随机路网多时段随机期望—超额用户均衡模型*

秦　娟[1,2]，张　锦[1]，吕　彪[2]

（1. 西南交通大学 交通运输与物流学院，成都 610031；2. 西南交通大学 峨眉校区，四川 峨眉 614202）

摘　要： 为更准确描述随机路网环境下出行者规避风险的择路行为，对期望—超额交通分配模型进行扩展，提出一种供应与需求双重不确定条件下多时段随机期望—超额用户平衡模型。在模型中，不仅同时考虑了行程时间随机变化条件下的可靠性和不可靠性，而且还考虑了出行者对行程时间的估计误差和需求的时变性。推导了需求服从对数正态分布和路段通行能力服从贝塔分布条件下期望—超额行程时间的解析表达式。以此为基础，建立起用等价变分不等式表示的平衡模型。研究结果表明：提出的模型是可行的、有效的；随着需求波动程度以及路段通行能力退化程度的提高，高峰时段和非高峰时段的期望最小理解期望—超额行程时间都将随之增大，部分高峰时段的出行者会转移至非高峰时段。

关键词： 交通工程；随机期望—超额用户平衡；变分不等式；交通分配；多时段需求；可靠性；不可靠性

中图分类号： U491.1　　**文献标志码：** A　　**文章编号：** 1001-3695(2014)04-1119-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2014.04.039

Multiple periods stochastic mean-excess user equilibrium model in stochastic network

QIN Juan[1,2], ZHANG Jin[1], LV Biao[2]

(1. *School of Transportation & Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu* 610031, *China*; 2. *School of Emei Branch, Southwest Jiaotong University, Emei Sichuan* 614202, *China*)

Abstract: In order to reflect travelers' risk aversive route choice behaviors in a more accurate manner in a stochastic road network, by means of extending the mean-excess traffic equilibrium model, this paper proposed a multiple periods stochastic mean-excess user equilibrium model with double uncertainty in supply and demand, in which both the reliability and the unreliability under travel time variability, and the effects of travelers' perception errors on travel time as well as the time-varying feature of traffic demand were taken into account simultaneously. Analytically expression of the mean-excess travel time when traffic demand followed log-normal distribution and link capacity followed Beta distribution was derived. Based on it, the equilibrium model was founded, in which the equilibrium conditions were formulated as an equivalent variational inequality problem. Results show that, the proposed model is valid and feasible; with the increase in demand variation level and degradation degree of link capacity, the mean minimum perceived mean-excess travel times in both peak period and off-peak period will become greater accordingly, as well as, part peak period travelers will shift to off-peak period.

Key words: traffic engineering; stochastic mean-excess user equilibrium; variational inequality; traffic assignment; multiple periods traffic demand; reliability; unreliability

0　引言

由于路段存在诸多不确定的因素——不确定的需求、随机退化的通行能力等，因此城市道路交通网络在本质上表现为具有随机性的网络。

一些实证性研究表明，绝大多数出行者对待行程时间的变化持悲观、保守的态度，不仅希望减少总的行程时间，而且也希望减少出行的风险。然而传统的用户平衡模型（user equilibrium, UE）忽略了随机因素的影响，将期望行程时间（expected travel time, ETT）作为出行者选择路径的依据，交通分配结果无法真实反映出行者的风险取向。为更真实反映随机路网环境下出行者的路径选择行为，一些新的交通分配模型被陆续提出来[1~8]。特别是文献[5]基于行程时间预算（travel time budget, TTB）的概念，提出了基于可靠性的用户平衡（reliability-based user equilibrium, RUE）模型。TTB 定义为在一定的可靠度下，出行者成功完成出行需要预算的最低行程时间。但有学者通过研究指出，随机路网环境下，应对可靠性和不可靠性同时进行考虑，才能较为确切地反映出行者的风险态度和选择路径的行为[9~11]。文献[9]提出了一种超预算期望交通均衡（MEUE）模型，将超预算期望出行时间作为出行者择路标准，反映了出行者在择路时对可靠性与不可靠性双因素的考虑，为研究随机路网环境下的交通分配问题提供了一种新的思路。但 MEUE 模型只是一个概念模型，对交通环境和出行者行为特性的描述还不够全面。为弥补文献[9]的不足，文献[10,11]对文献[9]进行了扩展，考虑了供需两方面的随机性、出行者类型的多样性以及出行者对出行时间的估计误差。

但文献[10,11]以某单一时段的交通流量分配作为研究对象，无法反映由于路网环境变化而引起的交通流量“迁移”

收稿日期： 2013-07-07；**修回日期：** 2013-08-18　　**基金项目：** 国家自然科学基金资助项目(51278429)

作者简介： 秦娟(1976-)，女，博士研究生，主要研究方向为城市交通分配及网络设计(maidou99@tom.com)；张锦(1962-)，男，教授，博士，主要研究方向为城市交通分配及网络设计；吕彪(1980-)，男，博士，主要研究方向为城市交通分配及网络设计.

现象。

鉴于此，为更全面、真实、准确地反映实际的交通环境，在文献[9~11]的基础上，本文提出一种随机路网环境下多时段随机超预算期望用户均衡模型。在模型中，明确考虑需求的时变性，假定出行者具有多个出行时段可供选择，重点研究由于路网随机条件变化而引起的交通流量“迁移”现象。

1 随机供需下的交通流量与出行时间

1.1 交通流量

若假定某个城市道路交通网络为 $G=(N,A)$，N 代表节点集合，A 代表路段集合。W 为 OD 对集合，R_w 为 OD 对 w 间非空路径集合。

通常情况下，OD 需求具有随机性，用随机变量 Q^w 表示 OD 对 w 间的交通需求量。由于 OD 需求不确定，因此路段、路径流量也是随机变量。用 F_k^w 表示 OD 对 w 间路径 k 上的交通流量，V_a 表示路段 a 上的交通流量。根据 OD 需求、路径流量、路段流量三者之间的关系可得

$$Q^w=\sum_{k\in R_w}F_k^w,w\in W \tag{1}$$

$$V_a=\sum_{w\in W}\sum_{k\in R_w}\delta_{ak}^wF_k^w,a\in A \tag{2}$$

$$F_k^w\geqslant 0,k\in R_w,w\in W \tag{3}$$

其中：δ_{ak}^w 表示路段—路径关联系数，如果 OD 对 w 间的路径 k 使用路段 a，$\delta_{ak}^w=1$，否则 $\delta_{ak}^w=0$。

令 q^w、v_a、f_k^w 分别表示 Q^w、V_a、F_k^w 的均值，根据式(1)~(3)可得

$$q^w=E(Q^w)=\sum_{k\in R_w}f_k^w,w\in W \tag{4}$$

$$v_a=E(V_a)=\sum_{w\in W}\sum_{k\in R_w}\delta_{ak}^wf_k^w,a\in A \tag{5}$$

$$f_k^w\geqslant 0,k\in R_w,w\in W \tag{6}$$

其中：$E(\cdot)$ 表示期望值算子。

进一步作如下假设：a)路径流量服从与 OD 需求相同的概率分布；b)路径流量的方差—均值比(variance to mean ratio，VMR)与对应的 OD 需求的 VMR 相等；c)路径流量之间相互独立。

假定 ε_q^w、$\varepsilon_f^{w,k}$、ε_v^a 分别表示 Q^w、F_k^w 和 V_a 的方差，根据假设 a)~c)可得

$$\varepsilon_q^w=\mathrm{Var}(Q^w)=q^w\ \mathrm{VMR}^w,w\in W \tag{7}$$

$$\varepsilon_f^{w,k}=\mathrm{Var}(F_k^w)=f_k^w\ \mathrm{VMR}^w,k\in R_w,w\in W \tag{8}$$

$$\varepsilon_v^a=\mathrm{Var}(V_a)=\sum_{w\in W}\sum_{k\in R_w}\delta_{ak}^w(f_k^w\ \mathrm{VMR}^w),a\in A \tag{9}$$

其中：$\mathrm{Var}(\cdot)$ 表示方差算子，$\mathrm{VMR}^w=\varepsilon_q^w/q^w$，表示 OD 对 w 间交通需求的方差—均值比。

1.2 出行时间

假定路段出行时间用 BPR(bureau of public roads)函数描述，其表达式为

$$T_a=T_a(V_a,C_a)=t_a^0(1+\beta(V_a/C_a)^n),a\in A \tag{10}$$

其中：T_a、t_a^0、V_a 和 C_a 分别表示路段 a 的实际出行时间(随机变量)、自由流出行时间、流量和通行能力；β 和 n 表示 BPR 函数参数。

假定 V_a 与 C_a 相互独立，则 T_a 的均值 t_a 和方差 ε_t^a 可分别表示为

$$t_a=E(T_a)=t_a^0+\beta t_a^0E((V_a)^n)E(1/(C_a)^n),a\in A \tag{11}$$

$$E((T_a)^2)=(t_a^0)^2+2\beta(t_a^0)^2E((V_a)^n)E(1/(C_a)^n)+(\beta t_a^0)^2E((V_a)^{2n})E(1/(C_a)^{2n}),a\in A \tag{12}$$

$$\varepsilon_t^a=\mathrm{Var}(T_a)=E((T_a)^2)-(E(T_a))^2,a\in A \tag{13}$$

假定 OD 需求为对数正态分布，依据假设 a)，路径流量亦服从对数正态分布，路段流量是由路径流量叠加而成，根据文献[12]路段流量还是服从对数正态分布，因此可得

$$E((V_a)^n)=\exp(n\mu_v^a+(n\sigma_v^a)^2/2) \tag{14}$$

$$E((V_a)^{2n})=\exp(2n\mu_v^a+(2n\sigma_v^a)^2/2) \tag{15}$$

其中：

$$\mu_v^a=\ln(v_a)-1/2\ \ln\ (1+\varepsilon_v^a/(v_a)^2),a\in A \tag{16}$$

$$\sigma_v^a=\sqrt{\ln\ (1+\varepsilon_v^a/(v_a)^2)},a\in A \tag{17}$$

将路段通行能力 C_a 表示为

$$C_a=c_a^{\max}\hat{C}_a,a\in A \tag{18}$$

其中：$c_a^{\max}$ 表示路段 a 的设计通行能力；$\hat{C}_a$ 为一随机变量，服从以 l 和 m 为参数的贝塔分布。$\hat{C}_a$ 的概率密度函数 $f_{\hat{C}_a}(x)$ 为

$$f_{\hat{C}_a}(x)=(\frac{1}{B(l,m)})x^{l-1}(1-x)^{m-1},0<x<1 \tag{19}$$

式中：$B(l,m)$ 为参数为 l 和 m 的贝塔函数。

根据式(18)(19)可得

$$E(1/(C_a)^n)=B(l-n,m)/(c_{a\max})^nB(l,m) \tag{20}$$

$$E(1/(C_a)^{2n})=B(l-2n,m)/(c_{a\max})^{2n}B(l,m) \tag{21}$$

在式(20)(21)中，为保证贝塔函数 $B(l-n,m)$ 和 $B(l-2n,m)$ 取值有意义，应保证 $l>2n$。

根据式(11)~(17)(20)(21)可得

$$E(T_a)=t_a^0+\beta t_a^0\left(\frac{B(l-n,m)}{(c_a^{\max})^nB(l,m)}\right)\left(\frac{\exp(n\mu_v^a+(n\sigma_v^a)^2)}{2}\right) \tag{22}$$

$$\mathrm{Var}(T_a)=(\beta t_a^0)^2\left(\begin{array}{l}\left(\dfrac{B(l-2n,m)}{(c_a^{\max})^{2n}B(l,m)}\right)\left(\dfrac{\exp(2n\mu_v^a+(2n\sigma_v^a)^2)}{2}\right)-\\ \left(\dfrac{B(l-n,m)}{(c_a^{\max})^nB(l,m)}\right)\left(\dfrac{\exp(n\mu_v^a+(n\sigma_v^a)^2)}{2}\right)^2\end{array}\right) \tag{23}$$

根据路段—路径之间的关联关系，路径出行时间 T_k^w 为

$$T_k^w=\sum_{a\in A}\delta_{ak}^wT_a,k\in R_w,w\in W \tag{24}$$

假定路段出行时间是彼此独立的，T_k^w 均值 t_k^w，方差 $\varepsilon_{k,t}^w$ 为

$$t_k^w=E(T_k^w)=\sum_{a\in A}\delta_{ak}^wE(T_a),k\in R_w,w\in W \tag{25}$$

$$\varepsilon_{k,t}^w=\mathrm{Var}(T_k^w)=\sum_{a\in A}\delta_{ak}^w\mathrm{Var}(T_a),k\in R_w,w\in W \tag{26}$$

路径由路段(假定彼此之间独立)组成，根据 Central Limit Theorem 理论，路径出行时间 T_k^w 服从 $N(t_k^w,\varepsilon_{k,t}^w)$ 分布。T_k^w 的概率密度函数 $f_{T_k^w}(x)$ 可表示为

$$f_{T_k^w}(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{k,t}^w}\exp\left(-\frac{(x-t_k^w)^2}{2(\sigma_{k,t}^w)^2}\right),-\infty<x<\infty \tag{27}$$

其中：$\sigma_{k,t}^w=\sqrt{\varepsilon_{k,t}^w}$。

2 多时段随机超预算期望用户均衡模型

2.1 超预算期望出行时间的定义

OD 对 w 间路径 k 上可靠度为 ω 的超预算期望出行时间 $\eta_k^w(\omega)$ 定义为 T_k^w 在大于出行时间预算 $\xi_k^w(\omega)$ 条件的期望[9]，即

$$\eta_k^w(\omega)=E(T_k^w|T_k^w>\xi_k^w(\omega)),k\in R_w,w\in W \tag{28}$$

其中：$\xi_k^w(\omega)$ 可以表示为[5]

$$\xi_k^w(\omega)=\min\{\xi|Pr(T_k^w\leqslant\xi)\geqslant\omega\}=E(T_k^w)+\gamma_k^w(\omega),k\in R_w,w\in W \tag{29}$$

式中：$\gamma_k^w(\omega)$ 表示缓冲时间。

若已知 T_k^w 的分布函数 $f_{T_k^w}(x)$ 时，式(28)可转换为[9]

$$\eta_k^w(\omega)=\int_{\xi_k^w(\omega)}^{\infty}\frac{xf_{T_k^w}(x)}{Pr(T_k^w\geqslant\xi_k^w(\omega))}\mathrm{d}x=\frac{1}{(1-\omega)}\int_{\xi_k^w(\omega)}^{\infty}xf_{T_k^w}(x)\mathrm{d}x,k\in R_w,w\in W \tag{30}$$

且可以将式(29)等价表示为[9]

$$\eta_k^w(\omega)=\xi_k^w(\omega)+E(T_k^w-\xi_k^w(\omega)\mid T_k^w\geqslant\xi_k^w(\omega)),k\in R_w,w\in W \quad (31)$$

根据式(31),$\eta_k^w(\omega)$由两部分组成,即路径的出行时间预算$\xi_k^w(\omega)$和超额时间$E(T_k^w-\xi_k^w(\omega)\mid T_k^w\geqslant\xi_k^w(\omega))$。将式(27)代入式(30)可得[9]

$$\eta_k^w(\omega)=\frac{1}{1-\omega}\int_{\xi_k^w(\omega)}^{\infty}\frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma_{k,t}^w}\exp\left(-\frac{(x-t_{k,t}^w)^2}{2(\sigma_{k,t}^w)^2}\right)\mathrm{d}x=\xi_k^w(\omega)+\left(\frac{\sigma_{k,t}^w}{\sqrt{2\pi}(1-\omega)}\exp\left(-\frac{(\Phi^{-1}(\omega))^2}{2}\right)-\Phi^{-1}(\omega)\sigma_{k,t}^w\right),k\in R_w,w\in W \quad (32)$$

其中:$\Phi^{-1}(\cdot)$为标准正态分布函数的逆函数,$\xi_k^w(\omega)$为出行时间预算[5]。

$$\xi_k^w(\omega)=t_k^w+\Phi^{-1}(\omega)\sigma_{k,t}^w,k\in R_w,w\in W \quad (33)$$

将式(33)代入式(32)可得

$$\eta_k^w(\omega)=t_k^w+\frac{\sigma_{k,t}^w}{\sqrt{2\pi}(1-\omega)}\exp\left(-\frac{(\Phi^{-1}(\omega))^2}{2}\right) \quad (34)$$

2.2 多时段随机超预算期望用户均衡模型

在随机路网环境下,OD 需求量的大小可能会受到路网不确定性条件的影响。例如,随着 OD 需求波动程度的增加和路段通行能力退化程度的加剧,超预算期望出行时间会增加,部分出行者可能会取消出行计划,还有部分出行者可能会改变出行计划(如选择其他时段出行)。换句话说,交通需求是具有时变性的。然而遗憾的是,单一时段的交通分配模型无法描述这种时变性。为克服这种缺陷,本文假定 OD 需求具有时间依赖性,即某一时段的 OD 需求不仅取决于本时段的路网状况,同时也受到其他可供选择时段路网状况的影响;此外,在现实环境中,出行者对出行时间存在估计偏差,因此,出行者只能依靠估计的出行时间来进行路径选择。

假定在时段 h OD 对 w 间的交通需求量 q_h^w 为

$$q_h^w=q_h^w(s^w)\leqslant q_{h,\max}^w,w\in W,h\in H \quad (35)$$

其中:H 表示时段集合;$q_{h,\max}^w$表示时段 h OD 对 w 间的潜在需求;s_h^w 表示时段 h OD 对 w 间的期望最小估计超预算期望出行时间;s^w 表示 OD 对 w 间所有时段的期望最小估计超预算期望出行时间的向量表示。假定出行者按照 Logit 模式选择路径,则 s_h^w 可以表示为

$$s_h^w=E[\min_{k\in R_w}\{H_{h,k}^w\}\mid\eta^w]=-\frac{1}{\theta}\ln\sum_{k\in R_w}\exp(-\theta\eta_{h,k}^w(\omega)),w\in W,h\in H \quad (36)$$

其中:θ 表示路径选择分离参数,其大小与出行者对出行时间的估计误差成反比;$H_{h,k}^w=\eta_{h,k}^w(\omega)-\frac{1}{\theta}\xi_k^w$ 表示出行者对时段 h OD 对 w 间路径 k 的估计超预算期望出行时间;ξ_k^w 表示出行者对 OD 对 w 间路径 k 上的超预算期望出行时间的估计误差(假定与时段无关),为独立同分布的 Gumbel 随机变量;$\eta_{h,k}^w(\omega)$表示时段 hOD 对 w 间路径 k 上的超预算期望出行时间;η^w 表示 OD 对 w 间所有时段的超预算期望出行时间的向量表示。

在每一个可供选择的出行时段,假定每一位道路使用者都试图减少自己的估计超预算期望出行时间,当所有道路使用者都没办法通过改变路径选择而减少自己的估计超预算期望出行时间时,称城市道路网络达到了多时段随机超预算期望用户均衡状态。多时段随机超预算期望用户均衡条件可表述为

$$f_{h,k}^w=p_{h,k}^w q_h^w,h\in H,k\in R^w,w\in W \quad (37)$$

其中:$f_{h,k}^w$表示时段 h OD 对 w 间路径 k 上的交通流量;q_h^w 表示时段 h OD 对 w 间的交通需求,由式(35)确定;$p_{h,k}^w$表示出行者在时段 h 选择 OD 对 w 间路径 k 的概率。在 Logit 路径选择模式下,其值可表示为[13]

$$p_{h,k}^w=\frac{\exp(-\theta\eta_k^w(\omega))}{\sum_{l\in R_w}\exp(-\theta\eta_l^w(\omega))},h\in H,k\in R_w,w\in W \quad (38)$$

式(38)表示的平衡条件可用下述等价的变分不等式模型来描述。

求 $f_{h,k}^{w*},q_h^{w*}\in\Omega$,使得

$$\sum_{h\in H}\sum_{w\in W}\sum_{k\in R_w}\left(\eta_{h,k}^{w*}(\omega)+\frac{1}{\theta}\ln\left(\frac{f_{h,k}^{w*}}{q_h^{w*}}\right)\right)(f_{h,k}^w-f_{h,k}^{w*})-\sum_{h\in H}\sum_{w\in W}D_{h,w}^{-1}(q^{w*})(q_h^w-q_h^{w*})\geqslant0,\forall f_{h,k}^w,q_h^w\in\Omega \quad (39a)$$

其中:带有上角标“*”的量表示变分不等式的解;$D_{h,w}^{-1}(\cdot)$表示需求函数的逆函数;q^{w*} 表示由$\{q_h^{w*},h\in H\}$组成的列向量;Ω 表示可行集,由下式确定:

$$q_h^w=\sum_{k\in R_w}f_{h,k}^w,h\in H,w\in W \quad (39b)$$

$$f_{h,k}^w\geqslant0,h\in H,k\in R_w,w\in W \quad (39c)$$

$$q_h^w\geqslant0,h\in H,w\in W \quad (39d)$$

可运用投影收缩法[14]来求解式(39)确定的变分不等式。

3 算例分析

简单而不失一般性,文中采用如图 1 所示的算例网络,在该 OD 对(起讫点为 1 ~ 4)中,包括 4 个节点、5 条路段并形成 3 条路径,按照编号序列可将形成的路径表示如下:1→2→4,1→2→3→4,1→3→4。

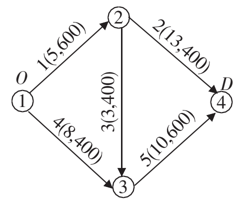

图 1　算例网络

相关参数:BPR 函数的参数 $\beta=0.15,n=4$;路段通行能力的分布参数 $l=30,m=10$;可靠度 $\omega=0.80$;路径选择分离参数 $\theta=1.0,H=\{1,2\}$,其中,$h=1$ 表示高峰时段,$h=2$ 表示非高峰时段。假定高峰时段需求 q_1^{14} 和非高峰期需求 q_2^{14} 分别由式(40)(41)确定:

$$q_1^{14}=q_{1,\max}^{14}-\gamma_{11}s_1^{14}+\gamma_{12}s_2^{14} \quad (40)$$

$$q_2^{14}=q_{2,\max}^{14}+\gamma_{21}s_1^{14}-\gamma_{22}s_2^{14} \quad (41)$$

其中:$q_{1,\max}^{14}$、$q_{2,\max}^{14}$分别表示 OD 对(1,4)高峰与非高峰时段的潜在需求;s_1^{14}、s_2^{14} 分别代表 OD 对(1,4)高峰时段及非高峰时段期望最小估计超预算期望出行时间;γ_{11}、γ_{12}、γ_{21}、γ_{22}表示需求灵敏度参数。不失一般性和合理性,上述需求函数参数应满足下列假设条件:

a) $q_{1,\max}^{14}>q_{2,\max}^{14}>0$,即高峰时段的潜在需求应大于非高峰时段。

b) γ_{11}、γ_{12}、γ_{21}、γ_{22}均大于 0,即随着本时段期望最小估计超预算期望出行时间的增加,本时段的 OD 需求量应减少;而随着其他时段期望最小估计超预算期望出行时间的增加,本时段的 OD 需求应增加。

c) $\gamma_{11}>\gamma_{12},\gamma_{22}>\gamma_{21}$,即本时段期望最小估计超预算期望出行时间对本时段 OD 需求量的影响要高于其他时段期望最小估计超预算期望出行时间对本时段 OD 需求量的影响。

根据上述假设,假定需求函数参数如表1所示,为简化表示,分别用MEUE和SMEUE表示多时段超预算期望用户均衡模型和多时段随机超预算期望用户均衡模型;用METT和 s_h^{14} 表示超预算期望出行时间和期望最小估计超预算期望出行时间。

表1　需求函数参数

$q_{1,\max}^{14}/(\mathrm{veh\cdot h^{-1}})$	$q_{1,\max}^{14}/(\mathrm{veh\cdot h^{-1}})$	γ_{11}	γ_{12}	γ_{21}	γ_{22}
1 500	800	10	5	4	8

分别使用MEUE和SMEUE模型时的配流结果,数据表明此配流结果是正确的:在模型MEUE和SMEUE下,不论时段是高峰还是非高峰状态,在均衡状态,路径出行阻抗相同,路径流量总和与*OD*需求量相等。如表2所示。

表2　基于不同用户的均衡模型下配流结果比较

模型名称	时间段	*OD*需求/(veh·h⁻¹)	路径	路径流量/(veh·h⁻¹)	METT/min	s_h^{14}/min
MEUE	高峰段	1 177.86	1	453.06	43.86	42.76
			2	283.99	43.86	
			3	440.81	43.86	
	非高峰段	789.07	1	303.13	23.30	22.20
			2	190.93	23.30	
			3	295.01	23.30	
SMEUE	高峰段	1 181.06	1	452.67	44.03	43.07
			2	289.66	44.47	
			3	438.73	44.06	
	非高峰段	793.50	1	300.31	23.32	22.35
			2	205.33	23.70	
			3	287.86	23.36	

当时段可分为高峰与非高峰两种状态时,随着*OD*需求波动程度与路段通行能力退化程度加深,期望最小估计超预算期望出行时间将随之增大。此外,观察表3还可以发现,路段通行能力退化对期望最小估计超预算期望出行时间的影响比*OD*需求波动对期望最小估计超预算期望出行时间的影响更加显著,如表3所示。

表3　随机供需对期望最小估计超预算期望出行时间影响

时段	VMR	贝塔分布参数			
		$l=90,m=10$	$l=60,m=10$	$l=30,m=10$	$l=10,m=10$
高峰段	0.5	30.11	32.80	42.79	112.88
	1.0	30.43	33.09	43.07	113.35
	1.5	30.72	33.37	43.33	113.81
	2.0	30.98	33.63	43.60	114.28
非高峰段	0.5	18.64	19.21	22.21	74.59
	1.0	18.73	19.31	22.35	75.06
	1.5	18.81	19.40	22.48	75.53
	2.0	18.88	19.48	22.61	76.00

随着路网随机条件增强,在高峰时段,*OD*需求量呈单调下降趋势,而非高峰时段却是起伏变化的。这是因为根据式(40)(41)和需求函数参数满足的假设条件,某一时段的*OD*需求量由本时段和其他可供选择时段的期望最小估计超预算期望出行时间共同决定,但以本时段期望最小估计超预算期望出行时间变化为主。随着路网不确定性增强,尽管高峰时段和非高峰时段的期望最小估计超预算期望出行时间都单调增加,但高峰时段的增加程度比非高峰时段显著,综合作用下,高峰时段的*OD*需求单调减少,而非高峰时段*OD*需求起伏变化。这种起伏变化说明,由于路网的不确定性条件加强,部分高峰时段的出行者会"迁移"至非高峰时段。显然,单时段交通分配模型无法反映这种"迁移"现象,如表4所示。

4　结束语

1)采用多时段随机超预算期望用户均衡模型进行交通分配是可行的。

2)无论是高峰时段还是非高峰时段,随着*OD*需求波动程度和路段通行能力退化程度的加剧,期望最小估计超预算期望出行时间都将随之增大。

3)随着*OD*需求波动程度和路段通行能力退化程度的加剧,在高峰时段,*OD*需求量呈单调下降趋势,而非高峰时段却是起伏变化的,说明随着路网不确定性条件的加强,部分高峰时段的出行者会"迁移"至非高峰时段。

表4　随机供需条件对交通需求量的影响

时段	VMR	贝塔分布参数			
		$l=90,m=10$	$l=60,m=10$	$l=30,m=10$	$l=10,m=10$
高峰段	0.5	1 292.12	1 268.11	1 183.11	744.12
	1.0	1 289.35	1 265.63	1 181.06	741.82
	1.5	1 286.89	1 263.32	1 179.06	739.51
	2.0	1 284.63	1 261.14	1 177.08	737.19
非高峰段	0.5	771.28	777.47	793.49	654.79
	1.0	771.87	777.89	793.50	652.92
	1.5	772.38	778.28	793.50	651.03
	2.0	772.85	778.65	793.50	649.13

参考文献:

[1] CHEN A, YANG Hai, LO H K, *et al*. Capacity reliability of a road network: an assessment methodology and numerical results[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2002, 36(3): 225-252.

[2] LO H K, TUNG Y K. Network with degradable links: capacity analysis and design[J]. Transportation Research Part B, 2003, 37(4): 345-363.

[3] 刘海旭,蒲云. 基于行程质量的随机用户平衡分配模型[J]. 中国公路学报, 2004, 17(4): 93-95.

[4] 刘海旭,卜雷,蒲云. 随机路网的行程时间可靠性[J]. 土木工程学报, 2004, 37(8): 102-105.

[5] LO H K, LUO X W, SIU B W Y. Degradable transport network: travel time budget of travelers with heterogeneous risk aversion[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2006, 40(9): 792-806.

[6] SHAO Hu, LAM W H K, TAM M L. A reliability-based stochastic traffic assignment model for network with multiple user classes under uncertainty in demand[J]. Networks and Spatial Economics, 2006, 6(3-4): 173-204.

[7] SIU B W Y, LO H K. Doubly uncertain transportation network: degradable capacity and stochastic demand[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 191(1): 166-181.

[8] WATLING D. User equilibrium traffic network assignment with stochastic travel times and late arrival penalty[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 175(3): 1539-1556.

[9] CHEN A, ZHOU Zhong. The α-reliable mean-excess traffic equilibrium model with stochastic travel times[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2010, 44(4): 493-513.

[10] 吕彪,蒲云,刘海旭. 供需不确定条件下的预算—超额用户平衡模型[J]. 中国公路学报, 2012, 25(2): 113-120.

[11] 吕彪,蒲云,刘海旭. 多用户类型弹性需求随机超预算期望用户均衡模型[J]. 西南交通大学学报, 2012, 47(3): 516-525.

[12] FENTON L F. The sum of log-normal probability distribution in scatter transmission system[J]. IEEE Trans on Communications Systems, 1960, 8(1): 57-67.

[13] 黄海军. 城市交通网络平衡分析:理论与实践[M]. 北京:人民交通出版社, 1994: 179-190.

[14] CHEN A, LO H K, YANG Hai. A self-adaptive projection and contraction algorithm for the traffic assignment problem with path-specific costs[J]. European Journal of Operational Research, 2001, 135(1): 27-41.