

基于扩散距离和 MDS 的非刚性模型相似性分析*

吴维勇^a, 王英惠^b

(九江学院 a. 艺术学院; b. 机械与材料工程学院, 江西 九江 332005)

摘要: 在非刚性模型相似性分析方法中, 基于测地距离的等距嵌入方法对模型拓扑变化非常敏感, 对于有局部拓扑变化的完全相似的模型也无法得到正确结果。为了弥补这一不足, 提高非刚性模型相似性分析的准确性, 将扩散距离与多维尺度分析(MDS)相结合, 计算非刚性模型的等距嵌入模型, 再利用迭代最近点(ICP)算法通过计算嵌入模型的相似性来实现原始非刚性模型的相似性分析。实例证明该方法对含有拓扑变化的非刚性模型可以得到理想的相似性分析结果。

关键词: 非刚性模型; 相似性; 扩散距离; 多维尺度分析

中图分类号: TP391.41

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2014)02-0605-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2014.02.069

Approach of similarity analysis for non-rigid models combining diffusion distance with MDS

WU Wei-yong^a, WANG Ying-hui^b

(a. School of Art, b. School of Mechanical & Material Engineering, Jiujiang University, Jiujiang Jiangxi 332005, China)

Abstract: Among the similarity analysis methods for the non-rigid models, ones based on geodesic distances are quite sensitive to topology noise and can be problematic in cases where object's topology is changed locally. In order to solve the problem, this paper proposed a new method based on diffusion distance. It combined diffusion distance with multidimensional scale (MDS) method to compute embedding models in isometric way, and then, used iterative closest point (ICP) method to compute the similarity of embedded models, which was considered as the similarity of original non-rigid models. The method was tested on some examples. The results show that the new method is stable and robust to non-rigid models with local topological changes.

Key words: non-rigid models; similarity; diffusion distance; multidimensional scale(MDS)

0 引言

三维模型相似性分析是模型检索的核心内容。目前, 基于内容的刚性模型检索研究比较深入, 已提出了很多方法。近年来对非刚性模型的检索研究也逐渐成为一个研究的热点, 因为非刚性模型在现实世界中更为普遍, 研究基于内容的非刚性模型检索具有更高的实际应用价值。在 2010 年 SHREC^[1] 中, 有三个小组参与了非刚性模型检索方法测试, 而在 2011 年 SHREC^[2] 中有九个小组进行了测试。

刚性模型相似性分析通常是利用形体的视觉相似性或称为外在相似性, 通过一定的距离测度来比较模型相似性。常用的方法是迭代最近点 ICP^[3] 算法。非刚性模型相似性分析需要利用模型内在相似性, 通常是将一定的测度结构嵌入到低维欧式空间, 得到原有模型的嵌入模型, 再利用刚性模型相似性分析方法计算嵌入模型的相似性来实现原有模型的相似性比较。

Jain 等人^[4] 利用网格各顶点的测地距离构造关系矩阵, 然后通过谱嵌入技术实现非刚性模型的对应关系计算。Elad 等人^[5] 采用等距变换思想, 通过计算原有模型各点的测地距离, 利用多维尺度分析(MDS)方法将原有模型嵌入到欧式空间,

实现变形模型的相似性分析。模型外在相似性对模型变形非常敏感, 而通过空间嵌入获得的内在相似性对模型局部拓扑结构变化非常敏感。为了克服以上不足, Bronstein 等人^[6] 混合使用内在与外在相似性测度来提高模型分析的准确性, 但该方法对包含局部拓扑变化的变形模型无法得到理想结果。

为了克服变形模型局部拓扑变化的影响, 本文提出采用扩散距离来构造模型关系矩阵, 然后利用 MDS 方法获得嵌入模型, 对获得的嵌入模型利用 ICP 方法计算其相似性, 实现对原始模型的相似性分析。

1 扩散距离

Coifman 等人^[7] 给出了扩散距离的概念。对于包含 N 个数据点的几何形体, 定义 $N \times N$ 关系函数:

$$\tilde{p}(x, y) = p(x, y) \left(\frac{v(x)}{v(y)} \right)^{1/2}$$

其中: $p(x, y) = \frac{k(x, y)}{v(x)}$, $v(x) = \sum_i k(x, y)$ 。

以上定义中, $N \times N$ 矩阵 $\tilde{P} = (\tilde{p}(x, y))$ 可以看做是在形体上随机游走(random walk)的转换矩阵, 其中, $\tilde{p}(x, y)$ 是从点 x 到点 y 经过一次转换的概率。根据随机游走公式, 从点 x 到点

收稿日期: 2013-04-07; 修回日期: 2013-05-13 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61262039, 60863012)

作者简介: 吴维勇(1972-), 男, 辽宁抚顺人, 教授, 博士, 主要研究方向为计算机图形学(wwy@jju.edu.cn); 王英惠(1973-), 女, 江苏无锡人, 教授, 博士, 主要研究方向为 CAD/CAM。

y 的 m 次转换的概率为矩阵 P 的 m 次方。对矩阵 P 进行特征值分解,扩散距离可计算为

$$d_m(x, y) = (\sum_{l=1}^m \lambda_l^{2m} (\psi_l(x) - \psi_l(y))^2)^{1/2}$$

其中: $\lambda_0^2 = 1 \geq \lambda_1^2 \geq \lambda_2^2 \geq \dots \geq \lambda_N^2$ 为矩阵 P 的特征值, ψ_l 是对应的特征向量。

扩散距离可以看做是通过有限步随机游走,从一个点到达另一个点的概率。扩散距离是连接两点的所有路径的平均值,随着扩散步骤的增加,扩散距离增强对拓扑噪声的抵抗性。

图 1(a) 为原始模型,在 3DS Max 中对模型图 1(a) 双手处进行顶点焊接,改变模型的局部拓扑结构,得到模型图 1(b) (图中圆圈标志拓扑变化部分)。用上述方法计算扩散距离,并采用下面介绍的 MDS 方法计算嵌入模型。经过一步扩散得到模型图 1(c) 和 (d),可以看出局部拓扑变化对嵌入模型是有影响的。增加扩散步骤,从第二步扩散模型开始,局部拓扑变化对嵌入模型的影响变得很小,模型失去了视觉保型性,但这不影响利用嵌入模型分析形体的相似性。从图 1(e) ~ (h) 可以看出,二步扩散嵌入模型既有很强的抗拓扑噪声的特性,又保持了一定的视觉形态,所以本文采用二步扩散来计算嵌入模型。

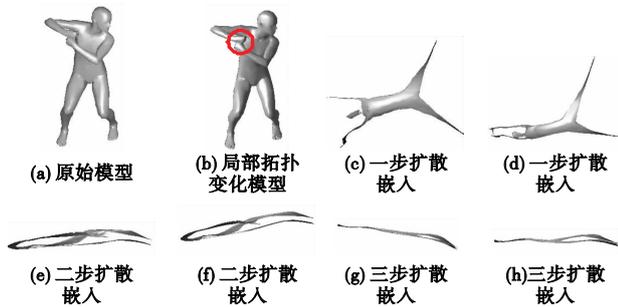


图 1 扩散步骤对嵌入模型的影响

2 多维尺度分析(MDS)

多维尺度分析通常用于将高维度复杂数据的维度缩减,一般是在一定的测度空间计算高维数据的距离矩阵,然后通过等距变换将距离矩阵嵌入到低维欧式空间中。假设点集 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 为模型 X 的采样点, σ_2 为变形度量,寻求最小变形将点集嵌入到 R^m ($m < N$) 空间:

$$\sigma_2(Z; D_X) = \sum_{i>j} |d_{ij}(Z) - d_X(x_i, x_j)|^2$$

其中: $D_X = (d_X(x_i, x_j))$ 是一个 $N \times N$ 测地距离矩阵; $d_{ij}(Z)$ 表示嵌入模型上第 i 个与第 j 个点之间的欧式距离; $d_{R^m}(z_i, z_j) = \|z_i - z_j\|_2$ 。求解上述嵌入坐标归结为非线性最小二乘问题:

$$Z^* = \underset{Z \in R^{N \times m}}{\operatorname{argmin}} \sigma_2(Z)$$

以上问题被称为多维尺度分析,常用算法为 SMACOF^[8] 算法。目前提出多种 MDS 方法,Agarwal 等人^[9] 提出了统一 MDS 计算框架,通过定义不同的距离计算以及误差计算方法,可实现不同的 MDS 计算方法。该方法具有实现简单且运行效率高等特点。本文在 Agarwal 的方法中通过定义 L_2 误差测度来计算嵌入模型。

在图 2 中有两个相似模型,其中一个在手部发生局部拓扑变化(图中圆圈部分),分别采用测地距离和扩散距离计算了 MDS 嵌入模型。从图中可以看出,测地距离对拓扑变化非常敏感,而扩散距离对拓扑噪声有很强的抵抗特性。



图 2 基于测地距离和扩散距离的 MDS 嵌入模型比较

3 相似性测度

在计算得到原始模型的嵌入模型后,采用迭代最近点(ICP)算法,通过计算嵌入模型的相似性来获得原始模型的相似性。对于模型 X 和 Y ,本文采用下列公式计算两个模型的相似度:

$$d(Y, X) = \sum_{y \in Y} d^2(y, X)$$

其中: $d^2(y, X) = \min_{x \in X} \|x - y\|_2^2 = \|x^* - y\|_2^2$ 。由于 ICP 算法对模型初始位置比较敏感,为了提高 ICP 算法的精度,首先对嵌入模型采用 PCA 进行预处理,确定两个嵌入模型的初始位置,然后再用 ICP 算法进行匹配。

图 3(a) 为输入模型。分别利用扩散距离和测地距离计算嵌入模型后,计算图 3(a) 与 (b) ~ (f) 模型的相似误差,其中模型(c)发生局部拓扑变化(圆圈部分)。从柱状图统计结果可以看出,基于扩散距离的方法有很强的适应性,而测地距离方法由于对拓扑噪声很敏感,使得相似误差比较大。

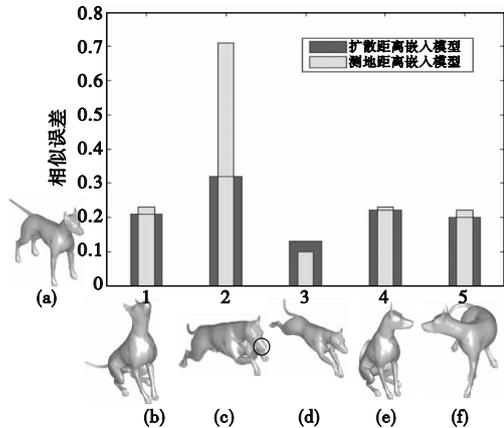


图 3 模型相似误差比较

4 算法实现

对于复杂模型其包含的顶点数量往往很大且含有噪声,为了提高效率,首先采用 Garland 等人^[10] 提出的 QEM 方法对模型进行化简,在保持模型原有特征的基础上,尽量减少顶点数量,以加快后续算法的速度。本文实例皆取顶点 1 000 ~ 2 000 个。在进行扩散距离计算时发现,扩散距离一般都非常小。为了便于计算和进行相似性比较,将扩散距离、测地距离以及相似性误差都进行归一化处理。图 3 中的相似性误差为归一化结果。

本文在 MATLAB 中实现了上述算法,针对不同顶点数量模型,表1中给出了算法各个部分的运行时间。计算机系统配置为 Intel i5-3470 CPU@3.2 GHz,4 GB 内存,32 位 Windows 7.0 操作系统。

表1 算法运行时间统计

原始模型	15 768 个顶点	
	1 000 个顶点	2 000 个顶点
模型化简时间/s	0.076 8	0.077 1
计算扩散距离时间/s	0.339 2	1.297 3
计算嵌入模型时间/s	3.145 0	9.875 8
ICP 相似度计算时间/s	2.246 0	5.800 3

5 结束语

本文将扩散距离与 MDS 算法相结合,构造非刚性模型的嵌入模型,进而实现模型的相似性分析。实例证明本算法对变形模型有很强的适应能力,尤其是对含有局部拓扑变化的模型,测试结果明显优于基于测地距离的算法。但随着模型顶点数量的增加,本文算法效率并不理想。下一步将研究基于 GPU 的并行算法,改善本算法的运行效率以及处理复杂模型的能力。

致谢 文中使用的 3D 模型来自于 TOSCA^[11]。

参考文献:

[1] LIAN Z, GODIL A, FABRY T, *et al.* SHREC'10 track: non-rigid

3D shape retrieval[C]//Proc of the 3rd Eurographics Conference on 3D Object Retrieval, Aire-la-Ville; Eurographics Association, 2010: 101-108.

- [2] LIAN Z, GODIL A, BUSTOS B, *et al.* SHREC'11 track: shape retrieval on non-rigid 3D watertight meshes[C]//Proc of the 4th Eurographics Workshop on 3D Object Retrieval. Aire-la-Ville; Eurographics Association, 2011: 79-88.
- [3] BESL P J, MCKAY N D. A method for registration of 3D shapes[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(2): 239-256.
- [4] JAIN V, ZHANG Hao, Van KAICK O. Non-rigid spectral correspondence of triangle meshes[J]. *International Journal on Shape Modeling*, 2007, 13(1): 101-124.
- [5] ELAD A, KIMMEL R. On bending invariant signatures for surfaces [J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003, 25(10): 1285-1295.
- [6] BRONSTEIN A M, BRONSTEIN M M, KIMMEL R. Rock, paper, and scissors: extrinsic vs. intrinsic similarity of non-rigid shapes [C]//Proc of the 11th IEEE International Conference on Computer Vision. 2007: 1-6.
- [7] COIFMAN R R, LAFON S. Diffusion maps [J]. *Application of Computing Harmonic Analysis*, 2006, 21(1): 5-30.
- [8] BRONSTEIN A M, BRONSTEIN M M, KIMMEL R. Numerical geometry of non-rigid shapes[M]. [S.l.]: Springer, 2008: 143-146.
- [9] AGARWAL A, PHILLIPS J M, VENKATASUBRAMANIAN S. Universal multi-dimensional scaling[C]//Proc of the 16th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. New York: ACM Press, 2010: 1149-1158.
- [10] GARLAND M, HECKBERT P. Surface simplification using quadric error metrics[C]//Proc of the 24th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. 1997: 209-216.
- [11] TOSCA[EB/OL]. http://tosca.cs.technion.ac.il/book/resources_data.html.

(上接第 592 页)计算中的一种新工具。值得指出的是,三次样条的构造过程中应尽量利用插值点的数据,避免因利用与插值点数据无关的外部附加条件而对样条插值产生不必要的影响。研究分析伪逆解法对于三次样条构造新方法的开发具有很好的借鉴和应用意义。

参考文献:

[1] KOKES J, NGHIE N B. Using constrained cubic spline instead of natural cubic spline to eliminate overshoot and undershoot in Hilbert Huang transform[C]//Proc of the 13th International Carpathian Control Conference. 2012: 300-306.

[2] JOHN H M, KURTIS D F. 数值方法(MATLAB 版)[M]. 周璐, 陈渝, 钱方, 等译. 4 版. 北京: 电子工业出版社, 2009.

[3] 周凯汀, 郑力新, 林福泳. 周期 B 样条基函数系数的并行算法[J]. *计算机应用*, 2011, 31(7): 1800-1803.

[4] 孙立铸, 刘扬, 赵强. 具有任意自由度的 B 样条非均匀细分[J]. *计算机应用研究*, 2011, 28(5): 1972-1974.

[5] 徐欣, 武仲科, 周明全, 等. 基于球 B 样条的 3D 人物角色建模与动画[J]. *计算机应用*, 2009, 29(8): 2053-2055, 2086.

[6] TIAN Meng, BIAN Qiu-ju. A rational cubic spline interpolation and its application[C]//Proc of International Conference on Digital Manufacturing & Automation. 2012: 96-99.

[7] 赖舜勇, 吴学礼, 汪国平. G^2 三次 Hermite 样条曲线形状的交互修改[J]. *计算机应用研究*, 2004, 21(10): 106-109.

- [8] DAVOR P. Causal cubic splines: formulations, interpolation properties and implementations[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2008, 56(11): 5442-5453.
- [9] 朱春钢, 李彩云, 王仁宏. 异度隐函数样条曲线曲面[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2009, 21(7): 930-935.
- [10] DUAN Qi, DJIDJELI K, PRICE W G, *et al.* Weighted rational cubic spline interpolation and its application[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2000, 117(2): 121-135.
- [11] 王松桂, 杨振海. 广义逆矩阵及其应用[M]. 北京: 北京工业大学出版社, 1996.
- [12] DAVID C H. Accuracy of pseudo-inverse covariance learning: a random matrix theory analysis[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2011, 33(7): 1470-1481.
- [13] 隆昌菊. 伪逆矩阵与线性方程组[J]. *重庆职业技术学院学报*, 2006, 15(6): 158-159.
- [14] LAYTON J B. Efficient direct computation of the pseudo-inverse and its gradient[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1997, 40(22): 4211-4223.
- [15] 张雨浓, 曲璐, 陈俊维, 等. 多输入 Sigmoid 激励函数神经网络权值与结构确定法[J]. *计算机应用研究*, 2012, 29(11): 4413-4416, 4151.
- [16] 张雨浓, 劳稳超, 余晓填, 等. 两输入幂激励前向神经网络权值与结构确定[J]. *计算机工程与应用*, 2012, 48(15): 102-106, 122.
- [17] 周杰. 矩阵分析及应用[M]. 成都: 四川大学出版社, 2008.