基于正交 SRDA 和 SRKDA 的人脸识别*

陈达遥，陈秀宏，董昌剑
（江南大学 数字媒体学院，江苏 无锡 214122）

摘　要： 利用正交投影技术进行降维可以更好地保留与度量结构有关的信息，提高人脸识别性能。在谱回归判别分析（SRDA）和谱回归核判别分析（SRKDA）的基础上，提出正交 SRDA（OSRDA）和正交 SRKDA（OSRKDA）降维算法。首先，给出基于 Cholesky 分解求解正交鉴别矢量集的方法，然后，通过该方法对 SRDA 和 SRKDA 投影向量作正交化处理。其简单、容易实现而且克服了迭代计算正交鉴别矢量集的方法不适应于谱回归（SR）降维的缺点。ORL、Yale 和 PIE 库上的实验结果表明了算法的有效性和效率，在有效降维的同时能进一步提高鉴别能力。

关键词： 降维；人脸识别；谱回归；正交鉴别矢量；Cholesky 分解

中图分类号： TP391.41　　**文献标志码：** A　　**文章编号：** 1001-3695(2014)01-0299-05

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2014.01.071

Face recognition based on orthogonal SRDA and SRKDA

CHEN Da-yao, CHEN Xiu-hong, DONG Chang-jian
(*School of Digital Media, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu* 214122, *China*)

Abstract: The dimensionality reduction by orthogonal projection techniques helped preserve the information related to the metric structure and improved the recognition performance in face recognition. Based on spectral regression discriminant analysis (SRDA) and spectral regression kernel discriminant analysis (SRKDA), this paper proposed two dimensionality reduction algorithms named orthogonal SRDA (OSRDA) and orthogonal OSRKDA (OSRKDA). Firstly, it gave a set of orthogonal discriminant vectors obtained based on Cholesky decomposition. Then, this paper orthogonalized the projection vectors of SRDA and SRKDA by this method. It was very simple and easy to implement. What's more, it overcame the shortcoming that the iterative algorithm of orthogonal discriminant vectors was not suitable for spectral regression dimensionality reduction algorithms. Experiments on ORL, Yale and PIE demonstrate the effectiveness and efficiency of the algorithms, and show that these algorithms can reduce the dimensions of the data and improve the discriminant ability.

Key words: dimensionality reduction; face recognition; spectral regression; orthogonal discriminant vector; Cholesky decomposition

0　引言

在过去几十年里，人脸识别技术得到了很大的发展，特征提取是人脸识别的关键步骤，其主要目的是降维。最为传统的无监督算法为主成分分析[1]（PCA）。PCA 把训练样本投影到低维子空间，使投影后样本的方差最大。线性判别分析[2~8]（LDA）是一种经典的有监督算法，较为普遍地应用于特征提取的分类方法，它基于 Fisher 准则，寻找一组将高维样本投影到低维空间的最佳的判别投影向量，使所有投影后样本的类内离散度最小而类间离散度最大。然而，当 Fisher 准则在实际使用中经常遇到小样本问题（SSS）[2~8]时，类内离散度矩阵通常是奇异的。为有效地解决小样本问题，Belhumeur 等人[2]提出了著名的 FisherFaces（PCA + LDA）方法，首先用 PCA 对训练样本进行预降维，然后用 LDA 在降维后的子空间进行特征提取。Friedman[3]提出了正则化判别分析（regularized LDA，RLDA），其核心思想是给类内散度矩阵增加一个小的扰动，从而避免类内散度矩阵的奇异性，此方法直接对原高维图像进行处理，因而计算量较大。Jin 等人[4,5]提出了不相关判别分析（uncorrelated LDA，ULDA），其一个重要特性是提取的特征是统计不相关的。文献[6]采用广义奇异值分解法解决小样本问题，提出了广义判别分析（generalizing discriminant analysis，GDA）。文献[7,8]提出了零空间线性判别分析（null-space linear discriminant analysis，NLDA）方法并证实了类内散度矩阵的零空间含有重要的鉴别信息，与其他线性方法相比较能取得更好的效果。但是，在大样本情况下，类内散度矩阵可能不存在零空间，因而无法应用 NLDA 方法。为发现数据的非线性结构，文献[9]引入核技术，提出了基于 Fisher 准则的核鉴别分析法（kernel Fisher discriminant analysis，KFD），文献[10]进行了相似的研究，它们本质上是相等的，为避免混淆，本文统一称为核判别分析（kernel discriminant analysis，KDA）。以上这些算法都需要进行特征分解或奇异值分解，因而计算量较大，无法应用于大规模高维数据。

收稿日期： 2013-03-11；**修回日期：** 2013-05-09　**基金项目：** 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目（JUSRP211A70）；国家自然科学基金资助项目（61373055）

作者简介： 陈达遥（1988-），男，湖南益阳人，硕士研究生，主要研究方向为人工智能和模式识别（chenda80@163.com）；陈秀宏（1964-），男，江苏泰兴人，教授，硕导，博士，主要研究方向为数字图像处理、人脸识别；董昌剑（1991-），男，安徽淮北人，硕士研究生，主要研究方向为人工智能和模式识别.

Cai 等人[11]把传统的 LDA 方法统一到图嵌入(graph embedding)框架提出了谱回归判别分析(spectral regression discriminant analysis,SRDA),SRDA 与传统的判别分析法相比较有较大的计算优势。考虑到 SRDA 仍然是一种线性降维算法,文献[12]引入核技术,将 SRDA 算法推广到非线性降维领域提出了谱回归核判别分析(spectral regression kernel discriminant analysis,SRKDA)。但以上方法所求的投影矩阵不具正交性,而已有研究表明[13~15],具有正交性的特征提取算法,由于可以消除样本间的信息冗余且能更好地保留与度量结构有关的信息,因此能够明显提高算法的识别性能。求解正交投影矩阵的一般方法是 Cai 等人[13]提出的迭代的正交化基向量求解法,通过引入基向量正交约束消除信息冗余,不过迭代方法求解过于复杂,而且不适应于基于谱回归的方法。本文提出一种简单的方法求取正交投影矩阵。

本文基于 SRDA 和 SRKDA,提出正交 SRDA(orthogonal SRDA,OSRDA)和正交 SRKDA(orthogonal SRKDA,OSRKDA)。首先给出相关定理和证明;然后,提出了基于 Cholesky 分解的正交化方法;最后通过该方法对 SRDA 和 SRKDA 投影向量进行正交化处理。在 ORL、Yale、PIE 人脸库上进行实验,以验证算法的有效性。

1 相关算法回顾

设给定训练样本数据集为 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_m\}$,$x_i\in \mathrm{R}^n$,m 为训练样本个数,n 为训练样本的维数,c 为样本类别数,m_k 为第 k 类样本类别数。

1.1 谱回归判别分析(SRDA)

文献[11]把 LDA 算法统一到图嵌入框架,提出了谱回归判别分析(SRDA),下面简单回顾一下 SRDA 算法。为便于阐述,设 $\overline{X}$ 为中心化数据集。通过求解如下两个等式[11],SRDA 等价于传统的 LDA

$$\begin{aligned}Wy&=\lambda y\\ \overline{X}^{\mathrm{T}}a&=y\end{aligned}\tag{1}$$

其中:y 为训练样本的低维嵌入特征,a 为与其相对应的投影向量,W 为描述训练样本间关系的相似度矩阵。如果 x_i 和 x_j 同属于第 k 类,有 $w_{ij}=\frac{1}{m_k}$,否则 $w_{ij}=0$。令 $y_0=[1,1,\cdots,1]^{\mathrm{T}}\in \mathrm{R}^m$,$y_k$ 为

$$y_k=[\underbrace{0,0,\cdots,0}_{\sum_{i=1}^{k-1}m_i},\underbrace{1,1,\cdots,1}_{m_k},\underbrace{0,0,\cdots,0}_{\sum_{i=k+1}^{c}m_i}]^{\mathrm{T}}\quad k=1,2,\cdots,c\tag{2}$$

令 $d=c-1$,文献[11]表明可以使 y_0 作为 W 的第一个特征向量,用施密特正交化使 W 余下的特征向量两两正交。移去向量 y_0,将 W 余下的 d 个特征向量 $Y=[y_1,y_2,\cdots,y_d]$ 表示为

$$\{y_k\}_{k=1}^{d},(y_i^{\mathrm{T}}y_0=0,y_i^{\mathrm{T}}y_j=0,i\neq j)\tag{3}$$

接下来就是求解投影向量 a。为得到唯一解和避免训练样本集的过拟合问题,采用正则化的最小二乘法求解,当训练样本个数大于训练样本维数时,a 可通过式(4)求解,否则通过式(5)求解

$$a=(\overline{X}\ \overline{X}^{\mathrm{T}}+\varepsilon I)^{-1}\overline{X}y\tag{4}$$

$$a=\overline{X}^{\mathrm{T}}(\overline{X}^{\mathrm{T}}\overline{X}+\varepsilon I)^{-1}y\tag{5}$$

其中:$\varepsilon\geqslant 0$ 为正则化因子,I 为单位阵。在求解时,可先对 $\overline{X}\ \overline{X}^{\mathrm{T}}+\varepsilon I$(或 $\overline{X}\ \overline{X}^{\mathrm{T}}+\varepsilon I$)进行 Cholesky 分解使 $\overline{X}\overline{X}^{\mathrm{T}}+\varepsilon I=LL^{\mathrm{T}}$,然后再求解式(4)(或式(5))。

设 SRDA 的投影矩阵为 $A=[a_1,a_2,\cdots,a_d]\in \mathrm{R}^{n\times d}$,通过变换 $z_i=A^{\mathrm{T}}x_i$ 把样本集 X 中的每个样本投影到一个低维空间 $R^d(d<<n)$ 中。

1.2 谱回归核判别分析(SRKDA)

LDA、SRDA 都不能发现图像高阶非线性信息,文献[12]引入核技术,提出了谱回归核判别分析(SRKDA),下面简单回顾一下 SRKDA 算法。假设非线性映射 $\varphi:\rightarrow\varphi(X)$ 把 X 映射到高维空间中,得到 $\varphi(X)=\{\varphi(x_1),\cdots,\varphi(x_m)\}$,为便于阐述,假设核矩阵 $K=[k(x_i,x_j)]=\varphi(X)^{\mathrm{T}}\varphi(X)$ 已经中心化。通过求解如下两个等式[12],SRKDA 等价于传统的 KDA:

$$\begin{aligned}Wy&=\lambda y\\ K\beta&=y\end{aligned}\tag{6}$$

其中:K 为半正定对称矩阵;β 为与 y 相对应的组合系数;W 和 y 的求法同 1.1 节。

类似于 SRDA 的做法,β 可通过下式求解

$$\beta=(K+\varepsilon I)^{-1}y\tag{7}$$

在求解时,可先对 $K+\varepsilon I$ 进行 Cholesky 分解使 $K+\varepsilon I=LL^{\mathrm{T}}$,然后再求解式(7)。

设 SRKDA 通过高维空间中投影矩阵 $V_\varphi=[v_1,v_2,\cdots,v_d]$ 进行降维,满足 $z_i=V_\varphi^{\mathrm{T}}\varphi(x_i)$ 把高维空间样本集 $\varphi(X)$ 中的每个样本投影到一个低维空间 $R^d(d<<n)$ 中。由于特征向量 v 为 $\varphi(x_1),\varphi(x_2),\cdots,\varphi(x_m)$ 的线性组合,组合系数 $\beta=[\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_m]^{\mathrm{T}}$ 可通过式(7)得到,所以

$$v=\sum_{i=1}^{m}\beta_i\varphi(x_i)=\varphi(X)\beta\tag{8}$$

设 SRKDA 的组合系数矩阵为 $B=[\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_d]\in \mathrm{R}^{m\times d}$,对任意的样本点 x_i,由式(8)可得其在核空间的投影 $z_i=B^{\mathrm{T}}\varphi(X)^{\mathrm{T}}\varphi(x_i)=B^{\mathrm{T}}K(:,x_i)$。其中 $K(:,x_i)=[k(x_1,x_i),\cdots,k(x_m,x_i)]^{\mathrm{T}}$。

2 正交 SRDA 和 SRKDA

如前所述,在求解过程中 SRDA、SRKDA 不需要进行特征分解或奇异值分解。而求解最小二乘问题的方法技巧已经比较成熟,目前有许多方法求解,如 LSQR 算法[16]。因此,SRDA、SRKDA 可分别减少 LDA 和 KDA 的算法复杂度。然而,SRDA 和 SRKDA 求得的投影矩阵不具正交性,基于迭代的正交化基向量求解法不适应于基于谱回归的方法。本文提出一种简单的方法求取正交投影矩阵,首先给出如下几个定理。

2.1 理论分析

定理 1 假设 $C\in \mathrm{R}^{s\times t}$ 为列满秩实矩阵,即 $\mathrm{rank}(C)=t$ 时,则对于另一实矩阵 $D\in \mathrm{R}^{t\times r}$ 有 $\mathrm{rank}(CD)=\mathrm{rank}(D)$。

证明 考虑齐次线性方程组 $CD\eta=0$ 和 $D\eta=0$,因 C 为列满秩矩阵,所以当 $C(D\eta)=0$ 时,必有 $D\eta=0$,即 $C(D\eta)=0$ 和 $D\eta=0$ 同解,有 $\mathrm{rank}(CD)=\mathrm{rank}(D)$。

定理 2 假设 $C\in \mathrm{R}^{s\times t}$ 为实矩阵,有 $\mathrm{rank}(C)=t$,则 $D=C^{\mathrm{T}}C\in \mathrm{R}^{t\times t}$ 为实对称正定矩阵。

证明 易知 $D=C^{\mathrm{T}}C$ 为半正定矩阵,又 $\mathrm{rank}(D)=\mathrm{rank}(C)=t$ 可知 D 可逆,所以 D 为实对称正定矩阵,命题得证。

定理 3 假设 $F=[f_1,f_2,\cdots,f_t]\in \mathrm{R}^{s\times t}$ 的列向量组线性无关,$F^{\mathrm{T}}DF\in \mathrm{R}^{s\times s}$ 为实对称正定矩阵,可通过如下方法求解由 F

导出 D 正交的等价向量组 $e_1,e_2,\cdots,e_t$。

a）正交化，令

$$e_1=f_1,e_k=f_k-\sum_{i=1}^{k-1}\frac{e_i^{\mathrm{T}}Df_k}{e_i^{\mathrm{T}}De_i}e_i\quad k=2,3,\cdots,t \tag{9}$$

b）单位化，取

$$e_k=\frac{e_k}{(e_k^{\mathrm{T}}De_k)^{1/2}}\quad k=1,2,3,\cdots,t \tag{10}$$

证明　当 $k=2$ 时，$e_k=f_k-\frac{e_1^{\mathrm{T}}Df_k}{e_1^{\mathrm{T}}De_1}e_1$

$$e_1^{\mathrm{T}}De_k=e_1^{\mathrm{T}}Df_k-\frac{e_1^{\mathrm{T}}Df_k}{e_1^{\mathrm{T}}De_1}e_1^{\mathrm{T}}De_1=0 \tag{11}$$

由式（11）可知，e_1、e_2 关于矩阵 D 正交。

假设前 l 个向量 $e_1,e_2,\cdots,e_l$ 两两关于矩阵 D 正交

$$e_i^{\mathrm{T}}De_j=0;i,j=1,2,\cdots,l\text{ 且 }i\neq j \tag{12}$$

当 $k=l+1$ 时，由 $e_k=f_k-\sum_{i=1}^{k-1}\frac{e_i^{\mathrm{T}}Df_k}{e_i^{\mathrm{T}}De_i}e_i$ 可知

$$e_j^{\mathrm{T}}De_k=e_j^{\mathrm{T}}Df_k-\sum_{i=1}^{k-1}\frac{e_i^{\mathrm{T}}Df_k}{e_i^{\mathrm{T}}De_i}e_j^{\mathrm{T}}De_i\quad j=1,2,3,\cdots,k-1 \tag{13}$$

由式（12）可知，上式 $e_j^{\mathrm{T}}De_k=0(j=1,2,3,\cdots,k-1)$，即 e_k 与前 $k-1$ 个向量 $e_1,e_2,\cdots,e_{k-1}$ 两两关于矩阵 D 正交，最后通过式（10）把它们单位化。由线性代数知识可知，当 $D=I$ 时，$e_1,e_2,\cdots,e_t$ 即为 $f_1,f_2,\cdots,f_t$ 的施密特正交化组。

以上给出了一个求解 F 关于 D 正交的导出向量组的方法，如直接利用式（9）和（10）求解计算过程过于复杂且精度不高。为高效而稳定地求解上述问题，联合式（10）将式（9）改写为

$$e_k=h_{kk}f_k-\sum_{i=1}^{k-1}h_{ik}f_i\quad k=1,2,\cdots,t \tag{14}$$

其中：$h_{kk}>0$。令 $E=[e_1,e_2,\cdots,e_t]$，则 $E=FH$，其中 H 为主对角线大于零的上三角矩阵。由 E 关于 D 正交有 $E^{\mathrm{T}}DE=H^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}DFH=I$，于是令 $T=F^{\mathrm{T}}DF=(H^{\mathrm{T}})^{-1}H^{-1}=LL^{\mathrm{T}}$，其中 $L=(H^{\mathrm{T}})^{-1}$ 为下三角矩阵。根据附录和 T 为实对称正定矩阵可知，可通过对 T 进行 Cholesky 分解来求解 L 且 L 的解唯一。由于 $L=(H^{\mathrm{T}})^{-1}$，于是有 $H=(L^{\mathrm{T}})^{-1}$、$E=F(L^{\mathrm{T}})^{-1}$。容易验证，对任何 $k(1\leqslant k\leqslant t)$，向量组 $f_1,f_2,\cdots,f_k$ 与 $e_1,e_2,\cdots,e_k$ 等价。

综合前面所述，用 flam 表示一次加法或一次乘法的计算量，求解由 F 导出 D 正交的等价向量组 E 的步骤和计算时间如下：

a）计算 $T=F^{\mathrm{T}}DF$ 的 Cholesky 分解 $T=LL^{\mathrm{T}}$；计算 $F^{\mathrm{T}}DF$ 需要 s^2t+st^2 flam，计算 T 的 Cholesky 分解需要 $\frac{1}{6}t^3$ flam[17]。

b）计算 $E=F(L^{\mathrm{T}})^{-1}$；由于 L^{T} 为上三角矩阵，计算 $E=F(L^{\mathrm{T}})^{-1}$ 可转换为求解 t 个线性等式需要 st^2 flam[17]。因此以上两步的总的计算时间为：$s^2t+2st^2+\frac{1}{6}t^3$ flam。

2.2　正交 SRDA(OSRDA)

设通过 SRDA 投影矩阵 $A=[a_1,a_2,\cdots,a_d]$ 降维后低维空间的两个数据点间的欧氏距离是

$$\mathrm{dist}(z_i,z_j)=\|z_i-z_j\|=\|A^{\mathrm{T}}(x_i-x_j)\|=\sqrt{(x_i-x_j)^{\mathrm{T}}AA^{\mathrm{T}}(x_i-x_j)} \tag{15}$$

如果投影矩阵 A 为正交矩阵，$AA^{\mathrm{T}}=I$，则高维空间中的测度结构得到保留。然而，通过 SRDA 方法求得的投影向量并不一定是正交的，故需作正交化处理，寻找由 A 导出 I 正交的等价向量组。

通常情况下 $\mathrm{rank}(X)=\min(m,n)$，根据定理 1 和式（4）（5），$\mathrm{rank}(A)=\mathrm{rank}(Y)=d$，即 A 的列向量组线性无关。由 $\mathrm{rank}(A)=d$ 和定理 2 可知，$A^{\mathrm{T}}A$ 为实对称正定矩阵。令 $F=A,D=I$，基于 2.1 节分析，可先对 $A^{\mathrm{T}}A$ 进行 Cholesky 分解 $A^{\mathrm{T}}A=LL^{\mathrm{T}}$，然后计算 $A_\perp=A(L^{\mathrm{T}})^{-1}$，$A_\perp$ 即为所求的正交投影矩阵。令 $H=(L^{\mathrm{T}})^{-1}$，以上求解 $A_\perp$ 的过程，等价于 Y 先右乘 H（令 $Y_\perp=YH$），然后再通过式（4）或（5）求解投影矩阵。文献[11]表明，Y 的列向量都是 W 特征值为 1 线性无关的特征向量，由 H 可逆和定理 1 有，$\mathrm{rank}(Y_\perp)=\mathrm{rank}(YH)=\mathrm{rank}(Y)$，$Y_\perp$ 的列向量组线性无关，而相同特征值所对应的特征向量的线性组合仍是该特征值的特征向量，即 $Y_\perp$ 的列向量组也是 W 特征值为 1 线性无关的特征向量。因此，OSRDA 与 SRDA 的不同之处仅在于，前者使投影向量正交，这样降维后样本间与距离测度有关的度量结构信息能够得以保持；后者与 ULDA 类似，使样本点间的低维嵌入特征统计不相关。OSRDA 通过 Cholesky 分解求解 $A_\perp$ 需 $2nd^2+\frac{1}{6}d^3$ flam，由于 $d=c-1$ 通常较小，所以这部分计算耗时较少，OSRDA 与 SRDA 耗时相近。

2.3　正交 SRKDA(OSRKDA)

类似地，在核空间中，SRKDA 通过正交投影矩阵 V_φ 降维后，低维空间的两个数据点间的距离满足

$$\begin{aligned}\mathrm{dist}(z_i,z_j)&=\|z_i-z_j\|=\|V_\varphi^{\mathrm{T}}(\varphi(x_i)-\varphi(x_j))\|=\\&\sqrt{(\varphi(x_i)-\varphi(x_j))^{\mathrm{T}}V_\varphi V_\varphi^{\mathrm{T}}(\varphi(x_i)-\varphi(x_j))}=\\&\|\varphi(x_i)-\varphi(x_j)\|\end{aligned} \tag{16}$$

即当 $V_\varphi V_\varphi^{\mathrm{T}}=I$ 时，样本在核空间中的测度结构信息得以保持。为使核空间的投影向量 v_1、v_2 正交 $v_1^{\mathrm{T}}v_2=0$，由式（8）有 $v_1^{\mathrm{T}}v_2=(\varphi(X)\beta_1)^{\mathrm{T}}\varphi(X)\beta_2=\beta_1^{\mathrm{T}}K\beta_2=0$，即寻找由 B 导出 K 正交的等价向量组。

由定理 1 和式（7）有 $\mathrm{rank}(B)=\mathrm{rank}(Y)=d$，即 B 的列向量组线性无关。通常情况下，$\mathrm{rank}(\varphi(X))=m$，于是由定理 1 有 $\mathrm{rank}(V_\varphi)=\mathrm{rank}(\varphi(X)B)=\mathrm{rank}(B)=d$，根据定理 2 有 $V_\varphi^{\mathrm{T}}V_\varphi=B^{\mathrm{T}}KB$ 为实对称正定矩阵。令 $F=B,D=K$，基于 2.1 节的分析，可先对 $B^{\mathrm{T}}KB$ 进行 Cholesky 分解 $B^{\mathrm{T}}KB=LL^{\mathrm{T}}$，然后计算 $B_\perp=B(L^{\mathrm{T}})^{-1}$，$B_\perp$ 即为所求矩阵。SRKDA 的时间复杂度为 $O(m^3)$[12]，由 B 导出 $B_\perp$ 需要 $m^2d+2md^2+\frac{1}{6}d^3$ flam，通常情况下 $d<<m$，因此，OSRKDA 与 SRKDA 耗时也相近。类似于 OSRDA 与 SRDA，OSRKDA 与 SRKDA 的不同之处在于，前者使其在核空间中的投影向量正交，后者类似于 KDA，使样本点间的低维嵌入特征统计不相关。

3　实验与结果分析

为验证 OSRKDA 和 OSRDA 算法的有效性，分别在 ORL、Yale、PIE 人脸库上进行仿真实验，并将其与 SRKDA[12]、KDA[9]、SRDA[11]、NLDA[8]、ULDA[4,5] 和 LDA[2]（Fisherfaces）进行比较。

3.1　人脸库

1）Yale 人脸库（http://cvc.yale.edu/projects/yalefaces/

yalefaces. html)　它是人脸识别研究中常用的数据库之一，Yale 人脸库包含 15 个人，每人 11 幅包括光照方向(左、右和正面)、眼睛、表情变化(正常、愉快、悲伤、困乏、惊讶和眨眼)共 165 幅灰度图像。

2) ORL 人脸库(http://www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/attarchive/facedatabase.html)　它包含 40 个人的 400 幅图像，每个人有 10 幅不同的图像。这些是在不同时间拍摄的；人的面部表情和面部细节有着不同程度的变化(比如眼睛睁或闭、笑或严肃、戴或不戴眼镜)；人脸姿态也有相当程度的变化，深度旋转或平面旋转可达 20°；人脸的尺度也有多达 10% 的变化。

3) PIE 人脸库[18]　它由 68 人的 41 368 幅不同姿态、不同光照、不同表情的图像组成。从中选择了包括姿态、光照、表情变化的 5 个子集(C05，C07，C09，C27，C29)共 68 人的正面人脸图像，每人 170 幅图像，总共 11 544 幅图像。

在实验中，把每幅图像裁剪为 32×32 大小的灰度图像，并将像素值归一化到 0 到 1 的范围，这样每幅图像就可以表示为图像空间中 1 024 维的向量。ORL、Yale 和 PIE 人脸库中经过预处理后的部分人脸图像如图 1 所示。算法中核函数选择的是高斯核函数 $k(x,y)=\exp(-\frac{\|x-y\|^2}{2\sigma^2})$，正则化因子 ε 和核函数中 σ 通过交叉验证实验来确定。最后，采用最近欧氏距离分类器分类。

(a) ORL库　(b) Yale库

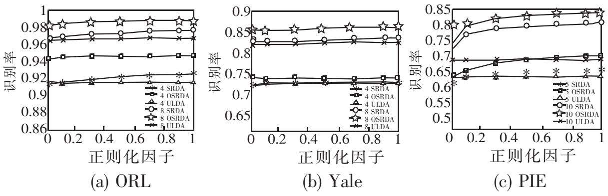
(c) PIE库

图1　部分人脸图像

3.2　实验结果

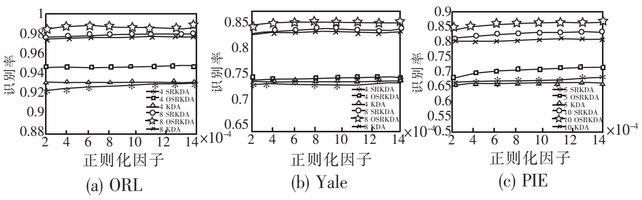
3.2.1　正则化因子 ε 对平均识别率的影响

为确定正则化因子 ε 对 OSRKDA、OSRDA、SRKDA、SRDA、KDA、ULDA 算法识别性能的影响，在 ORL、Yale 人脸库中，每人分别随机选取 4、8 幅图片进行训练，然后用剩余的图片进行测试，并分别随机地进行 50 次独立实验；在数据集 PIE 上每人分别随机选取 5、10 幅图片也进行类似的实验。六种算法在不同人脸库上训练样本数、ε 和平均识别率的关系曲线如图 2、3 所示。



(a) ORL　(b) Yale　(c) PIE

图 2　OSRDA、SRDA、ULDA 方法在不同人脸库上正则化因子与平均识别率关系曲线



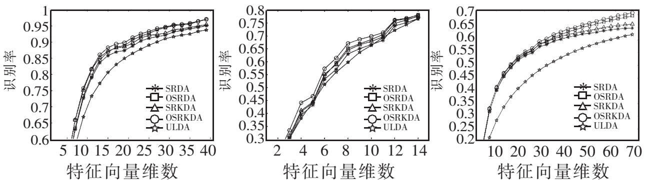
(a) ORL　(b) Yale　(c) PIE

图 3　OSRKDA、SRKDA、KDA 方法在不同人脸库上正则化因子与平均识别率关系曲线

由图 2、3 可知：a) 随着训练样本个数增加，各算法识别率增加，总体上基于谱回归的判别分析法优于传统的判别分析法；b) 在不同人脸库实验中，OSRDA 识别率一致优于 SRDA、ULDA，OSRKDA 识别率也一致优于 SRKDA、KDA；c) 与 SRDA、SRKDA 相比较，在不同 ε 值下，OSRDA 和 OSRKDA 的识别性能相对更稳定。SRDA 和 OSRDA 在 $\varepsilon=1$ 时能取得较好的识别结果，SRKDA 和 OSRKDA 在 $\varepsilon=1.5\times10^{-3}$ 时能取得较好的识别结果。

3.2.2　识别性能分析

在 ORL、Yale 人脸库中，每人分别随机选取 2、3、4、5、6、7、8 幅图片进行训练，剩余的图片作为测试，分别随机地独立进行 50 次实验；在数据集 PIE 上每人分别随机选择 5、10、20、30、40、50、60 幅图片也进行类似的实验。图 4 给出了每人随机选取 5 个训练样本时，5 种方法在不同人脸库上提取的特征向量维数 d 与平均识别率的关系。表 1 列出了其取得的最佳平均识别率、方差及其对应的特征维数和学习时间。



(a) ORL 库上不同维数下平均识别率比较　(b) Yale 库上不同维数下平均识别率比较　(c) PIE 库上不同维数下平均识别率比较

图 4　5 种方法在不同人脸库上特征维数与平均识别率关系曲线

从图 4、表 1 可知，总体上看，随着特征向量维数增加，各算法的识别率增加，OSRKDA 识别性能最佳，ULDA 识别性能最低。几乎在所有特征向量维数下，OSRDA 识别率都优于 SRDA，OSRKDA 识别率也优于 SRKDA，即基于投影向量正交的方法能提取更有效的判别特征。但从消耗的时间看，随着训练样本个数增加，耗时增加。OSRKDA 与 SRKDA 耗时相近，OSRDA 与 SRDA 也相近，ULDA 耗时多于 OSRDA、SRDA，与上文分析一致。5 种算法在不同人脸库上取得最佳识别率维数分别为 39、14、67。在实验中发现每次提取 $c-1$ 个特征时识别效果最佳，因此，在下面实验中，各算法的特征数都取为 $c-1$。

为消除各算法识别结果的偶然性，考虑各种方法的平均识别率和标准差以便进一步比较它的识别性能，结果如表 2～4 所示。表中线性方法和非线性方法，在各情形下的最佳平均识别率和标准差用粗体标出。

实验结果表明，本文提出的算法识别率是最高的且整体上相对稳定，总体上基于谱回归的判别分析法识别率优于对应的传统判别分析法，非线性方法识别率优于对应的线性方法，基于投影向量正交的方法识别率优于低维特征统计不相关方法。LDA 算法的识别性能最低，因为在小样本情况下，为保证类内散布矩阵非奇异丢失了部分重要判别信息。与 LDA 相比较，ULDA 保持了更多有效判别信息且提取的特征是统计不相关的，因而识别率优于 LDA。然而，ULDA 在训练集上寻找最优的投影向量，没有考虑可能存在的过拟合问题，基于谱回归的方法引入正则化因子可以防止过度拟合问题，识别率优于对应的传统判别分析法。但从 SRDA 与 ULDA 算法的识别率和 SRKDA 与 KDA 算法的识别率可以看出，在 ORL、Yale 这种小数据集上，这种优势并不十分明显，在 PIE 这种大数据集上，这种优势比较明显。NLDA 投影向量具正交性，在 ORL、Yale 这种小数据集上，识别率优于 SRDA、ULDA、LDA。但是，在 PIE

库上的实验结果表明，NLDA 在大样本情况下无法应用，而且识别率低于 SRDA，这可能是因为 NLDA 同样存在过拟合问题。OSRDA 通过对 SRDA 的投影向量引入正交化处理，能更好地保持与距离测度有关的度量结构信息，而且可防止过拟合问题，因此，识别率优于其他线性方法，类似地，OSRKDA 也优于其他非线性算法。通过引入核技术，非线性方法能发现图像高阶非线性信息，所以，识别率优于对应的线性方法，为获得更好的识别性能，可使用非线性方法。

表 1　5 种方法识别精度和学习时间比较

人脸库	OSRKDA		SRKDA		OSRDA		SRDA		ULDA	
	识别率/%	时间/s	识别率/%	时间/s	识别率/%	时间/s	识别率/%	时间/s	识别率/%	时间/s
ORL	97.1 ± 1.1(39)	3.88	95.4 ± 1.6(39)	3.86	97.0 ± 1.1(39)	6.43	95.1 ± 1.6(39)	6.09	93.7 ± 1.6(39)	9.05
Yale	78.0 ± 3.5(14)	2.59	77.6 ± 3.7(14)	2.59	78.2 ± 3.8(14)	2.40	76.6 ± 3.7(14)	2.40	76.6 ± 3.9(14)	3.34
PIE	70.7 ± 1.4(67)	87.47	66.2 ± 1.5(67)	87.02	69.5 ± 1.5(67)	39.86	64.8 ± 1.6(67)	39.84	62.2 ± 1.5(67)	62.13

表 2　在 ORL 人脸库实验中的平均识别率和标准差　/%

方法	训练样本个数						
	2	3	4	5	6	7	8
OSRKDA	82.8 ± 3.0	91.1 ± 1.9	94.8 ± 1.5	97.1 ± 1.1	97.7 ± 1.3	98.0 ± 1.2	98.6 ± 1.3
SRKDA	80.8 ± 2.7	88.6 ± 2.2	93.0 ± 1.8	95.4 ± 1.6	96.3 ± 1.8	97.2 ± 1.4	98.0 ± 1.5
KDA	81.3 ± 2.9	89.0 ± 2.0	93.1 ± 1.6	95.5 ± 1.4	96.1 ± 1.8	97.1 ± 1.3	97.7 ± 1.6
OSRDA	82.9 ± 3.0	91.1 ± 1.9	94.7 ± 1.4	97.0 ± 1.1	97.7 ± 1.3	98.0 ± 1.2	98.7 ± 1.2
SRDA	80.4 ± 2.8	88.3 ± 2.3	92.6 ± 1.8	95.1 ± 1.6	96.2 ± 1.8	96.9 ± 1.6	97.7 ± 1.5
NLDA	82.8 ± 3.2	90.8 ± 2.0	94.4 ± 1.6	96.5 ± 1.3	97.2 ± 1.6	97.5 ± 1.5	98.2 ± 1.6
ULDA	80.0 ± 2.9	87.5 ± 2.0	91.6 ± 2.0	93.7 ± 1.6	95.0 ± 1.9	96.1 ± 1.8	96.7 ± 1.7
LDA	75.5 ± 3.4	86.3 ± 2.4	91.2 ± 2.0	94.0 ± 1.5	95.2 ± 1.8	95.5 ± 2.0	96.9 ± 1.7

表 3　在 Yale 人脸库实验中的平均识别率和标准差　/%

方法	训练样本个数						
	2	3	4	5	6	7	8
OSRKDA	55.2 ± 4.3	67.3 ± 3.8	74.0 ± 4.5	78.0 ± 3.5	82.0 ± 3.8	82.6 ± 3.9	85.7 ± 4.2
SRKDA	56.2 ± 3.9	67.1 ± 4.3	72.8 ± 4.7	77.6 ± 3.7	80.2 ± 4.2	81.2 ± 4.4	83.2 ± 4.1
KDA	56.2 ± 3.7	67.1 ± 3.3	73.7 ± 4.6	77.1 ± 3.5	79.7 ± 3.8	81.5 ± 4.3	83.2 ± 4.3
OSRDA	55.3 ± 4.4	67.0 ± 3.8	73.8 ± 4.3	78.2 ± 3.8	81.7 ± 3.8	82.1 ± 3.9	85.1 ± 3.9
SRDA	56.0 ± 4.2	66.7 ± 4.1	72.3 ± 4.8	76.6 ± 3.7	79.6 ± 4.0	80.0 ± 4.5	82.0 ± 4.7
NLDA	55.3 ± 4.4	67.0 ± 3.8	73.8 ± 4.3	78.2 ± 3.8	81.7 ± 3.8	82.1 ± 3.9	85.1 ± 3.9
ULDA	55.8 ± 4.1	66.6 ± 3.6	72.7 ± 4.5	76.6 ± 3.9	79.6 ± 3.4	80.5 ± 4.5	82.2 ± 4.6
LDA	43.8 ± 3.7	60.7 ± 4.2	68.6 ± 4.8	74.1 ± 4.4	77.6 ± 4.1	79.4 ± 4.4	81.2 ± 4.2

表 4　在 PIE 人脸库实验中的平均识别率和标准差　/%

方法	训练样本个数						
	5	10	20	30	40	50	60
OSRKDA	70.7 ± 1.4	85.9 ± 0.9	93.7 ± 0.6	95.8 ± 0.4	96.9 ± 0.2	97.5 ± 0.2	97.8 ± 0.2
SRKDA	66.2 ± 1.5	82.6 ± 0.9	92.0 ± 0.7	94.7 ± 0.4	96.0 ± 0.3	96.8 ± 0.3	97.2 ± 0.3
KDA	65.4 ± 1.3	80.9 ± 1.0	90.3 ± 0.7	93.2 ± 0.4	95.3 ± 0.3	96.5 ± 0.3	97.1 ± 0.3
OSRDA	69.5 ± 1.5	83.9 ± 0.9	91.9 ± 0.6	94.2 ± 0.4	95.4 ± 0.3	96.0 ± 0.3	96.4 ± 0.3
SRDA	64.8 ± 1.6	80.6 ± 1.0	89.9 ± 0.7	92.8 ± 0.4	94.2 ± 0.3	95.0 ± 0.3	95.5 ± 0.3
NLDA	61.8 ± 1.7	70.9 ± 1.2	-	-	-	-	-
ULDA	62.2 ± 1.5	68.3 ± 1.1	78.5 ± 0.8	89.1 ± 0.4	92.2 ± 0.4	93.7 ± 0.3	94.6 ± 0.3
LDA	57.2 ± 1.7	70.3 ± 1.3	78.5 ± 0.8	89.1 ± 0.4	92.2 ± 0.4	93.7 ± 0.3	94.6 ± 0.3

注：-表示无法应用该方法

4　结束语

以上对 SRDA 和 SRKDA 投影向量引入正交化处理，提出了正交 SRDA 和正交 SRKDA 算法。首先给出了相关定理和证明，然后提出了基于 Cholesky 分解的正交化方法，最后通过该方法对 SRDA 和 SRKDA 投影向量进行正交化处理。与迭代的正交化基向量求解法相比较，基于 Cholesky 分解的方法，其理论简单，计算过程更高效且克服了迭代方法不适应于基于谱回归方法的缺点。在 ORL、Yale、PIE 人脸库上的实验结果表明，当姿态、光照、表情等发生变化时，与 SRDA、SRKDA 相比较，其相应的正交化方法 OSRDA、OSRKDA 具有更好的识别性能，是一种有效的人脸识别方法。

注意到算法的识别精度与正则化因子 ε 有关，因此如何选择 ε，仍然需要进一步研究。此外，可将算法应用到步态识别、手写识别等机器学习任务中，以进一步验证算法的有效性。

附　录

假设 $T \in \mathrm{R}^{s \times s}$ 为实对称正定矩阵，则 $T = LL^{\mathrm{T}}$ 的 Cholesky 分解唯一，其中 L 为下三角矩阵，且对角元素都大于 0。

证明　设实对称正定阵 $T = LL^{\mathrm{T}} = GG^{\mathrm{T}}$ 是 T 的两个 Cholesky 分解，L 和 G 都是下三角矩阵。在等式 $LL^{\mathrm{T}} = GG^{\mathrm{T}}$ 中左乘 G^{-1}、右乘 $(L^{\mathrm{T}})^{-1}$ 有

$$G^{-1}L = G^{\mathrm{T}}(L^{\mathrm{T}})^{-1} \tag{*}$$

注意到下三角矩阵的逆还是下三角矩阵，两个下三角矩阵的乘积还是下三角矩阵，因此上式左边是下三角矩阵，而右边是下三角矩阵的转置是上三角矩阵，若要等式成立，只能是对角矩阵。因此，$G^{-1}L$ 为对角元素大于 0 的对角矩阵。设 $G^{-1}L = \Lambda = \mathrm{diag}(\Lambda_1, \Lambda_2, \cdots, \Lambda_t)$，两边取逆有 $L^{-1}G = \Lambda^{-1}$，代入式（*）有 $\Lambda = \Lambda^{-1}$，进而有 $\Lambda_i = \dfrac{1}{\Lambda_i}$。由于 $\Lambda_i > 0$，所以 $\Lambda_i = 1$，即 Λ 为单位矩阵，于是 $G^{-1}L = I, L = G$，命题得证。

（下转第 320 页）

提出了SFCM算法。最后,通过拟合图像直方图曲线,确定SFCM分类数以及聚类中心,以加快FCM迭代到最优解,弥补了本算法计算邻域像素区域的计算量,也减少了算法运行时间。本文进行了分割目标简单、强噪声干扰和目标复杂三种图像的三组实验。实验结果表明,本文方法实验效果优于标准FCM算法,且分割强噪声和目标边界模糊的MRI图像更有效。

参考文献:

[1] 蒋世,易法令,汤浪平,等.基于图割的MRI脑部图像肿瘤提取方法[J].计算机工程, 2010,36(7):217-219.

[2] 陈武凡,秦安,江少峰,等.医学图像分析的现状与展望[J].中国生物医学工程学报,2008,27(2):175-181.

[3] 詹天明,张建伟,陈允杰,等.快速CV双水平集算法的人脑MR图像分割[J].计算机工程,2009,35(14):181-183.

[4] 张宁,余学飞,卢广文.基于方向Snake模型的心脏磁共振图像左心室内外膜分割[J].计算机应用,2012,32(7):1902-1905.

[5] 林芬华,吴从中,詹曙.基于多尺度MRF的膝关节MRI图像快速分割[J].中国图象图形学报,2009,14(9):1739-1744.

[6] 田捷,韩博闻,王岩,等.模糊C均值聚类法在医学图像分析中的应用[J].软件学报,2001,12(11):1623-1629.

[7] 温铁祥,杨丰.一种结合FCM的Mumford_Shah混合模型MR图像分割方法[J].中国生物医学工程学报,2009,28(3):393-414.

[8] WANG Ping, WANG Hong-lei. A modified FCM algorithm for MRI brain image segmentation[C]//Proc of International Seminar on Future Biomedical Information Engineering. 2008:26-29.

[9] 林清华,杜民.新型快速中值滤波算法及在医学图像中的应用[J].计算机应用研究,2012,29(9):3584-3587.

[10] YU Yong-jian, ACTON S T. Speckle reducing anisotropic diffusion[J]. IEEE Trans on Image Processing,2002,11(11):1260-1270.

[11] 李灿飞,王耀南,肖昌炎,等.用于超声斑点噪声滤波的各向异性扩散新模型[J].自动化学报,2012,38(3):412-419.

[12] 郭华磊,马苗.改进的模糊C均值聚类的图像分割算法[J].计算机工程与应用,2011,47(1):176-178.

[13] SHASIDHAR M, RAJA B, KUMAR B V, *et al*. MRI brain image segmentation using modified fuzzy C-means clustering algorithm[C]//Proc of International Conference on Communication Systems and Network Technologies. Washington DC: IEEE Computer Society, 2011: 473-478.

[14] WANG Ping, WANG Hong-lei. A modified FCM algorithm for MRI brain image segmentationp[C]//Proc of International Seminar on Future BioMedical Information Engineering. Washington DC: IEEE Computer Society,2008:26-29.

[15] SANTHALAKSHMI S, BHARATHI G. Local and spatial information based fuzzy C-meams clustering for color image segmentation[C]//Proc of International Conference on Electronics Computer Technology. 2011:396-400.

[16] LI Min, HUANG Ting-lei, ZHU Gang-qiang, *et al*. Improved fast fuzzy C-means algorithm for medical MR images segmentation[C]//Proc of the 2nd International Conference on Genetic and Evolutionary Computing. 2008.

[17] SAKRISON D. On the role of observer and a distortion measure in image transmission[J]. IEEE Trans on Communications,1977,25(11):1251-1267.

[18] WANG Zhou, BOVIK A C. A universal image quality index[J]. IEEE Signal Processing Letters,2002,9(3):81-84.

[19] WANG Zhou, BOVIK A C, SHEIKH H R, *et al*. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity[J]. IEEE Trans on Image Processing,2004,13(4):600-612.

(上接第303页)

参考文献:

[1] TURK M A, PENTLAND A P. Eigenfaces for recognition[J]. Journal of Cognitive Neuroscience,1991,3(1):71-86.

[2] BELHUMEUR P N, HESPANHA J P, KRIEGMAN D J. Eigenfaces vs. Fisherfaces: recognition using class specific linear projection[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997,19(7):711-720.

[3] FRIEDMAN J H. Regularized discriminant analysis[J]. Journal of the American Statistical Association,1989,84(405):165- 175.

[4] JIN Zhong, YANG Jing-yu, HU Zhong-shan, *et al*. Face recognition based on the uncorrelated transformation[J]. Pattern Recognition, 2001,34(7):1405-1416.

[5] JIN Zhong, YANG Jing-yu, TANG Zhen-min, *et al*. A theorem on the uncorrelated optimal discriminant vectors[J]. Pattern Recognition, 2001,34(10):2041-2047.

[6] HOWLAND P, PARK H. Generalizing discriminant analysis using the generalized singular value decomposition[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004,26(8):995-1006.

[7] CHU D, THYE G S. A new and fast implementation for null space based linear discriminant analysis[J]. Pattern Recognition,2010, 43(4):1373-1379.

[8] LU Gui-fu, WANG Yong. Feature extraction using a fast null space based linear discriminant analysis algorithm[J]. Information Sciences,2012,193(15):72-80.

[9] MIKA S, RATSCH G, WESTON J, *et al*. Fisher discriminant analysis with kernels[C]//Proc of IEEE Neural Networks for Signal Processing Workshop. 1999:41-48.

[10] BAUDAT G, ANOUAR F. Generalized discriminant analysis using a kernel approach[J]. Neural Computation, 2000, 12(10): 2385-2404.

[11] CAI Deng, HE Xiao-fei, HAN Jia-wei. SRDA: an efficient algorithm for large scale discriminant analysis[J]. IEEE Trans on Knowledge and Data Engineering,2008,20(1):1-12.

[12] CAI Deng, HE Xiao-fei, HAN Jia-wei. Speed up kernel discriminant analysis[J]. The VLDB Journal,2011,20(1):21-33.

[13] CAI Deng, HE Xiao-fei, HAN Jia-wei. Orthogonal Laplacian faces for face recognition[J]. IEEE Trans on Image Processing,2006,15(11):3608-3614.

[14] LIU Shuai, RUAN Qiu-qi. Orthogonal tensor neighborhood preserving embedding for facial expression recognition[J]. Pattern Recognition,2011,44(7):1497-1513.

[15] LEI Ying-ke, DING Zhi-guo, HU Rong-xiang, *et al*. Orthogonal local spline discriminant projeciton with application to face recognition[J]. Pattern Recognition Letters,2011,32(4):615-625.

[16] PAIGE C, SAUNDERS M A. LSQR: an algorithm for sparse linear equations and sparse least squares[J]. ACM Trans on Mathematical Software,1982,8(1):43-71.

[17] STEWART G W. Matrix algorithms volume Ⅰ: basic decompositions[M]. [S. l.]: SIAM,1998.

[18] SIM T, BAKER S, BSAT M. The CMU pose, illumination and expression (PIE) database of human faces, Technical Report CMU-RI- TR-01-02[R]. Pittsburgh, PA: Robotics Institute,2001.