

基于随机惯性权重的简化粒子群优化算法*

赵志刚, 黄树运, 王伟倩

(广西大学 计算机与电子信息学院, 南宁 530004)

摘要: 针对标准粒子群优化算法易出现早熟收敛、搜索速度慢及寻优精度低等缺陷, 提出一种基于随机惯性权重的简化粒子群优化算法。算法采用去除速度项的粒子群简化结构, 通过随机分布的方式获取惯性权重提高新算法的局部搜索和全局搜索能力, 并且学习因子采用异步变化的策略来改善粒子的学习能力。考虑到个体之间的相互影响关系, 每个粒子的个体极值用所有粒子个体极值的平均值代替。通过几个典型测试函数仿真及 F-检验结果表明, 提出的算法在搜索速度、收敛精度、鲁棒性方面较已有改进算法有了显著提高, 并且具有摆脱陷入局部最优解的能力。

关键词: 粒子群优化算法; 简化粒子群; 惯性权重; 学习因子; 随机分布; 异步变化

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2014)02-0361-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2014.02.010

Simplified particle swarm optimization algorithm based on stochastic inertia weight

ZHAO Zhi-gang, HUANG Shu-yun, WANG Wei-qian

(College of Computer & Electronics Information, Guangxi University, Nanning 530004, China)

Abstract: This paper proposed a new particle swarm optimization (PSO) algorithm based on two aspects of improvement in standard PSO to avoid the problems about premature convergence and low precision. It applied the iteration formula of PSO based on the simple PSO which removes the velocity parameter. As two important factors in PSO, it determined inertia weight using stochastic variable, and learning factor was using asynchronous change strategy, to enhance the balance of global and local search of algorithm. Taking into account the interactive relationship among all particles, it replaced the personal best value of each by the mean value of them. Through several typical test functions simulation and F-test results show that the proposed algorithm not only has great advantages of convergence property over standard PSO and some other modified PSO algorithms, but also effectively avoids being trapped in local optimal solution.

Key words: particle swarm optimization algorithm; simplified particle swarm; inertia weight; learning factor; stochastic distribution; asynchronous change

0 引言

粒子群优化 (particle swarm optimization, PSO) 算法, 于 1995 年提出^[1], 是一种基于群体的智能随机优化算法。由于 PSO 算法概念简单、调整参数少、收敛速度快、易于实现、具有智能背景, 因此自提出后受到许多学者的关注和研究。目前 PSO 算法已被广泛应用在神经网络训练、模糊系统控制、函数优化计算等众多领域。

基本 PSO 算法在应用中暴露出不少缺点, 如较易陷入局部最优、在后期收敛速度慢、搜索精度不高、鲁棒性较差等。为了提高 PSO 算法的性能, 研究者们从多种不同的角度对其进行了各种改进。文献[2]提出以灰色为主的粒子群优化惯性权重和加速度系数策略, 每个粒子的惯性权重和加速度系数取决于相应的灰色关联度, 使算法在搜索初期具有较强的探索能力, 在后期提高发掘能力, 能够得到更好的精度。文献[3]对标准 PSO 算法结构进行简化, 去掉粒子速度项, 而在位置矢量上引入惯性权重, 算法迭代公式由二阶微分方程变为一阶, 算

法收敛速度更快。文献[4]提出一种自适应扩展的简化 PSO 算法, 在其速度更新公式中使用粒子群中所有个体最优位置的平均值代替个体最优位置。文献[5]在分析基本 PSO 算法的速度进化方程的基础上, 提出一种能更好描述粒子进化进程的具有随机惯性权重的 PSO 算法。

1 标准粒子群优化算法

PSO 算法的每个粒子在搜索空间中都可能是优化问题的一个潜在解^[6]。PSO 算法首先初始化产生一群随机粒子, 每个粒子具有一个决定自身飞行方向和距离的速度向量以及一个表达潜在解优劣的位置向量, 每个粒子追随当前的种群最好粒子在解空间内进行搜索, 并不断更新自身的速度和位置; 同时每个粒子的个体最优位置以及整个种群的全局最优位置也在不断被更新, 当达到终止条件算法停止搜索; 最后找到的全局最优位置就是算法寻到的最优解。

假设 PSO 算法在 D 维空间中进行搜索, 由 m 个粒子构成一个种群, 则第 i 个粒子的当前位置可以表示为向量 $\mathbf{x}_i = (x_{i1},$

收稿日期: 2013-04-12; **修回日期:** 2013-05-24 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61063031); 广西教育厅科研项目(201106LX035)

作者简介: 赵志刚(1973-), 男, 广西桂林人, 副教授, 博士, 主要研究方向为智能优化理论与算法(zzg@mail2002@163.com); 黄树运(1985-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为科学与工程计算软件技术; 王伟倩(1987-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为智能系统与智能 CAD。

x_{i2}, \dots, x_{id}), 其速度可以记为向量 $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id})$, 目前为此搜索到的个体最优位置为 $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{id})$, 整个粒子群搜索到的全局最优位置为 $p_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gd})$, 其中 $i = 1, 2, \dots, m$ 。粒子更新公式^[7]如下:

$$\begin{cases} v_{id}^{t+1} = \omega v_{id}^t + c_1 r_1 (p_{id} - x_{id}^t) + c_2 r_2 (p_{gd} - x_{id}^t) \\ x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \end{cases} \quad (1)$$

其中: t 为当前的迭代次数; ω 为惯性权重; c_1, c_2 为学习因子; r_1, r_2 为分布在 $[0, 1]$ 内的随机数; c_1 和 r_1 结合制约粒子受自身因素影响程度, c_2 和 r_2 结合制约粒子受种群因素影响程度。粒子群搜索的终止条件一般设置为达到预设的最大迭代次数或满足算法精度要求。

2 改进的粒子群优化算法

1) 扩展的简化粒子群优化算法

为了避免具有速度向量而引起粒子发散、导致后期收敛变慢和精度低的问题, 对标准 PSO 公式进行简化, 即去掉粒子速度项, 搜索过程仅由位置向量控制, 得到简化结构的粒子群优化算法^[3]。在标准 PSO 算法搜索过程中, 每个粒子的更新仅仅依赖于目前为止搜索到的自身个体最优位置 p_i 和粒子种群的全局最优位置 p_g , 并没有考虑到粒子个体之间的相互影响关系。而事实上各粒子间是存在着相互影响的。因此, 结合简化结构, 提出了一种改进的 PSO 算法更新公式:

$$\begin{cases} x_{id}^{t+1} = \omega x_{id}^t + c_1 r_1 (p_{ad} - x_{id}^t) + c_2 r_2 (p_{gd} - x_{id}^t) \\ p_{ad} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m p_{id} \end{cases} \quad (2)$$

其中: p_{ad} 为所有的个体最优位置的平均值。

改进后的简化 PSO 算法不包含粒子速度项参数, 迭代方程也由原来的二阶降为一阶, 同时充分利用所有粒子的个体最优位置信息, 能进一步提高算法的性能。

2) 随机惯性权重

惯性权重是 PSO 算法最重要的参数之一, 其控制历史因素对当前状态的影响程度。为了使算法的全局搜索能力与局部搜索能力达到平衡, 可以通过调整惯性权重达到目的。在大多数的 PSO 算法改进中, 惯性权重一般采用线性递减的策略, 初期惯性权重可以取到有利于全局搜索的较大值, 但算法开销较大且搜索效率低; 在后期得到有利于加速算法收敛的较小值, 但算法容易陷入局部最优且缺乏改进解的能力。

惯性权重若设定为服从某种分布的随机数, 利用随机变量的特性调整惯性权重, 可以使算法较快跳出局部最优, 有利于保持种群的多样性及提高算法的全局搜索性能。因为随机性使得粒子既能在运行初期有机会取到较大或较小的权重值, 又能够在计算的后期取到较小或较大的权重值。粒子在最优粒子附近, 则随机分布惯性权重能产生相对小的值, 这样有利于加快算法的收敛速度; 如果随机惯性权重取的是较大值, 计算适应函数时会得到较大的值, 其值比最优值差, 此时较大的惯性权重会被淘汰, 算法将重新产生新的惯性权重值。如果粒子离最优粒子的距离较远, 则随机惯性权重有机会产生较大的值, 这样同样有利于加快算法的收敛速度。如果随机惯性权重的值较小, 则得到的适应函数值也将比最优的差, 该较小惯性权重也会被淘汰, 算法的惯性权重值将重新产生。使用线性递减策略, 如果在早期找不到合适的惯性权重值, 算法将较难收敛到其最好点^[5]。利用随机分布的方法产生权重值, 惯性权重在后期可以取到较好的值, 算法不易发生适应函数值停滞现

象。基于以上分析, 提出随机惯性权重 ω 生成公式如下:

$$\omega = \mu_{\min} + (\mu_{\max} - \mu_{\min}) \times \text{rand}() + \sigma \times \text{randn}() \quad (3)$$

其中: μ_{\min} 是随机惯性权重的最小值; μ_{\max} 是随机惯性权重的最大值; $\text{rand}()$ 为 $[0, 1]$ 均匀分布随机数; 第三项中 $\text{randn}()$ 为正态分布的随机数; σ (方差) 用来度量随机变量权重 ω 与其数学期望 (即均值) 之间的偏离程度, 该项是为了控制取值中的权重误差, 使权重 ω 有利于向期望权重方向进化, 这样做的依据是正常情况下实验误差服从正态分布。

3) 异步变化的学习因子

在 PSO 算法中, 个体的“自我认知”能力是由学习因子 c_1 控制, 而个体的“社会认知”能力是由学习因子 c_2 控制。两个学习因子在优化过程中采用不同的变化策略称之为异步变化的学习因子。此策略使 PSO 算法在搜索的早期阶段 c_1 取值较大而 c_2 取值较小, 使粒子更多地向自我最优学习且较小地向社会最优学习, 有利于粒子加强全局搜索能力; 而在搜索的后期阶段 c_1 取值较小而 c_2 取值较大, 使粒子更多地向社会最优学习和较少地向自我最优学习, 有利于快速收敛到全局最优解。由此, 提出以下学习因子的变化公式:

$$\begin{cases} c_1 = c_{1ini} - (c_{1ini} - c_{1fin}) (t/T_{\max}) \\ c_2 = c_{2ini} + (c_{2fin} - c_{2ini}) (t/T_{\max}) \end{cases} \quad (4)$$

其中: c_{1ini}, c_{2ini} 分别表示学习因子 c_1, c_2 的初始值; c_{1fin}, c_{2fin} 分别表示学习因子 c_1, c_2 的迭代终值; t 表示当前迭代次数; T_{\max} 表示最大迭代次数。

综上, 本文提出了基于随机惯性权重的简化粒子群优化算法 (simplified PSO based on stochastic inertia weight, SIWSPSO), 其基本流程如下:

- 当 $t=0$ 时, 对所有粒子随机初始化, 其取值约束在设置的范围内, 使种群中各个粒子具有位置向量 $x_{id}, i \in [1, m], m$ 是粒子个数, $d \in [1, D], D$ 是粒子的维数。
- 将第 i 个粒子的 p_i 设置为该粒子的当前位置, p_g 设置为种群中最优粒子的位置。
- 结合式 (2) ~ (4) 更新粒子 i 的位置 x_i , 并检查位置 x_i 各维是否越界。若越上界, 则取上界; 若越下界, 则取下界。
- 计算粒子 i 的适应度 $f(x_i), i \in [1, m], f(x)$ 是适应度函数。
- 如果粒子 i 的适应度 $f(x_i)$ 优于个体自身极值 p_i 的适应度 $f(p_i)$, 就用粒子的当前位置 x_i 替换 p_i 。
- 如果在当前迭代中粒子 i 的适应度 $f(x_i)$ 优于全局极值 p_g 的适应度 $f(p_g)$, 就用该粒子的当前位置 x_i 替换全局极值 p_g 。
- 若运行迭代次数达到预设最大值, 算法停止, 输出全局最优解 p_g 和相应的全局最优值 $f(p_g)$; 否则返回步骤 c) 继续搜索。

3 数值实验和结果分析

为了验证本文提出的 SIWSPSO 算法的有效性, 采用六个常用的基准测试函数进行测试, 并对其仿真结果的数据进行 F-检验。将提出的 SIWSPSO 算法与简化粒子群优化 (SSPSO) 算法^[3]、自适应扩展的简化粒子群优化 (AESPSO) 算法^[4]、线性递减惯性权重策略的标准粒子群优化 (LDWPSO) 算法^[7] 进行比较。参数取值设置如下: 粒子群的种群规模 $m=40$, 维数 $D=30$, 最大迭代次数 300, 在 SSPSO 中学习因子 c_1, c_2 均取值 2, 惯性权重 $\omega=0.9$; 在 AESPSO 中, $\omega_{\max}=0.9, \omega_{\min}=0.4$; 在

SIWSPSO 中, $c_{1ini} = 2, c_{1fin} = 0.5, c_{2ini} = 0.5, c_{2fin} = 2, \mu_{max} = 0.95, \mu_{min} = 0.5$ 。

六个基准测试函数^[8]如下:

a) f_1 : Sphere 函数

$$f_1(x) = \sum_{d=1}^D x_d^2$$

搜索范围为 $-100 \leq x_d \leq 100$; 全局最优值: $\min(f_1) = f_1(0, 0, \dots, 0) = 0$ 。

b) f_2 : Generalized Rastrigin 函数

$$f_2(x) = \sum_{d=1}^D [x_d^2 - 10 \cos(2\pi x_d) + 10]$$

搜索范围为 $-5.12 \leq x_d \leq 5.12$; 全局最优值: $\min(f_2) = f_2(0, 0, \dots, 0) = 0$ 。

c) f_3 : Generalized Griewank 函数

$$f_3(x) = 1 + \frac{1}{4000} \sum_{d=1}^D x_d^2 - \prod_{d=1}^D \cos\left(\frac{x_d}{\sqrt{d}}\right)$$

搜索范围为 $-600 \leq x_d \leq 600$; 全局最优值: $\min(f_3) = f_3(0, 0, \dots, 0) = 0$ 。

d) f_4 : Schwefel's Problem 2.22 函数

$$f_4(x) = \sum_{d=1}^D |x_d| - \prod_{d=1}^D |x_d|$$

搜索范围为 $-10 \leq x_d \leq 10$; 全局最优值: $\min(f_4) = f_4(0, 0, \dots, 0) = 0$ 。

e) f_5 : Schaffer 函数

$$f_5(x) = 0.5 + \frac{(\sin(\sqrt{x^2 + y^2}) - 0.5)}{(1.0 + 0.001(x^2 + y^2))^2}$$

搜索范围为 $-100 \leq x, y \leq 100$; 全局最优值: $\min(f_5) = f_5(0, 0) = 0$ 。

f) f_6 : Ackley 函数

$$f_6(x) = 20 + e - 20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{d=1}^D x_d^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{d=1}^D \cos(2\pi x_d)\right)$$

搜索范围为 $-100 \leq x_d \leq 100$; 全局最优值: $\min(f_6) = f_6(0, 0, \dots, 0) = 0$ 。

每种算法针对每个函数运行 30 次, 并对这 30 次所得的数值进行 F-检验, 其中自由度均为 (29, 29), 观测值全为 (30, 30)。表 1 给出了部分关键实验结果数值。为了进一步比较各种算法的性能, 图 1 给出六个函数中每个优化算法所对应的适应度进化曲线。

在主要用于测试算法寻优精度的 Sphere 函数 (即 f_1) 中, 算法 SIWSPSO 与 LDWPSO、SPSO、AESPSO 分别进行 F-检验, 结果表明, SIWSPSO 算法的优化结果方差均比其他算法好, 故其鲁棒性较好; 同时从实验数据值及图 1 可知, SIWSPSO 算法明显比其他三种算法更优, 收敛精度更高, 搜索速度更快。

对于具有大量局部最优点的复杂多峰 Rastrigin 函数 (即 f_2), F-检验结果表明, SIWSPSO 算法的结果方差远小于 LDWPSO, 所以 SIWSPSO 的鲁棒性比 LDWPSO 好。SIWSPSO 与 SPSO、AESPSO 算法的方差没有显著差异, 但从运行结果可看出 SIWSPSO 算法体现了更快的搜索速度。

对于旋转、不可分离的、可变维数的多峰 Griewank 函数 (即 f_3), F-检验结果表明, SIWSPSO 算法的结果方差小于 LDWPSO 算法, 与 SPSO、AESPSO 算法没有显著差异, 而运行结果表明 SIWSPSO 算法具有更快的搜索速度。

对于单峰且不可分离的 Schwefel's Problem 2.22 函数 (即

f_4), 与具有强烈振荡的特性、在搜索区域内有无数个局部最小值且仅有一个全局最小值的多峰 Schaffer 函数 (即 f_5), 以及连续、旋转、不可分离的多峰 Ackley 函数 (即 f_6), F-检验结果表明, SIWSPSO 算法的求解结果方差均不同程度小于其余三种算法, 所以 SIWSPSO 算法的鲁棒性更优, 且从运行结果看出 SIWSPSO 算法显示出了更高的收敛精度和更快的搜索速度, 其优化性能明显高于其他三种算法。

表 1 各优化算法针对每个测试函数的实验结果

函数	算法	最优值	最差值	平均值	方差
f_1	LDWPSO	8.9832	1.0280e+004	9.1493e+002	5.2676e+006
	SSPSO	2.5865e-045	6.4897e-24	3.57787e-025	1.5225e-048
	AESPSO	5.0279e-124	6.2068e-120	1.7088e-120	2.9359e-240
	SIWSPSO	5.1059e-230	6.7027e-219	3.9044e-220	0
f_2	LDWPSO	7.9705e+001	2.2525e+002	1.3493e+002	9.1593e+002
	SSPSO	0	0	0	0
	AESPSO	0	0	0	0
	SIWSPSO	0	0	0	0
f_3	LDWPSO	1.0901	4.6006	2.6355	5.4455e-001
	SSPSO	0	0	0	0
	AESPSO	0	0	0	0
	SIWSPSO	0	0	0	0
f_4	LDWPSO	8.2868	7.4961e+001	3.4348e+001	2.7103e+002
	SSPSO	4.3669e-025	5.3714e-013	5.7368e-014	1.7746e-026
	AESPSO	7.6885e-062	1.0998e-060	7.0339e-061	7.1823e-122
	SIWSPSO	1.7355e-115	7.5006e-110	7.3663e-111	3.4771e-220
f_5	LDWPSO	0	9.7000e-003	5.8431e-003	2.3098e-005
	SSPSO	0	3.1681e-009	1.0560e-010	3.3456e-019
	AESPSO	0	2.2100e-002	9.9533e-003	1.3682e-05
	SIWSPSO	0	0	0	0
f_6	LDWPSO	1.9958e+001	2.0000e+01	1.9962e+001	7.2748e-06
	SSPSO	8.8818e-16	2.0000e+01	1.3333	2.5747e+001
	AESPSO	8.8818e-16	8.8818e-16	8.8818e-16	1.6094e-61
	SIWSPSO	8.8818e-16	8.8818e-16	8.8818e-16	1.6094e-61

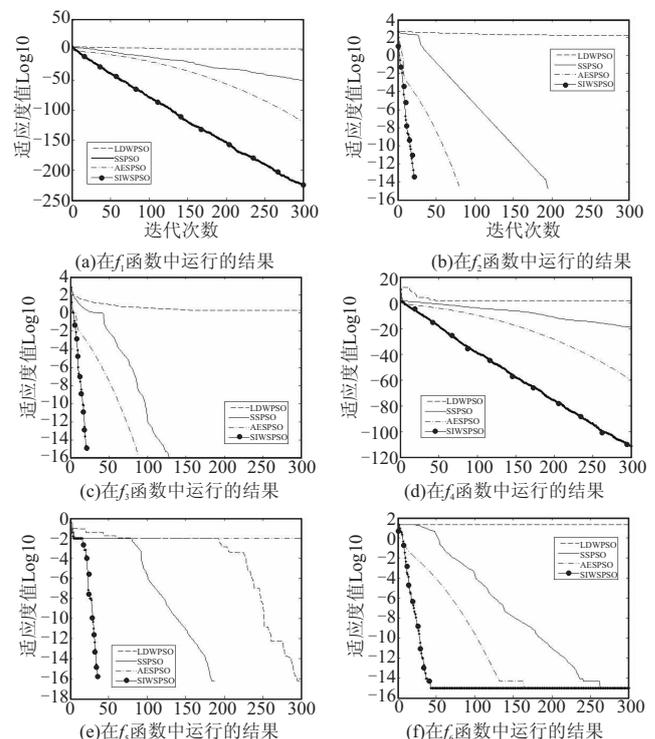


图 1 六个测试函数的优化过程对比

持续发展的要求。

另外,假设再制造闭环供应链中去除分销商这个成员(即由三级供应链转变为制造商和零售商组成的二级供应链),表2和3将表示制造商和零售商在分散决策下的决策结果。可以看出,此决策情况下,与三级供应链下制造商和零售商的利润相比,二级供应链下的制造商和零售商利润都得到了很大的提高。因此,在实际运作中,应努力减少供应链的中间商(如分销商),以确保其他供应链成员的利益。

根据 shapley 值公式计算制造商、分销商和零售商的 shapley 值,即每个企业在集中决策下应分配得到的利润,如表5所示。

表5 制造商、分销商和零售商的 shapley 值

$\psi_M(v)$	$\psi_D(v)$	$\psi_R(v)$
26.385	20.884	13.345

从表5可以看出,通过 shapley 值法对集中决策下的系统利润进行分配,供应链各成员的收益比分散决策下的收益要大,有利于供应链中的每个参与者接受该利益协调机制。

参数 β 对利润的影响如图2所示。由图2可以看出,当 $\beta c_n > c_r$ 时,再制造闭环供应链成员利润随着 β 值的增大而增大;当 $\beta c_n < c_r$ 时,再制造闭环供应链成员利润随着 β 值的增大而减小。

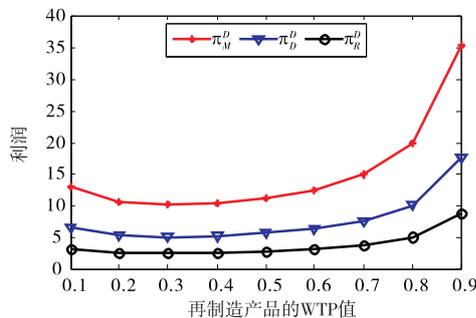


图2 参数 β 对利润的影响

4 结束语

本文在基于消费者对新产品和再制造产品有差异的条件下,以多周期再制造闭环供应链为研究对象,分别研究了分散决策和集中决策两种情况下供应链成员的最优决策,并通过 shapley 值法对集中决策下的整个再制造闭环供应链系统的效益进行分配。研究表明,集中决策比分散决策更有效率,达到了帕累托最优,中间商的减少能有效提高其他供应链成员

的效益,基于 shapley 值法的利益协调机制有利于再制造闭环供应链中的每个成员接受。

本文还有许多有待进一步扩展的地方,如本文仅考虑制造商、分销商和零售商的闭环供应链系统,如何扩展为更符合实际的多级供应链系统值得下一步继续研究;此外,本文考虑了消费者对所有再制造产品共享一个 β 值,其变化规律相同,然而事实上消费者对不同的再制造产品具有不同的偏好,其 β 值不同,这也有待进一步探讨。

参考文献:

- [1] SAVASKAN R, BHATTACHARYA S, WASSEHNOVEL N V. Closed-loop supply chain models with product remanufacturing [J]. *Management Science*, 2004, 50(2): 239-252.
- [2] 王玉燕,李帮义,申亮. 供应链、逆向供应链系统的定价策略模型 [J]. *中国管理科学*, 2006, 14(4): 40-45.
- [3] 王玉燕,李帮义,申亮. TPT-CLSC 的协调研究 [J]. *中国管理科学*, 2007, 15(5): 101-106.
- [4] 盛方正,季建华. 供应链信息共享效益分配及实证研究 [J]. *系统工程与电子技术*, 2008, 30(3): 485-488.
- [5] 王利,彭亮,孟庆良. 三级供应链合作利润博弈与分配机制构建 [J]. *运筹与管理*, 2010, 19(5): 59-65.
- [6] 张云,吕萍,宋吟秋. 总承包工程建设供应链利润分配模型研究 [J]. *中国管理科学*, 2011, 19(4): 98-104.
- [7] 包晓英,唐志英,唐小我. 基于回收再制造的闭环供应链差异化定价策略及协调 [J]. *系统管理学报*, 2010, 19(5): 65-69.
- [8] ZHOU S X, YU Yi-kun. Optimal product acquisition, pricing, and inventory management for systems with remanufacturing [J]. *Operations Research*, 2011, 59(2): 514-521.
- [9] 魏杰,赵静. 不确定环境下制造再制造供应链定价与协调问题研究 [J]. *模糊系统与数学*, 2012, 26(2): 18-22.
- [10] GUIDE V D R, JI Jia-yi. The potential for cannibalization of new products sales by remanufactured products [J]. *Decision Sciences*, 2010, 41(3): 547-573.
- [11] FERRER G, SWAMINATHAN J M. Managing new and differentiated remanufactured products [J]. *European Journal of Operational Research*, 2010, 203(2): 370-379.
- [12] JOAO Q, JACQUELINE B. An analysis of the eco-efficiency of remanufactured personal computers and mobile phones [J]. *Production and Operations Management*, 2012, 21(1): 101-114.
- [13] 孙浩,达庆利. 基于产品差异的再制造闭环供应链定价与协调研究 [J]. *管理学报*, 2010, 7(5): 733-738.
- [14] ZHAO Zhao. Raising awareness and signaling quality to uninformed consumers: a price advertising model [J]. *Marketing Science*, 2000, 19(4): 390-396.

(上接第363页)

4 结束语

针对标准粒子群优化算法较易出现早熟收敛、收敛精度不高及搜索后期的振荡现象,提出一种随机惯性权重的简化粒子群优化算法。该算法采用去除速度项的简化结构,惯性权重服从随机分布,学习因子采用异步变化的策略。仿真实验表明,该算法在优化复杂的多峰函数时,比起几种典型的改进算法具有更好的收敛性能(搜索速度快、收敛精度高),同时通过对实验结果数据进行 F-检验的结果表明,所提算法具有更好的稳定性。

参考文献:

- [1] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C] // Proc of IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1995: 1942-1948.

- [2] LEU M S, YEH M F. Grey particle swarm optimizer [J]. *Applied Soft Computing*, 2012, 12(9): 2985-2996.
- [3] 胡旺,李志蜀. 一种更简化而高效的粒子群优化算法 [J]. *软件学报*, 2007, 18(4): 861-868.
- [4] 赵志刚,张振文,张福刚. 自适应扩展的简化粒子群优化算法 [J]. *计算机工程与应用*, 2011, 47(18): 45-47.
- [5] 王庆国,颜文俊,姚维. 基于改进粒子群算法的电厂循环水泵组合优化 [J]. *热力发电*, 2010, 39(7): 65-68.
- [6] 魏秀业,潘宏侠. 粒子群优化及智能故障诊断 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2010.
- [7] SHI Yu-hui, EBERHART R. A modified particle swarm optimizer [C] // Proc of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1998: 69-73.
- [8] 纪震,廖惠连,吴青华. 粒子群算法及应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2009: 87-98.