

具有随机耦合强度两个复杂网络的自适应同步

聂瑞兴, 孙志毅, 王健安

(太原科技大学 电子信息工程学院, 太原 030024)

摘要: 探究当耦合强度不是常数而是随机变化时,两个不同复杂网络是否能够达到同步。假设耦合强度满足正态分布,在随机耦合强度的数学期望和网络拓扑结构分别已知和未知的情况下,设计合适的非线性自适应控制器使得两个网络获得同步。与假定耦合强度是一个确定值的研究成果相比,该结论更具有一般性。数值仿真表明了该方法的可行性和有效性。

关键词: 复杂网络; 同步; 随机耦合强度; 自适应控制

中图分类号: TP393.06 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2014)04-1047-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2014.04.022

Adaptive synchronization between two complex networks with random coupling strength

NIE Rui-xing, SUN Zhi-yi, WANG Jian-an

(School of Electronics Information Engineering, Taiyuan University of Science & Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: This paper explored two different complex networks whether could achieve synchronization when the coupling strength was not constant, but random changes. This paper assumed the random coupling strengths were to satisfy normal distribution. In the case of mathematical exceptions of random coupling strengths and topological of the network were known and unknown respectively, it designed a simple nonlinear adaptive controller to achieve the synchronization between these two networks. Compared with the research findings which assume the coupling strength is certain value, the conclusion of this paper is more general. Numerical simulations demonstrate the feasibility and effectiveness of the proposed methods.

Key words: complex network; synchronization; random coupling strength; adaptive control

由于许多实际系统都可采用网络模型进行描述,因此,复杂网络已成为不同科学领域中学者们研究的热点问题^[1-4]。复杂网络的同步不仅可以用来解释许多的物理现象,而且有着广泛的潜在应用价值,因而网络同步问题备受研究者的关注^[5-10]。随着研究的深入,各种不同的控制方法被用于网络同步的研究中,如自适应控制^[11]、脉冲控制^[12]、耗散控制^[13]和牵制控制^[14,15]等,这些极大地丰富了网络同步的研究成果。耦合强度对于网络同步的研究有很大的影响,大的耦合强度有利于同步,而耦合强度太小的话,网络很难实现同步。在有关同步的研究中,网络的耦合强度通常都假设为常数,这是非常保守的。文献[16]假设网络的耦合强度存在一个上界,基于自适应控制方法研究了其同步问题。文献[17]指出,由于环境等因素的影响,耦合时滞和耦合强度有可能在一定范围内随机变化,而且由于伯努利分布和正态分布等随机变量的概率特性可以通过一些统计方法获得,因此研究具有随机耦合强度和依照一定概率分布的耦合时滞的网络同步具有重要意义。最近,网络同步形式也从网络内同步拓宽到网络外同步。从本质上说,复杂网络的内同步是一个集体行为,需要考虑的是各个节点的最终状态一致性问题;而网络外同步研究的则是两个网络之间的同步问题,其同步行为既有完全同步^[18-20],也有投影同步^[21-23]和广义同步^[24-26]等。然而,这些有关网络外同步的研究成果都是假设网络的耦合强度是一个确定值,与随机耦合强度相比,具有一定的保守性。

基于上述讨论,本文研究具有随机耦合强度的两个不同复杂网络之间的同步问题。这里假设所考虑的耦合强度满足正态分布。当耦合强度的数学期望信息和网络拓扑结构已知时,通过设计简单的非线性自适应控制器使得两个网络获得同步;当耦合强度的数学期望信息未知时,设计不同的非线性自适应控制器分别实现了网络结构已知和未知时的两个网络实现同步。

1 网络模型与预备条件

考虑由 N 个相同节点构成的耦合复杂动态网络,其模型为

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = f(\mathbf{x}_i(t)) + c_1(t) \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbf{x}_j(t) \quad i=1,2,\dots,N \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n$ 是第 i 个节点的状态变量; $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 是光滑向量函数; $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$ 表示单个节点的动态方程; $c_1(t)$ 代表网络节点之间的随机耦合强度。 $\mathbf{A} = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 是常数耦合配置矩阵,满足如下条件:如果节点 i 和 $j(i \neq j)$ 之间有连接,则 $a_{ij} > 0$,否则 $a_{ij} = 0$,且对角元素 $a_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij} (i=1,2,\dots,N)$ 。

基于混沌同步中驱动—响应的概念,本文将式(1)视为驱动网络,下面给出对应的响应网络模型:

$$\dot{\mathbf{y}}_i(t) = f(\mathbf{y}_i(t)) + c_2(t) \sum_{j=1}^N b_{ij} \mathbf{y}_j(t) + \mathbf{u}_i \quad i=1,2,\dots,N \quad (2)$$

其中: $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^n$ 是第 i 个节点的状态变量; $\mathbf{B} = (b_{ij}) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 是常数耦合配置矩阵,其定义如驱动网络的耦合矩阵 $\mathbf{A}$; $c_2(t)$ 代表

收稿日期: 2013-05-31; 修回日期: 2013-07-02

作者简介: 聂瑞兴(1988-),男,山西阳泉人,硕士研究生,主要研究方向为智能控制理论与应用(ruixing110120@163.com);孙志毅(1959-),男,教授,博士,主要研究方向为智能控制及应用;王健安(1984-),男,副教授,博士,主要研究方向为混沌系统和复杂网络的同步。

网络节点之间的耦合强度; u_i 是所需要设计的同步控制器。

在本文中,假设 $c_i(t)$ ($i=1,2$) 的几乎全部值满足 $c_i(t) \in (\sigma_i, \rho_i)$, 这里 $0 < \sigma_i < \rho_i$ 。此时, $\text{Prob}\{c_i(t) \in (\sigma_i, \rho_i)\} = 1$, 但是这并不意味着网络的最小耦合强度和最大耦合强度就是 σ_i 和 ρ_i , 只是表明 $\text{Prob}\{c_i(t) < \sigma_i\} = 0$ 和 $\text{Prob}\{c_i(t) > \rho_i\} = 0$, $c_i(t)$ 的最小值可能非常小, 最大值可能非常大。这与以往文献中假设网络的耦合强度为一个常数有着很大的区别。

定义同步误差 $e_i(t) = y_i(t) - x_i(t)$, 本文的主要目的是设计合适的非线性控制器 u_i , 使得具有随机耦合强度的驱动响应网络式(1)和(2)实现均方同步, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} E\{e_i(t)\} = 0, i = 1, 2, \dots, N$ 。为研究问题方便, 需要如下的假设条件。

假设 1 随机耦合强度 $c_i(t)$ ($i=1,2$) 的数学期望和方差分别为 $E\{c_i(t)\} = c_{i0}$ 和 $E\{(c_i(t) - c_{i0})^2\} = \delta_i^2$, 这里的 c_{i0} 和 δ_i 是非负常数。

假设 2 对于任意的 $x \in \mathbb{R}^n$ 和 $y \in \mathbb{R}^n$, 存在正常数 L , 满足 $\|f(y) - f(x)\| \leq L\|y - x\|$ (3)

2 自适应同步控制器设计

首先, 根据同步误差的定义, 借助于假设 1 的有关耦合强度的数学期望信息, 则有如下的误差动态方程:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) = & f(y_i(t)) - f(x_i(t)) + c_2(t) \sum_{j=1}^N b_{ij} y_j(t) - c_1(t) \sum_{j=1}^N a_{ij} x_j(t) + u_i = \\ & f(y_i(t)) - f(x_i(t)) + c_2(t) \sum_{j=1}^N b_{ij} y_j(t) - c_1(t) \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) + \\ & c_{10} \sum_{j=1}^N a_{ij} e_j(t) + (c_1(t) - c_{10}) \sum_{j=1}^N a_{ij} e_j(t) + u_i \end{aligned} \quad (4)$$

为考虑问题方便, 首先假设随机耦合强度 $c_i(t)$ ($i=1,2$) 的数学期望是已知的, 且耦合矩阵 A 和 B 也是已知的, 为实现网络式(1)和(2)的同步, 设计如下的控制器:

$$u_i = -d_i e_i(t) + c_{10} \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) - c_{20} \sum_{j=1}^N b_{ij} y_j(t) \quad (5)$$

$$\dot{d}_i = q_i e_i^T(t) e_i(t) \quad (6)$$

这里 q_i 是任意的正常数, $i=1,2,\dots,N$ 。

在上述控制器的作用下, 式(4)可以改写为

$$\begin{aligned} \dot{e}_i = & f(y_i(t)) - f(x_i(t)) + (c_{10} - c_1(t)) \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) + \\ & c_{10} \sum_{j=1}^N a_{ij} e_j(t) + (c_1(t) - c_{10}) \sum_{j=1}^N a_{ij} e_j(t) - d_i e_i(t) \end{aligned} \quad (7)$$

选择如下的 Lyapunov 函数:

$$V(t, e(t)) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T(t) e_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2q_i} (d_i - d)^2 \quad (8)$$

其中: d 是一待定的正常数。

令 L 为随机过程的无穷小算子, 将 $V(t)$ 沿式(7)求导, 同时运用假设 2, 有

$$\begin{aligned} E\{LV(t, e(t))\} = & \sum_{i=1}^N e_i^T(t) [f(y_i(t)) - f(x_i(t)) + c_{10} \sum_{j=1}^N a_{ij} e_j(t)] - \\ & \sum_{i=1}^N d_i e_i^T(t) e_i(t) + \sum_{i=1}^N (d_i - d) e_i^T(t) e_i(t) \leq \\ & (L - d) \sum_{i=1}^N e_i^T(t) e_i(t) + c_{10} \sum_{i,j=1}^N a_{ij} e_i^T(t) e_j(t) = \\ & (L - d) e^T(t) e(t) + c_{10} e^T(t) (A \otimes I_n) e(t) = e^T(t) Q e(t) \end{aligned} \quad (9)$$

式中: $Q = (L - d) I_{Nn} + c_{10} (A \otimes I_n)$, $e(t) = (e_1^T(t), e_2^T(t), \dots, e_N^T(t))^T$ 。如果取 $d = L + c_{10} \lambda_{\max}(A) + 1$, 则 $E\{LV(t, e(t))\} \leq 0$, 这就意味着 $\lim_{t \rightarrow \infty} E\{e_i(t)\} = 0, i = 1, 2, \dots, N$ 。于是, 有如下的网络外同步准则。

定理 1 如果驱动网络式(1)和响应网络式(2)的耦合矩阵及随机耦合强度 $c_i(t)$ 的数学期望都已知, 则在控制器式(5)和(6)的作用下可使这两个网络获得均方同步。

定理 1 给出了驱动网络式(1)和响应网络式(2)实现外同步的一个准则, 但是需要预先知道网络的耦合矩阵和随机耦合强度的信息, 从这点来说是比较苛刻的。下面讨论网络的耦合强度信息未知时的网络外同步准则。

如果驱动网络式(1)和响应网络式(2)的耦合矩阵已知, 但网络的耦合强度信息未知, 为实现网络外同步, 可设计如下的控制器:

$$u_i = -d_i e_i(t) + \hat{c}_1 \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) - \hat{c}_2 \sum_{j=1}^N b_{ij} y_j(t) \quad (10)$$

$$\dot{\hat{c}}_1 = - \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) \quad (11)$$

$$\dot{\hat{c}}_2 = \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \sum_{j=1}^N b_{ij} y_j(t) \quad (12)$$

$$\dot{d}_i = q_i e_i^T(t) e_i(t) \quad (13)$$

这里 q_i 是任意的正常数, $i=1,2,\dots,N$ 。

在上述控制器的作用下, 有如下的误差动态方程:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) = & f(y_i(t)) - f(x_i(t)) + (\hat{c}_1 - c_{10}) \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) + \\ & (c_{10} - c_1(t)) \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) - (\hat{c}_2 - c_{20}) \sum_{j=1}^N b_{ij} y_j(t) - \\ & (c_{20} - c_2(t)) \sum_{j=1}^N b_{ij} y_j(t) + c_{10} \sum_{j=1}^N a_{ij} e_j(t) + \\ & (c_1(t) - c_{10}) \sum_{j=1}^N a_{ij} e_j(t) - d_i e_i(t) \end{aligned} \quad (14)$$

选择如下的 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V(t, e(t)) = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T(t) e_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2q_i} (d_i - d)^2 + \\ & \frac{1}{2} (\hat{c}_1 - c_{10})^2 + \frac{1}{2} (\hat{c}_2 - c_{20})^2 \end{aligned} \quad (15)$$

其中: d 是一待定的正常数。

将 $V(t, e(t))$ 沿误差系统式(14)求导, 有

$$\begin{aligned} E\{LV(t, e(t))\} = & \sum_{i=1}^N e_i^T(t) [f(y_i(t)) - f(x_i(t)) + c_{10} \sum_{j=1}^N a_{ij} e_j(t) + \\ & (\hat{c}_1 - c_{10}) \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) - (\hat{c}_2 - c_{20}) \sum_{j=1}^N b_{ij} y_j(t)] - \sum_{i=1}^N d_i e_i^T(t) e_i(t) + \\ & \sum_{i=1}^N (d_i - d) e_i^T(t) e_i(t) - \sum_{i=1}^N (\hat{c}_1 - c_{10}) e_i^T(t) \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) + \\ & \sum_{i=1}^N (\hat{c}_2 - c_{20}) e_i^T(t) \sum_{j=1}^N b_{ij} y_j(t) \end{aligned} \quad (16)$$

余下的分析过程同定理 1, 尽管随机耦合强度 $c_i(t)$ 的数学期望未知, 但其为一个固有值, 故存在足够大的 d 使得 $E\{LV(t, e(t))\} \leq 0$, 这就意味着驱动网络和响应网络获得同步。

定理 2 如果驱动网络式(1)和响应网络式(2)的耦合矩阵已知, 但随机耦合强度 $c_i(t)$ 的数学期望未知, 则在控制器式(10)~(13)的作用下可使这两个网络获得均方同步。

作为定理 2 的一种简单情形, 考虑驱动网络和响应网络的耦合矩阵相同但网络的耦合强度信息未知, 为实现网络式(1)和(2)的同步, 设计如下的控制器:

$$u_i = -d_i(t) e_i(t) - \hat{c} \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) \quad (17)$$

$$\dot{\hat{c}} = \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) \quad (18)$$

$$\dot{d}_i = q_i e_i^T(t) e_i(t) \quad (19)$$

这里 q_i 是任意的正常数, $i=1,2,\dots,N$ 。

在上述控制器的作用下, 有如下的误差动态方程

$$\begin{aligned} \dot{e}_i = & f(y_i(t)) - f(x_i(t)) - (\hat{c} + c_1(t) - c_2(t)) \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) + \\ & c_{10} \sum_{j=1}^N a_{ij} e_j(t) + (c_1(t) - c_{10}) \sum_{j=1}^N a_{ij} e_j(t) - d_i e_i(t) = \\ & f(y_i(t)) - f(x_i(t)) - (\hat{c} - (c_{20} - c_{10})) \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) + \\ & (c_{10} - c_1(t) - c_{20} + c_2(t)) \sum_{j=1}^N a_{ij} y_j(t) + \end{aligned}$$

$$c_{10} \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbf{e}_j(t) + (c_1(t) - c_{10}) \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbf{e}_j(t) - d_i \mathbf{e}_i(t) \quad (20)$$

选择如下的 Lyapunov 函数:

$$V(t, \mathbf{e}(t)) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \mathbf{e}_i^T(t) \mathbf{e}_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2q_i} (d_i - d)^2 + \frac{1}{2} (\hat{c} - (c_{20} - c_{10}))^2 \quad (21)$$

其中: d 是一待定的正常数。类似于定理 1 和 2 的分析过程, 有如下推论。

推论 1 如果驱动网络式(1)和响应网络式(2)的耦合矩阵已知且相等, 但随机耦合强度 $c_i(t)$ 的数学期望未知, 则在控制器式(17)~(19)的作用下可使这两个网络获得均方同步。

接下来, 进一步考虑网络的耦合强度的数学期望信息未知且网络的耦合矩阵也未知时的外同步问题。此时, 有如下的误差动态方程:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_i(t) = & f(\mathbf{y}_i(t)) - f(\mathbf{x}_i(t)) + \sum_{j=1}^N (\hat{a}_{ij} + \hat{b}_{ij}) \mathbf{y}_j(t) + \\ & (c_{10} - c_1(t)) \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbf{y}_j(t) + (c_2(t) - c_{20}) \sum_{j=1}^N b_{ij} \mathbf{y}_j(t) + \\ & c_{10} \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbf{e}_j(t) + (c_1(t) - c_{10}) \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbf{e}_j(t) + \mathbf{u}_i \end{aligned} \quad (22)$$

这里, $\hat{a}_{ij} = c_{10} a_{ij}$; $\hat{b}_{ij} = c_{20} b_{ij}$ 。

为实现网络式(1)和(2)的同步, 设计如下的控制器:

$$\mathbf{u}_i = -d_i \mathbf{e}_i(t) - \sum_{j=1}^N h_{ij} \mathbf{y}_j(t) \quad (23)$$

$$\dot{\mathbf{h}}_{ij} = \mathbf{e}_i^T(t) \mathbf{y}_j(t) \quad (24)$$

$$\dot{d}_i = q_i \mathbf{e}_i^T(t) \mathbf{e}_i(t) \quad (25)$$

这里 q_i 是任意的正常数, $i = 1, 2, \dots, N$ 。

选择如下的 Lyapunov 函数:

$$V(t, \mathbf{e}(t)) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \mathbf{e}_i^T(t) \mathbf{e}_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2q_i} (d_i - d)^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (h_{ij} - (\hat{a}_{ij} + \hat{b}_{ij}))^2 \quad (26)$$

其中: d 是一待定的正常数。利用类似于定理 1 和 2 的分析过程有如下定理。

定理 3 如果驱动网络式(1)和响应网络式(2)的耦合矩阵和随机耦合强度 $c_i(t)$ 的数学期望信息全部未知, 则在控制器式(23)~(25)的作用下可使这两个网络实现均方同步。

注: 文中所给出的几个网络同步准则都有其各自的适用范围。定理 1 的条件最为苛刻, 需要已知网络的耦合矩阵和随机耦合强度的信息; 在网络耦合强度信息未知的情况下, 定理 2 和 3 分别针对是否已知网络拓扑结构信息给出不同的同步准则, 与定理 1 相比, 所需要的已知信息更少, 更有利于实际应用。虽然定理 3 几乎不需要网络的任何信息就可以实现网络之间的同步, 但是其相应的控制器形式较为复杂, 控制变量个数大为增加, 这主要是由于对网络信息的不了解所造成的。

3 数值仿真

假设驱动网络和响应网络的节点是 Lorenz 混沌系统, 其

动态方程为 $f(\mathbf{x}_i) = \begin{pmatrix} a(x_{i2} - x_{i1}) \\ cx_{i1} - x_{i2} - x_{i1}x_{i3} \\ -bx_{i3} + x_{i1}x_{i2} \end{pmatrix}$ 。其中: $a = 10$ 、 $b = 8/3$ 、 $c = 28$ 。根据文献[15]可知 Lorenz 系统满足假设 2。

假设驱动网络和响应网络的随机耦合强度 $c_1(t)$ 和 $c_2(t)$ 均满足正态分布, 相应的数学期望和方差分别为 $c_{10} = 10$ 、 $c_{20} = 2$ 、 $\delta_1 = 0.5$ 、 $\delta_2 = 0.25$ 。根据正态分布的特性可知, 几乎所有的 $c_1(t)$ 满足 $c_1(t) \in (c_{10} - 3\delta_1, c_{10} + 3\delta_1)$, 即 $c_1(t) \in (8.5, 11.5)$,

$c_2(t) \in (1.25, 2.75)$ 。随机耦合强度 $c_1(t)$ 和 $c_2(t)$ 的示意图如图 1 和 2 所示。下面, 在三种情形下分析以 Lorenz 系统为节点的两个网络的外同步问题。

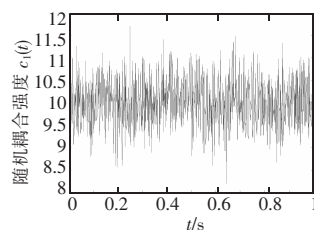


图 1 随机耦合强度 $c_1(t)$

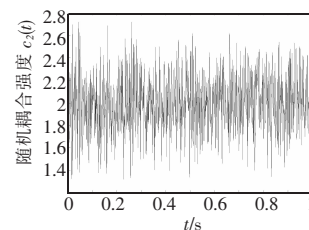


图 2 随机耦合强度 $c_2(t)$

a) 随机耦合强度信息已知, 耦合矩阵信息已知。假设网络式(1)是含有 10 个节点的星型网络, 网络式(2)是含有 10 个节点的环型网络, 则相应的耦合矩阵分别为

$$A = \begin{pmatrix} -10 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & -1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & -1 \end{pmatrix}_{10 \times 10} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & -2 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & -2 \end{pmatrix}_{10 \times 10}$$

根据定理 1 可知这两个网络获得同步。在仿真中, 选择相应的初始值为 $\mathbf{x}_i(0) = (0.1 + 0.3i, 0.2 + 0.3i, 0.3 + 0.3i)^T$, $\mathbf{y}_i(0) = (1.6 + 0.3i, 1.7 + 0.3i, 1.8 + 0.3i)^T$, $q_i = 5$, $k_i(0) = 3.5 + 0.1i$, $1 \leq i, j \leq 5$ 。这两个网络之间的同步误差曲线如图 3 所示。很明显, 所设计的控制器使得具有已知随机耦合强度信息和耦合矩阵信息的两个网络实现了同步。

b) 随机耦合强度信息未知, 耦合矩阵信息已知。假设网络式(1)是含有 20 个节点的无标度网络, 网络式(2)是含有 20 个节点的环型网络。根据定理 2 可知这两个网络获得同步。仿真中的初始值如第一种情形, 且 $\hat{c}_i(0) = (7, 8)^T$ 。数值仿真如图 4 所示, 所设计的控制器使得具有未知随机耦合强度信息和已知耦合矩阵信息的两个网络实现了同步。

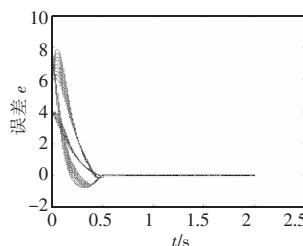


图 3 第一种情形时的同步误差曲线

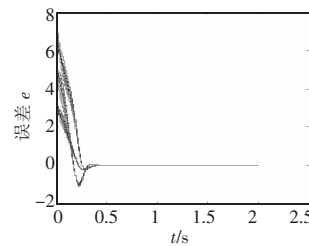


图 4 第二种情形时的同步误差曲线

c) 随机耦合强度信息未知, 耦合矩阵未知。假设网络式(1)是含有 30 个节点的小世界网络, 网络式(2)是含有 30 个节点的无标度网络。根据定理 3 可知这两个网络获得同步。仿真中的初始值如第一种情形且 $h_{ij}(0) = 5 + 0.5i + 0.5j$ 。数值仿真如图 5 所示, 所设计的控制器使得具有未知随机耦合强度信息和耦合矩阵信息的两个网络实现了同步。

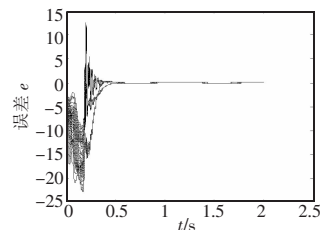


图 5 第三种情形时的同步误差曲线

4 结束语

本文研究了具有随机耦合强度的两个不同复杂网络的同步

问题,这里的耦合强度假设满足正态分布。当耦合强度的数学期望信息和网络拓扑结构已知时,设计非线性自适应控制器使得两个网络获得同步。当耦合强度的数学期望信息未知时,设计不同的非线性自适应控制器分别实现了网络结构已知和未知时的两个网络实现同步。仿真算例表明了该方法的有效性。

参考文献:

- [1] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of small-world networks[J]. *Nature*, 1998, 393(6684): 440-442.
- [2] ALBERT R, JEONG H, BARABAI A L. Internet diameter of the World Wide Web[J]. *Nature*, 1999, 401(6749): 130-131.
- [3] NEWMAN M E J, STROGATZ S H, WATTS D J. Random graphs with arbitrary degree distributions and their applications[J]. *Physical Review E*, 2001, 64(2): 026118.
- [4] RAVASZ E, BARABAI A L. Hierarchical organization in complex networks[J]. *Physical Review E*, 2003, 67(2): 026112.
- [5] WANG Xiao-fan, CHEN Guan-rong. Synchronization in scale-free dynamical networks: robustness and fragility[J]. *IEEE Trans on Circuits Systems*, 2002, 49(1): 54-62.
- [6] 黄金源, 张宁, 肖仰华. 基于拷贝模型的复杂网络鲁棒性研究[J]. *计算机应用研究*, 2010, 27(4): 1403-1406.
- [7] LIU Hui, LU Jun-an, LV Jin-hu, et al. Structure identification of uncertain general complex dynamical networks with time delay[J]. *Automatica*, 2009, 45(8): 1799-1807.
- [8] WU Xiao-qun. Synchronization-based topology identification of weighted general complex dynamical networks with time-varying coupling delay[J]. *Physica A*, 2008, 387(4): 997-1008.
- [9] 朱廷祥, 吴晔, 肖井华. 一种有效的提高复杂网络同步能力的自适应方法[J]. *物理学报*, 2012, 61(4): 040502.
- [10] 梁义, 王兴元. 节点含时滞的具有零和非零时滞耦合的复杂网络混沌同步[J]. *物理学报*, 2013, 62(1): 018901.
- [11] ZHOU Jin, LU Jun-an, LV Jin-hu. Adaptive synchronization of an uncertain complex dynamical network[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2006, 51(4): 652-656.
- [12] CAI Shui-ming, ZHOU Jin, XIANG Lan, et al. Robust impulsive synchronization of complex delayed dynamical networks[J]. *Physics Letters A*, 2008, 372(30): 4990-4995.
- [13] YAO Jing, WANG Hua-o, GUAN Zhi-hong, et al. Passive stability and synchronization of complex spatiotemporal switching networks with coupling delay[J]. *Automatica*, 2009, 45(7): 1721-1728.
- [14] YU Wen-wu, CHEN Guan-rong, LV Jin-hu. On pinning synchronization of complex dynamical networks[J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 429-435.
- [15] ZHOU Jin, LU Jun-an, LV Jin-hu. Pinning adaptive synchronization of a general complex dynamical network[J]. *Automatica*, 2008, 44(4): 996-1003.
- [16] WANG Jin-hua, LI Xiao-wen. Reactive coupling effects on amplitude death of coupled limit-cycle systems[J]. *Chinese Physics Letters*, 2009, 26(3): 030505.
- [17] WANG GUAN-jun, CAO Jin-de, LU Jian-quan. Outer synchronization between two nonidentical networks with circumstance noise[J]. *Physica A*, 2010, 389(7): 1480-1488.
- [18] TANG Hong-wu, CHENG Liang, LU Jun-an, et al. Adaptive synchronization between two complex networks with nonidentical topological structures[J]. *Physica A*, 2008, 387(22): 5623-5630.
- [19] CHEN Jian-rui, JIAO Li-cheng, WU Jian-she, et al. Adaptive synchronization between two different complex networks works with time-varying delay coupling[J]. *Chinese Physics Letters*, 2009, 26(6): 060505.
- [20] ZHANG Meng, LV Ling, LV Na, et al. Chaos synchronization between complex networks with uncertain structures and unknown parameters[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(22): 220508.
- [21] HU Man-feng, YANG Yong-qing, XU Zhen-yuan, et al. Projective synchronization in drive-response dynamical networks[J]. *Physica A*, 2007, 381(15): 457-466.
- [22] SUN Mei, ZENG Chang-yan, TIAN Li-xin. Generalized projective synchronization between two complex networks with time-varying coupling delay[J]. *Chinese Physics Letters*, 2009, 26(1): 010501.
- [23] ZHENG Song, BI Qin-sheng, CAI Guo-liang. Adaptive projective synchronization in complex networks with time-varying coupling delay[J]. *Physics Letters A*, 2009, 373(17): 1553-1559.
- [24] 李涛, 蔡国梁. 不同阶混沌系统的函数延迟投影同步研究[J]. *计算机应用研究*, 2011, 28(1): 326-328.
- [25] 王健安. 时变时滞耦合两个不同复杂网络的自适应广义同步[J]. *物理学报*, 2012, 61(2): 020509.
- [26] WU Xiao-qun, ZHENG Wei-xing, ZHOU Jin. Generalized outer synchronization between complex dynamical networks[J]. *Chaos*, 2009, 19(1): 013109.

(上接第1034页)

参考文献:

- [1] GUARDIOLA X, DIAZ-GUILERA A, PEREZ C J, et al. Modeling diffusion of innovations in a social network[J]. *Physical Review E*, 2002, 66(2): 026121.
- [2] LIU Jian-guo, WANG Zhong-tuo, DANG Yan-zhong. Random evolving networks under the diameter and average connectivity constraint[J]. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 2007, 16(1): 107-112.
- [3] 黄彪, 谭良, 欧阳晨星, 等. 无尺度网络下具有免疫特征的僵尸网络传播模型[J]. *计算机应用研究*, 2012, 29(3): 1028-1031.
- [4] STROGATZ S H. Exploring complex networks[J]. *Nature*, 2001, 410(6825): 268-276.
- [5] ALBERT R, BARABÁSI A L. Statistical mechanics of complex networks[J]. *Reviews of modern physics*, 2002, 74(1): 47.
- [6] 谢斐, 张昊, 陈超. 无标度网络中边权重对传播的影响[J]. *计算机应用研究*, 2013, 30(1): 238-240.
- [7] DALEY D J, KENDALL D G. Epidemics and rumours[J]. *Nature*, 1964, 204(4963): 1118.
- [8] 张芳, 司光亚, 罗批. 谣言传播模型研究综述[J]. *复杂系统与复杂性科学*, 2009, 6(004): 1-11.
- [9] ZANETTE D H. Critical behavior of propagation on small-world networks[J]. *Physical Review E*, 2001, 64(5): 050901.
- [10] ZANETTE D H. Dynamics of rumor propagation on small-world networks[J]. *Physical Review E*, 2002, 65(4): 041908.
- [11] NEKOVEE M, MORENO Y, BIANCONI G, et al. Theory of rumour spreading in complex social networks[J]. *Statistical Mechanics and its Applications*, 2007, 374(1): 457-470.
- [12] ISHAM V, HARDER S, NEKOVEE M. Stochastic epidemics and rumours on finite random networks[J]. *Physica A*, 2010, 389(3): 561-576.
- [13] 李建勋, 解建仓, 姜仁贵, 等. 不良行为在团队网络中传播的动力学仿真及实例研究[J]. *计算机应用与软件*, 2012, 29(6): 57-60.
- [14] 刘常星, 胡晓峰, 司光亚. 舆论涌现模型研究[J]. *复杂系统与复杂性科学*, 2007, 4(1): 22-27.
- [15] 陈晓剑, 刘智, 曾瑶. 基于小世界理论的公共危机信息传播网络调控研究[J]. *情报理论与实践*, 2010, 33(5): 80-84.
- [16] 潘灶烽, 汪小帆, 李翔. 可变聚类系数无标度网络上的谣言传播仿真研究[J]. *系统仿真学报*, 2006, 18(8): 2346-2348.