 0.050 1 | 0.857 6 | 0.715 5 |

从表中实验结果可知,本文算法的收敛性、分布性、分散度、均衡性和解的个数这五个指标均优于标准 DE。

## 4 结束语

与其他改进的多目标优化 DE 算法相比,本文提出的精英保留和进化进程中非支配解集迁移操作的 DE 算法保持了 DE 算法的简洁性能,通过构建外部 Pareto 非支配解集以及基于此的迁移操作来同时增加非支配解的数目和质量,并且有助于 DE 跳出局部优点。用 Benchmarks 函数测试了所提算法的性能,仿真结果表明,与标准 DE 相比,本文改进 DE 算法快速而有效,克服了标准 DE 算法在求解多目标优化问题时非支配解

数目过少、易陷入局部极值的不足,在收敛速度和精度上均优于标准 DE,并且在解的多样性方面能够取得较好的优化效果。

### 参考文献:

- [1] 陈荣元,林立宇,王四春,等.数据同化框架下基于差分进化的遥感图像融合[J].自动化学报,2010,36(3):392-398.
- [2] LIAO T W. Two hybrid differential evolution algorithms for engineering design optimization[J]. *Applied Soft Computing*, 2010, 10(4): 1188-1199.
- [3] ANGIRA R, BABU B V. Optimization of process synthesis and design problems: a modified differential evolution approach[J]. *Chemical Engineering Science*, 2006, 61(14): 4707-4721.
- [4] 王凌,黄付卓,李灵坡.基于混合双种群差分进化的电力系统经济负荷分配[J].控制与决策,2009,24(8):1156-1160,1166.
- [5] JIANG Yong-ming, CHAPMAN N R, GERSTOFT P. Estimation of geoacoustic properties of marine sediment using a hybrid differential evolution inversion method[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2010, 35(1): 59-69.
- [6] OMRAN M G H, SALMAN A. Constrained optimization using CODEQ[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2009, 42(2): 662-668.
- [7] 苏海军,杨煜普,王宇嘉.微分进化算法的研究综述[J].系统工程与电子技术,2008,30(9):1793-1797.
- [8] SANTANA-QUINTERO L V, HEMÁNDEZ-DÍAZ A G, MOLINA J, et al. DEMORS: a hybrid multi-objective optimization algorithm using differential evolution and rough set theory for constrained problems[J]. *Computers & Operations Research*, 2010, 37(3): 470-480.
- [9] QIAN Wei-yi, LI A-jun. Adaptive differential evolution algorithm for multiobjective optimization problems[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 201(1-2): 431-440.
- [10] 孟红云,张小华,刘三阳.用于约束多目标优化问题的双群体差分进化算法[J].计算机学报,2008,31(2):228-235.
- [11] 牛大鹏,王福利,何大阔,等.多目标混沌差分进化算法[J].控制与决策,2009,24(3):361-364.
- [12] PAN Quan-ke, SUGANTHAN P N, WANG Ling, et al. A differential evolution algorithm with self-adapting strategy and control parameters[J]. *Computers & Operations Research*, 2011, 38(1): 394-408.
- [13] 吴亮红,王耀南,袁小芳,等.多目标优化问题的差分进化算法研究[J].湖南大学学报:自然科学版,2009,36(2):53-57.
- [14] 薛文涛,王强,吴晓蓓.基于特异性免疫策略的遗传算法及应用[J].系统仿真学报,2008,20(16):4315-4322.
- [15] ZHANG Chang-sheng, NING Jia-xu, LU Shuai, et al. A novel hybrid differential evolution and particle swarm optimization algorithm for unconstrained optimization[J]. *Operations Research Letters*, 2009, 37(2): 117-122.
- [16] LIU Pang-kai, WANG Feng-sheng. Hybrid differential evolution with geometric mean mutation in parameter estimation of bioreaction systems with large parameter search space[J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2009, 33(11): 1851-1860.
- [17] 吴亮红,王耀南,周少武,等.双群体伪并行差分进化算法研究及应用[J].控制理论与应用,2007,24(3):453-458.
- [18] 赵云涛,王京,宋勇,等.具有转换函数的均匀差分进化算法及性能分析[J].控制理论与应用,2009,29(9):1014-1018.
- [19] TAN K C, GOH C K, MAMUN A A, et al. An evolutionary artificial immune system for multi-objective optimization[J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 187(2): 371-392.
- [20] KNOWLES J D, CORNE D W. On metrics for comparing non-dominated sets[C]//Proc of International Congress on Evolutionary Computation Conference. New York: IEEE Press, 2002: 711-716.