

基于 LLE 和 KRR 的人体动作 重构算法研究*

刘 剑^{1,2}, 龚志恒¹, 吴成东², 高恩阳^{1,3}

(1. 沈阳建筑大学 信息与控制工程学院, 沈阳 110168; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004; 3. 中国科学院 沈阳自动化研究所, 沈阳 110016)

摘要: 人体动作重构是当前图像处理的热点问题, 针对其问题的特点, 提出一种全新的 LLE 与 KRR 相结合的人体动作重构方法。首先针对图像的颜色和深度信息, 提取人体动作骨架, 建立动作训练集; 再将训练集转变为动作向量库, 采用 LLE 算法计算人体动作的低维流形, 并对流形数据作相关分析; 最后, 将预测的低维衔接动作点逆映射回高维欧氏空间, 首次应用 KRR 算法解决传统降维不可逆映射问题, 从而使动作重构得以实现。实验结果表明: 通过对流形动作点相互映射得到的重构动作较为理想, 针对不同自由度的动作过程, 所提出的人体动作重构方法有很好的效果。

关键词: 局部线性嵌入; 人体动作重构; 核岭回归; 流形; 逆映射

中图分类号: TP391.41

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2014)01-0311-05

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2014.01.074

Research human action reconstruction based on LLE and KRR

LIU Jian^{1,2}, GONG Zhi-heng¹, WU Cheng-dong², GAO En-yang^{1,3}

(1. College of Information & Control Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China; 2. College of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 3. Shenyang Institute of Automation (SIA), Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China)

Abstract: Reconstruction of human action is currently the blind spot of image processing problems. For its characteristics of problem, this paper proposed a method based on LLE and KRR. Firstly, it used the image of color and depth information to extract the human skeleton, and established training set of action. Secondly, it turned the training set into action vectors library, and evaluated the human action of low-dimensional manifold according to LLE algorithm. Thereafter, it analyzed the data of manifold. Finally, according to the KRR algorithms, it inverse-mapped the prediction action points of low-dimensional back to higher-dimensional Euclidean space, and reconstructed actions. The experiment results show that the perfect reconstruction actions can be gotten by the mapping of manifold action points, and the proposed method of human action reconstruction has a great effect.

Key words: LLE; reconstruction of human action; KRR; manifold; inverse-mapping

0 引言

人体动作是计算机视觉和图像处理领域中的热门问题。近年来随着图像处理技术的飞速发展, 人体动作的重构也受到了专家学者的极大关注。

目前, 重构人体动作方法的研究在国内外均处于起步阶段。视频图像处理中^[1,2], 通常会造成两个动作图片的中间过程图缺失现象, 这对分析人体动作造成了较多的困难。人体动作的识别是重构的基础, 其代表方法有 histograms of oriented gradients (HOG)^[3]、Hough forests for object detection^[4]、locally linear embedding (LLE)^[5]、基于 LLE 和 SVM 的人像识别方法^[6]。Nilsson 等人^[7]对高维复杂数据进行研究, 提出流形使用核方法进行降维分析。Lin 等人^[8]结合现有的图像识别技

术, 提出线性插值图像建立的方法。刘丽君等人^[9]对插值法在图像中的应用进行了论述。插值法是对人体动作重构的传统算法, 主要通过识别人体动作的几个过程, 线性地插入人体采样点的坐标值, 从而实现重构, 但该算法重构的人体动作忽略了人体动作的随机性和非线性, 造成了重构动作不准确、僵硬、边缘不平滑, 甚至不符合逻辑, 属于一种简单的线性内插处理方法。

鉴于 LLE 算法^[5,6,10-15]可以对高维数据进行降维, kernel ridge regression (KRR) 算法^[7,16-20]可以有效解决非线性映射问题。笔者提出一种基于 LLE 和 KRR 的人体动作重构方法, 该算法不是直观地从人体的动作过程上找寻规律, 而是通过 LLE 的降维方法和 KRR 算法, 进行映射和逆映射的过程, 解决传统降维不可逆映射的问题, 得到重构的人体动作, 从而有效改进了传统算法的不足。本文通过大量的仿真实验, 对所提方法进

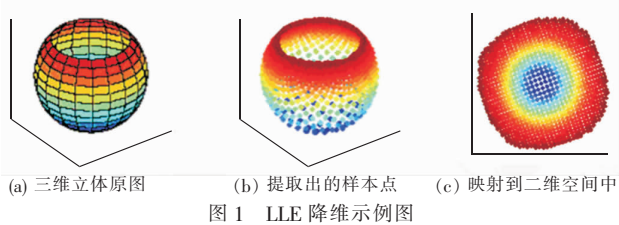
收稿日期: 2013-03-04; **修回日期:** 2013-04-29 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61272253); 国家住建部科技项目(2010-K9-22)

作者简介: 刘剑(1963-), 女, 辽宁沈阳人, 教授, 博士, 主要研究方向为视觉图像识别及智能控制(jeanliu10@163.com); 龚志恒(1988-), 男, 浙江杭州人, 硕士研究生, 主要研究方向为视觉图像识别; 吴成东(1960-), 男, 辽宁大连人, 教授, 博导, 博士, 主要研究方向为图像智能处理、机器人智能导航等; 高恩阳(1976-), 男, 辽宁沈阳人, 讲师, 博士, 主要研究方向为视觉图像识别。

行可行性的分析。

1 LLE 算法

LLE 算法是针对非线性数据一种新的降维方法,处理后的低维数据均能保持原有的拓扑关系,且算法操作简单,属于局部优化算法。LLE 降维过程如图 1 所示。通过 LLE 将数据映射到二维空间中可以看出,降维后的数据能很好地保持原有数据的邻域特性。



假定 N 个输入向量 X , 通过 LLE 算法, 得到输出向量 Y 。LLE 算法可以归结为三个方面。

LLE 计算过程如图 2 所示。具体计算步骤如下:

a) 计算出每个样本点的 k 个邻近点。把相对于所求样本点距离最近的 k 个样本点作为样本点的 k 个邻近点。

b) 计算出样本点的局部重建权值矩阵。这里定义一个代价误差函数:

$$\min \varepsilon(W) = \sum_{i=1}^N \|x_i - \sum_{j=1}^k w_j^i x_{ij}\|^2 \quad (1)$$

其中: $x_{ij} (j=1, 2, \dots, k)$ 为 x_i 的 k 个邻近点; w_j^i 是 x_i 与 x_{ij} 之间的权值, 且要满足条件 $\sum_{j=1}^k w_j^i = 1$ 。为求取 W 矩阵, 需要构造一个局部协方差矩阵:

$$Q_{jm}^i = (x_i - x_{ij})^T (x_i - x_{ij}) \quad (2)$$

将式(2)与 $\sum_{j=1}^k w_j^i = 1$ 相结合, 并采用拉格朗日乘法, 即可求出局部最优化重建权值矩阵。

$$w_j^i = \frac{\sum_{m=1}^k (Q^i)^{-1}_{jm}}{\sum_{p=1}^k \sum_{q=1}^k (Q^i)^{-1}_{pq}} \quad (3)$$

在实际运用中, Q^i 可能是一个奇异矩阵, 此时必须正则化 Q^i , 即

$$Q^i = Q^i + rI \quad (4)$$

其中: r 是正则化参数, I 是一个 $k \times k$ 的单位矩阵。

c) 将所有的样本点映射到低维空间中, 必须满足以下条件:

$$\min \varepsilon(Y) = \sum_{i=1}^N \|y_i - \sum_{j=1}^k w_j^i y_{ij}\|^2 \quad (5)$$

其中: $\varepsilon(Y)$ 为损失函数值; y_i 是 x_i 的输出向量; $y_{ij} (j=1, 2, \dots, k)$ 是 y_i 的 k 个邻近点, 且满足以下条件

$$\sum_{i=1}^N y_i = 0, \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i y_i^T = I$$

其中: I 是 $m \times m$ 的单位矩阵。这里 $w_j^i (i=1, 2, \dots, N)$ 可以存储在 $N \times N$ 的稀疏矩阵 W 中, 当 x_j 是 x_i 的邻近点时, $W_{ij} = w_j^i$, 否则 $W_{ij} = 0$ 。损失函数可重写为

$$\min \varepsilon(Y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N M_{ij} y_i^T y_j \quad (6)$$

其中: M 是一个 $N \times N$ 的对称矩阵, 表示为

$$M = (I - W)^T (I - W) \quad (7)$$

要使损失函数值达到最小, 需取 Y 为 M 的最小 m 个非零特征值所对应的特征向量。在处理过程中, 将 M 的特征值从小到大排列, 第一个特征值几乎接近于零, 那么舍去第一个特征值。通常取第 $2 \sim m+1$ 间的特征值所对应的特征向量作为输出结果。

2 KRR 算法

KRR 是岭回归的一种扩展算法。岭回归是线性最小二乘回归的惩罚形式, 其最小化代价函数为

$$L(W) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|y_i - W^T x_i\|_F^2 + \lambda \|W\|_F^2 \quad (8)$$

其中: λ 是一个确立的正则化参数, $\|\cdot\|_F$ 表示 F 范数, 而 $W \in \mathbb{R}^{p \times d}$ 。

假如创造一个 $X \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 矩阵, 其中 X 的每一行都是从训练输入和矩阵 $Y \in \mathbb{R}^{n \times d}$ 的关联的输出值, 则结果可以写成

$$\arg \min L(W) = (X^T X + \lambda I_p)^{-1} X^T Y \quad (9)$$

其中: I_p 是一个 $p \times p$ 的恒等矩阵。 $f(x) = W^T x$ 作为回归函数, x 是输入向量。

通过使用核变换可以将此方法进行扩展, 进而可处理非线性问题, 则回归函数的结果可以表示为

$$f(x) = Y^T (K + \lambda I_n)^{-1} k(x) \quad (10)$$

其中: $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是训练数据的 Gram 矩阵。Gram 矩阵是由 $K_{ij} = k(x_i, x_j)$ 构成的, 而 $k(\cdot, \cdot)$ 是一个 Mercer 核, $k(x) = (k(x, x_1), k(x, x_2), \dots, k(x, x_n))^T$ 。

本文使用高斯核函数(RBF):

$$k_\sigma(x, x_i) = \exp\left(-\frac{\|x - x_i\|_2^2}{2\sigma^2}\right) \quad (11)$$

其中: σ 是一个调整参数; $\|\cdot\|_2$ 表示欧氏距离; σ_K 为形状参数, 表示 KRR 中的调整参数 σ 。

选定了 σ_K 的值, 代入式(10)(11), 即得到可以实现的模型。

3 人体动作重构的实现

人体的构成具有其代表性, 应用多个关键点来表征人体。目前, 提取人体骨架是公认的简化复杂人体的方法。人体骨架关键点提取如图 3 所示。

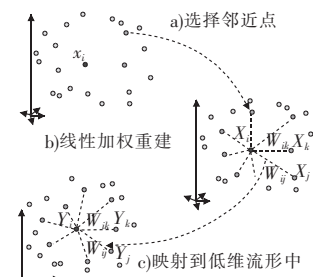


图 2 LLE 计算流程

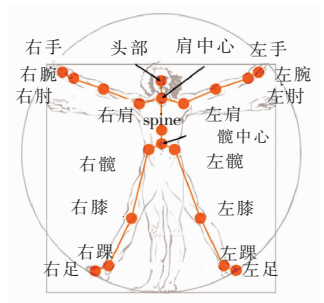


图 3 人体骨架图

3.1 人体动作的 LLE 映射

本文以人体骨架表征人体, 所提出的算法中, 得到低维流形映射分三个步骤:

a) 假设人体骨架有 N 个点, 其中任意一个点的二维坐标为 (a_i, b_i) , 则人体动作可以表征为一个高维向量 $(a_1, b_1, a_2,$

$b_2, \dots, a_N, b_N)^T$ 。

b) 收集大量人体动作,将每个人体动作的完成过程都按 a) 中所述,进行向量转换,形成动作向量库。

c) 将所有动作向量按照 LLE 算法进行降维,得到一个降维后的低维动作流形。

构造一个 $2N$ 维的欧氏空间,人体任意一个动作可以看成欧氏空间的一个点。假设训练动作的个数为 P ,则欧氏空间中有 P 个点。根据流形学习(manifold learning)理论, P 个欧氏空间中的点构成一个高维的流形,记为 S 。

根据第1章 LLE 降维理论,可以设定 $m=2$,将 S 映射到二维流形中,记为 s 。在 s 中考虑人体的动作,LLE 指出相似的动作降维映射后,仍然是近似的,这种映射不变性保证了人体动作在高维欧氏空间中邻近点在 s 中仍会是相邻的。高维流形邻近点如图4所示。

3.2 人体动作的重构

笔者认为人体任意两个动作之间总存在一种衔接关系,假设 A, B 为人体两个动作,那么总存在 n 个衔接动作,使其 $A \rightarrow B$,降维后的二维动作流形分析,如图5所示。

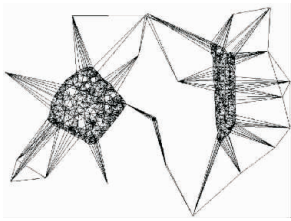


图4 邻近点结构图

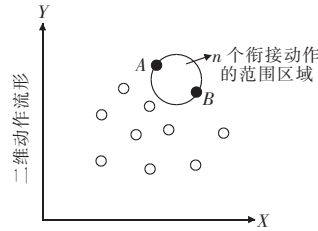


图5 二维动作流形分析图

从图5看出, A, B 的衔接动作总在一个小范围的区域中,笔者认为是在一个近似以 A, B 之间的欧氏距离为直径的圆内。

假设 ω_i 是范围区域中的一个衔接动作向量,根据第2章核岭回归理论以非线性回归函数 $f(\mathbf{x}) = \mathbf{Y}^T (\mathbf{K} + \lambda \mathbf{I}_n)^{-1} \mathbf{k}(\mathbf{x})$ 为模型,可以实现二维流形上的动作点逆映射的过程。 $\mathbf{Y}^T$ 是高维欧氏空间中所有动作向量的集合矩阵, x_i, x_j 是二维流形的任意两个点, $\mathbf{K}$ 是 x_i, x_j 的 Gram 矩阵, $\mathbf{k}(\mathbf{x})$ 是 ω_i 与二维流形所有点的核变换向量。其中:

$$\mathbf{Y}^T = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_1^2 & \cdots & a_1^P \\ b_1^1 & b_1^2 & \cdots & b_1^P \\ a_2^1 & a_2^2 & \cdots & a_2^P \\ b_2^1 & b_2^2 & \cdots & b_2^P \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_N^1 & a_N^2 & \cdots & a_N^P \\ b_N^1 & b_N^2 & \cdots & b_N^P \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{K} = (k(x_i, x_1), k(x_i, x_2), \dots, k(x_i, x_P))^T \quad i = 1, 2, \dots, P$$

$$\mathbf{k}(\mathbf{x}) = (k(\omega_i, x_1), k(\omega_i, x_2), \dots, k(\omega_i, x_P))^T =$$

$$(\exp(-\frac{\|\omega_i - x_1\|_2^2}{2\sigma^2}), \exp(-\frac{\|\omega_i - x_2\|_2^2}{2\sigma^2}), \dots, \exp(-\frac{\|\omega_i - x_P\|_2^2}{2\sigma^2}))^T$$

综上所述,可以将人体动作通过二维流形分析,将简单信息进行扩充,从而逆映射回高维欧氏空间中,实现两个动作之间的衔接动作的重构。

3.3 算法复杂度分析

深度图像的使用和提取人体骨架的过程,对整体算法复杂度没有影响。

根据3.1和3.2节所述,本文算法总体分为两部分:

a) 对人体动作数据通过 LLE 算法进行降维。从数量级来说,该过程运算次数数量级是 n^2 ,计算机存储空间与 n 大致呈线性关系。该部分的时间复杂度 $T_1(n) = O(n^2)$,空间复杂度 $S_1(n) = O(n)$ 。

b) 对预测的人体动作点通过 KRR 算法进行逆映射。从数量级来说,该过程运算次数数量级是 n^2 ,计算机存储空间与 n 大致呈线性关系。该部分的时间复杂度 $T_2(n) = O(n^2)$,空间复杂度 $S_2(n) = O(n)$ 。

综合以上分析,整体算法的时间复杂度 $T(n) = T_1(n) + T_2(n) = O(n^2)$,空间复杂度 $S(n) = O(n)$ 。

4 实验分析

为验证本文所提新方法的有效性,笔者在 MATLAB2012 平台下进行编程,采用目前最具有优越性的视频摄像头 Kinect 作为人体动作训练集^[21]提取工具。鉴于 KRR 的形状参数 σ_k 、正则化参数 λ ,按照不同的训练集取不同的值,将 σ_k 设定为 100, λ 设定为 0.01,采用 512×512 像素点的训练图片。

4.1 人体骨架的提取实验

在实验中,根据人体特征部位,选取 20 个关键点具体描述,结合 Kinect 的视频深度采集功能,可以提取人体骨架,如图6所示。

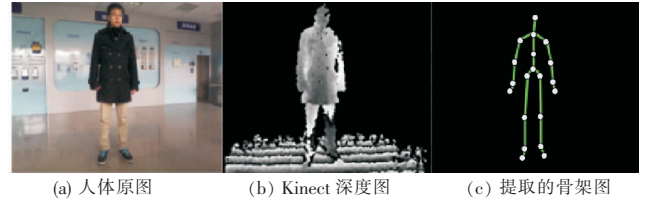


图6 人体骨架提取图

从图6(b)中可以看出, Kinect 优于一般摄像机的特点;(c)中白色的点为人体关键点,两点之间的连线描绘出人体的骨架,以骨架包含的像素点作为分析对象。

4.2 人体动作二维流形生成实验

本文将人体 100 个不同的动作,按照 3.1 节所述,邻近点数 k 设定为 8,低维流形维数 m 设定为 2,进行映射。人体训练动作样本如图7所示。

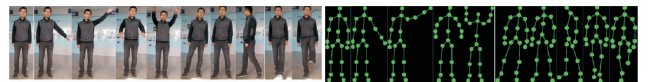


图7 人体训练动作样本图

映射后的二维流形坐标值已经不具备实际物理意义,但每个人体动作点从高维映射后都存在其空间位置规律,将映射后的流形进行建模,如图8所示。

图8中白点表示图7中的人体训练动作。由图8可以看出,映射后的二维流形的动作点存在邻近关系,相似动作之间的点欧氏距离往往很小。

4.3 人体动作的重构实验

1) 衔接动作点的选定

人体的动作涉及到多个自由度,实验针对不同自由度的人体动作进行重构。对于不同的训练集,动作衔接区域中包含的训练动作点个数也不同。假设 A, B 动作的衔接区域包含的动

作点个数为 w , 计算 w 个动作点与 A, B 点的欧氏距离, 按动作点到 A 点的欧氏距离由小到大, 将 w 个动作点分别记为 $1 \sim w$, 如图 9 所示。

根据圆形区域特性, 训练动作点与 A 点的欧氏距离越小, 则与 B 点的欧氏距离越大, 对其特征进行描述, 如图 10 所示。

图 10 中, α 点是两条曲线的交点。设 ω_1, ω_2 是 A, B 的两个衔接动作点, α 坐标为 (x, y) , A 坐标为 (x_1, y_1) , B 坐标为 (x_2, y_2) , 则

$$\omega_1 = \tau_1(x_1, y_1) + (1 - \tau_1)(x, y)$$

$$\omega_2 = \tau_2(x_2, y_2) + (1 - \tau_2)(x, y)$$

其中: $0 < \tau_1 < 1, 0 < \tau_2 < 1, \tau_1, \tau_2$ 的值决定了重构的结果。本文选取效果最为理想的重构图作为实验结果。

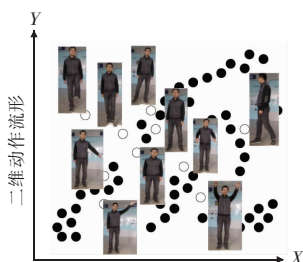


图 8 人体动作二维流形图

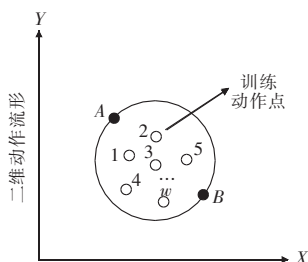


图 9 训练动作分布图

2) 自由度较小的人体动作重构

先进行自由度较小的人体动作重构, 实验动作如图 11 所示。

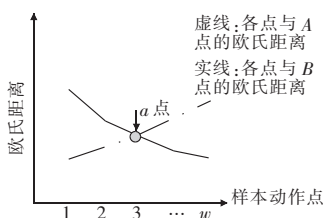


图 10 欧氏距离曲线图

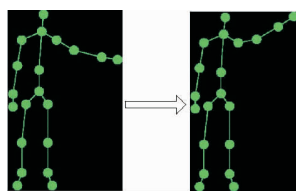


图 11 小自由度动作实验图

图 11 表示人体左手伸展过程, 动作分别定义为 A 和 B , 根据 1) 与 4.2 节所述, 选取最理想的衔接动作点, 对其代表的动作进行重构后, 再利用颜色梯度变化对像素点进行局部修正处理, 修正方法如下:

计算重构动作图中人体像素点颜色的梯度, 对于相邻像素点颜色变化较大点, 认为是偏差点, 以非偏差点颜色的平均值代替偏差点颜色值, 对修正后的重构图像进行平面建模 (标记人体关键点, 建立骨架), 得到的动作模型图像如图 12 所示。

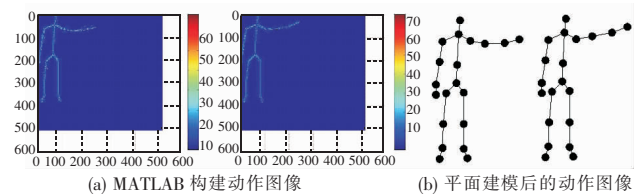


图 12 衔接动作重构图

图 12 包含两个重构结果, 分别以直线和虚线表示左手伸展的两个重构衔接动作。可以明显地看出, 重构出的人体衔接动作较为理想, 属于符合逻辑性的重构。

3) 自由度较大的人体动作重构

为了验证自由度较大的人体动作重构结果, 采用大自由度的实验图, 如图 13 所示。

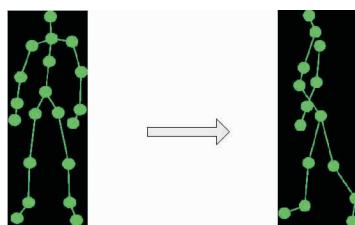


图 13 大自由度动作实验图

图 13 表示人体转身动作, 应用与 2) 中相同实验方法, 得到的结果如图 14 所示。

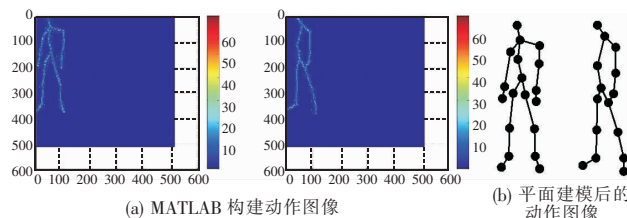


图 14 衔接动作重构图

从图 14 可以看出: 大自由度下的人体动作, 也能较为有效地重构衔接动作, 表明本文算法对于动作的重构具有较强的适应能力。

4.4 对比分析实验

为体现本文算法的优越性, 在相同条件下, 对图 11、13 所示的动作用插值法进行衔接动作内插重构, 其正确过渡序列动作如图 15 所示, 与本文算法比较结果如图 16 所示。将所得结果的人体骨架关键点与图 15 中的过渡序列动作进行比较, 计算其偏移量。设 $a_i = (x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, 20)$ 为过渡序列动作的关键点坐标, $b_i = (x_i^b, y_i^b) (i = 1, 2, \dots, 20)$ 为本文算法重构的骨架关键点坐标, $c_i = (x_i^c, y_i^c) (i = 1, 2, \dots, 20)$ 为插值法重构的骨架关键点坐标, 则本文算法的偏移量 $Z_b = \sum_{i=1}^{20} (x_i^b - x_i)^2 + (y_i^b - y_i)^2$, 插值法的偏移量为 $Z_c = \sum_{i=1}^{20} (x_i^c - x_i)^2 + (y_i^c - y_i)^2$, 结果如表 1 所示。

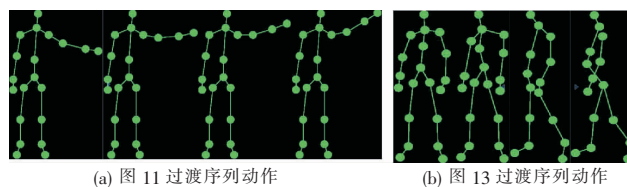


图 15 过渡序列动作图

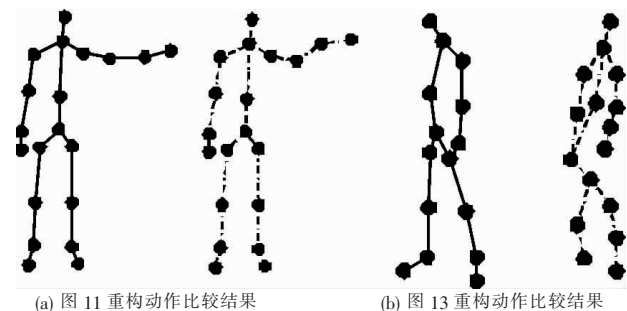


图 16 比较实验结果

表 1 偏移量计算结果

动作重构结果	偏移量	
	本文算法	插值法
图 16(a)	17.5	73.2
图 16(b)	39.6	132.7

图 16 中, 直线表示本文算法的动作重构结果, 虚线表示插

值法动作重构结果。由图可得:插值法只对人体动作点坐标进行线性加权,将加权后的坐标代替原动作点坐标,重构的人体动作不符合逻辑性,而本文算法将人体动作在流形上加以表征,考虑人体动作过程在流形中的特性,重构结果较为理想。从表1中可得:本文算法所得的重构动作与正确过渡序列动作偏差较小,重构较为准确,而插值法所得的结果偏差较大。

笔者认为,训练集包含的人体动作个数对动作的准确重构存在一定的影响,可以认为动作数量越大,重构越准确。为了验证以上问题,设定一个动作 C ,记 $C = (a_1, a_2, \dots, a_{20})^T$,在数量不同的人体动作所组成的流形中进行映射和逆映射, C 的重构动作为 C' ,记 $C' = (b_1, b_2, \dots, b_{20})^T$,以 C 与 C' 的欧氏距离作为参照依据,结果如表2所示。

表2 欧氏距离比较结果

结果	动作个数				
	50	100	200	500	800
C, C' 欧氏距离	541.45	178.96	124.25	74.67	53.33

表2说明了动作数量越大, C 与 C' 的欧氏距离越小,表明两个动作的误差越小,重构的准确性越高。

记 $(a_i - b_i)^2 = 0$ 的个数为 ε ,将 ε 转换成百分比,以此来表示重构准确率,得到结果如图17所示。

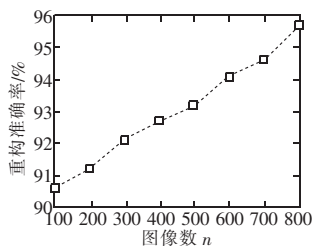


图17 动作数量与重构准确率关系图

实验结果表明:当动作个数超过100个,重构准确率将高于90%;个数达到800个,准确率将达到95%以上。

5 结束语

本文对人体动作进行深入研究分析,结合 LLE 算法和 KRR 算法,提出一种全新的人体动作重构方法。该算法首先对人体动作库进行 LLE 降维,对降维后的动作点进行分析取值,得到衔接动作点;然后,采用 KRR 算法对预测的衔接动作点进行非线性逆映射,以实现人体动作的重构。创新点如下:

- 以图像的深度信息改进传统图像的信息量。
- 以人体骨架模型简化复杂的人体模型。
- 首次应用 KRR 算法解决传统降维不可逆映射问题。
- 有效地解决了人体动作的重构问题。

实验结果表明:KRR 算法可以有效地解决 LLE 算法无法逆映射的问题,是复原高维流形人体动作的重要依据,对优化 LLE 算法具有非常重要的意义。所得到的重构动作准确度较高,符合逻辑性,从而有效地解决了图片缺失无法复原的问题,为将本文算法应用到其他领域提供了重要的理论依据。但所得到的人体重构动作图还具有局部不平滑区域,今后的工作是将重构的动作进行优化,应用三维工具,将动作进行立体还原,从而得到更加平滑、清晰、美观的重构动作。

参考文献:

[1] WANG Jue, COHEN M F. Image and video matting: a survey [J]. Journal of Foundations and Trends in Graphics and Vision,

2007,3(2):97-175.

- GAO Sheng-hua, TSANG I W, LIANG T, et al. Local features are not lonely-Laplacian sparse coding for image classification [C]//Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2010: 3555-3561.
- DALAI N, TRIGGS B. Histograms of oriented gradients for human detection [C]//Proc of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2005:886-893.
- GALL J, EMPITSKY V. Class-specific Hough forests for object detection [C]//Proc of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2009:1022-1029.
- ROWEIS S, SAUL L. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding [J]. Science, 2000, 290(5500): 2323-2326.
- 郭峰, 刘丽丽, 吕凝. 基于 LLE 和 SVM 的人像识别方法 [J]. 吉林大学学报:信息科学版, 2008, 26(1): 49-52.
- NILSSON J, FEI S, JORDAN M I. Regression on manifolds using kernel dimension reduction [C]//Proc of International Conference on Machine Learning. 2007:697-704.
- LIN C, SHEU M, CHIANG H K. An efficient architecture of extended linear interpolation for image processing [J]. Journal of Information Science and Engineering, 2010, 26(2): 631-648.
- 刘丽君, 骆婷. 插值法在图像处理中的应用 [J]. 硅谷, 2009(9): 9-10.
- BELKIN M, NIYOGI P. Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation [J]. Neural Computation, 2003, 15(6): 1373-1396.
- De RIDDER D, DUIN R P W. Locally linear embedding for classification [R]. The Netherlands: Pattern Recognition Group, Dept. of Imaging Science & Technology, Delft University of Technology, 2002: 1-12.
- POLITO M, PERONA P. Grouping and dimensionality reduction by locally linear embedding [C]//Proc of Advances in Neural Information Processing Systems. 2001: 1255-1262.
- 马瑞, 王家威, 宋亦旭. 基于局部线性嵌入 (LLE) 非线性降维的多流形学习 [J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2008, 48(4): 582-585.
- CHANG Y, HU C B, FERIS R, et al. Manifold based analysis of facial expression [J]. Image and Vision Computing, 2006, 24(6): 605-614.
- RIVERA S, MARTINEZ A. Learning deformable shape manifold [J]. Pattern Recognition, 2012, 45(4): 1792-1801.
- BAUDAT G, ANOUAR F. Generalized discriminant analysis using a kernel approach [J]. Neural Computation, 2000, 12(10): 2385-2404.
- AN S, LIU Wan-quan, VENKATESH S. Face recognition using kernel ridge regression [C]//Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2007: 1110-1116.
- SUN Ping, YAO Xin. Boosting kernel model for regression [C]//Proc of the 6th IEEE International Conference on Data Mining. 2006: 583-591.
- CRAWLEY G C, TALBOT L C, FOXALL R J, et al. Heteroscedastic kernel ridge regression [J]. Neuro-computing, 2004, 57(3): 105-124.
- HOERL A E, KENNARD R W. Ridge regression: biased estimation for nonorthogonal problems [J]. Technometrics, 1970, 12(1): 55-67.
- 何贝, 王贵锦, 林行刚. 结合 Kinect 深度图的快速视频抠图算法 [J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2012, 54(4): 561-566.