

# 基于增量式迭代变换的蜡染图形渐变算法\*

刘征宏, 潘伟杰

(贵州大学机械工程学院, 教育部现代制造技术重点实验室, 贵阳 550003)

**摘要:** 针对蜡染图形创新, 提出一种基于增量式迭代变换法的图形渐变方法, 即在不受特征点集对应的约束下, 实现两个平面图形之间自然、平滑渐变。该方法采用迭代渐变的思想, 对图形进行矢量预处理, 并分别在源矢量图形和目标矢量图形上采样一组几何特征点, 通过等分弧长对应的规则把两个图形进行权重归中, 对采样的节点求全局最小二乘进行特征匹配与映射, 再通过增量式迭代变换法得到一系列渐变中间图形。计算机仿真结果表明, 此算法能够较好地实现非特征对应的图形渐变, 达到过渡自然、平滑的目的。

**关键词:** 图形渐变; 采样; 最小二乘; 增量式迭代

**中图分类号:** TP391.41; TP301.6      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-3695(2013)12-3817-03

**doi:** 10.3969/j.issn.1001-3695.2013.12.078

## Batik graphics morphing algorithm based on increment iterative transformation

LIU Zheng-hong, PAN Wei-jie

(Key Laboratory of Advanced Manufacturing Technology of Ministry of Education, School of Mechanical Engineering, Guizhou University, Guiyang 550003, China)

**Abstract:** For the realization of morphing naturally and smoothly between two 2D shape, this paper presented a graphics morphing method based on the increment iterative transformation, and this graphics applied to the situation that the feature was not correspond between two shapes. In contrast to the existing methods, the proposed method pretreated the graphics firstly, then sampled a set of feature points from the source graphics and target graphics, and weighted and normalized the two graphics, obtained the global least squares series based on the samples and corresponding, matched them, after that generated a series of metamorphosis graphics by increment iterative transformation method. Computer simulation results show that the result gotten from the algorithm can avoid atrophy and twisted of metamorphosis graphics, and achieve the transition naturally and smoothly.

**Key words:** graphics morphing; sampling; least squares; increment iterative

## 0 引言

蜡染艺术具有丰富的图案形态与民族符号, 承载着独特的民族地域文化与历史文化信息, 因而有着特殊的艺术魅力与审美价值。作为非物质文化遗产, 蜡染的数字化保护与开发为蜡染艺术及现代蜡染工业的发展注入了新的生命力。在现代蜡染工业中, 计算机辅助创新设计是蜡染产品开发的主要方式, 其中, 蜡染图形的渐变、组合排列等方式为蜡染图案的创新提供了有效的途径。本文研究一种基于增量式迭代变换的蜡染图形渐变算法, 适用于非特征对应的图形渐变。

图形渐变是计算机图形创新中的一个重要途径。在2D图形创新、3D造型、关键帧动画等领域中都有重要的应用。它将源物体通过某种算法自然、平滑地过渡到目标物体, 并产生一系列中间渐变的关键帧。两个图形之间渐变需要解决两个基本问题, 即特征对应和路径插值。其中, 特征对应是指建立源和目标形状之间相似特征的对应关系; 路径插值则将每个源特征光滑过渡到对应的目标特征, 产生一系列渐变中间图形。但是如何自动求出自然、光滑的具有两个图形共同特征的渐变图形仍是最近比较热门的研究课题。

图形渐变一直以来都是学者研究的重点, 具有代表性的主要有 Sederberg 等人<sup>[1,2]</sup>提出的基于多边形边角内在属性的插值方法, 可以有效地减轻或避免形状的收缩, 但其只考虑了形状轮廓而没有考虑形状内部, 插值过程中形状内部可能会发生扭曲、自交。Shapira 等人<sup>[3]</sup>通过输入形状的内部, 对其进行星型凸分解, 并插值对应星型凸形状的极坐标, 以得到中间形状, 该方法可以有效地保持形状的面积, 但没有充分考虑形状的边界形态。Alexa 等人<sup>[4]</sup>则对输入形状的内部进行同构三角化分解, 以避免形状内部同构星型凸分解可能存在的歧义性, 从而提高了算法的鲁棒性。但同构星型凸分解和同构三角化分解都需要花费较多的计算时间。Yang 等人<sup>[5]</sup>提出了基于特征分解方法的多重形状变形, 此方法非常复杂。Zhou、He 等人<sup>[6,7]</sup>针对不同拓扑结构的二维形状渐变, 提出了一种基于三角形分解和重构的平面多边形变形方法, 但主要针对的是动画图形。Yang 等人<sup>[8]</sup>提出一种基于多层次特征结构的二维形状渐变方法, 解决了部分内部扭曲的问题, 但要求进行特征对应, 增加了计算难度。吕福起等人<sup>[9]</sup>在边角插值法的基础上提出自交点实现了图形渐变, 但其需要人工操作。针对非特征对应的蜡染图形, 本文提出了一种新的算法, 采用增量式迭代变换

**收稿日期:** 2013-04-15; **修回日期:** 2013-05-23      **基金项目:** 贵州大学引进人才科研项目合同[贵大人基合字([2012]009)]; 国家科技部科技支撑计划资助项目(2012BAZD4317)

**作者简介:** 刘征宏(1987-), 男, 湖南邵阳人, 博士研究生, 主要研究方向为非物质文化遗产数字化保护与开发(328597789@qq.com); 潘伟杰(1983-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为数字化艺术设计、非物质文化遗产数字化保护与传承。

法,通过特征点对应、特征点距离拉近、重新采样、不断迭代等过程实现了蜡染图形的渐变,有效避免了内部扭曲,并保持了源图形和目标图形的特征。

### 1 图形预处理

#### 1.1 图形矢量化

图形矢量化是进行图形渐变的第一步,要进行图像的矢量化,首先找到图像的边界点,并以正确的点集描述出来。正确的点集是指无歧义的表面图形的边界。如果出现类似于图 1 的图形交叉,当需要寻找图形八个节点的信息时,很容易沿着路径 1 的方式寻找,而忽略交叉点以下的部分,导致节点不能完全描述图形的边界信息。因此,在查找点时应计算当前图像边界的走向,即向量。由于图像的拟合线段具有连续性,所以拟合后的矢量图像每一个节点都具有方向向量。设  $f(x)$  为拟合后的图形,则存在  $f(x-)' = f(x+)'$ 。对于原图像中的任意一点  $A$ ,经过八走向遍历找到相邻的点集,点集中的点与  $A$  其方向向量都可以被计算,但只有与点  $A$  处的方向向量差异最小的点被视为线段的下一个点。如图 2 所示,当前方向向量为  $AB$ ,可能的下一个节点有  $B、C、D、E$ ,除去  $B$  是上一节点,再通过余弦公式计算,可以得到向量  $DA$  和向量  $AB$  之间的角度差最小,所以选择  $D$  为线段的下一个节点。

#### 1.2 曲线采样

一条曲线包含有很多顶点,假如将这些顶点全部存储并使用,会造成很大的计算消耗,因为曲线同时包含很多冗余信息,如有的曲线其中很长一段是一条直线段,因此为了减少信息的存储和处理,对该曲线进行采样是必不可少的步骤。源图像采样得到的结果为表象图像的点集,把这些点连接起来就是对源图像的矢量化。对于比较大的图像需通过公式来拟合源图像以减少图形顶点数的存储量且图像放大后不变形。拟合方法有:用长度相同的折线来模拟曲线;通过迭代寻找与当前的近似离得最远的点作逐次近似;折线中间的点通过内插样条来近似,内插样条可以采用如 B 样条的方法。后面两种方法计算复杂、精度高,主要针对复杂的曲线图形。本文处理对象特征相对简单,为了提高效率,采用折线来模拟曲线的方法。

#### 1.3 弧长参数化

弧长参数化在本文算法实现的重新采样部分具有非常重要的作用,可以清晰准确地表示出下一顶点的位置。给定一空间曲线,在其上任取一点  $P_0(X_0, Y_0, Z_0)$  作为计算弧长的起点。应用弧长积分公式。

a) 当曲线的采样方式用线段来模拟时,

$$s = \sum_{i=0}^{n-1} \text{len}(i, i+1) \tag{1}$$

其中:  $\text{len}(i, i+1)$  表示第  $i$  段线段的长度。

b) 当曲线的采样方式用曲线来模拟时,

$$s = \int \sqrt{1 + f'(x)^2} dx \tag{2}$$

其中:  $f(x)$  表示的是曲线的函数。

根据以上两个公式即可计算出该曲线上任意点  $P(X, Y, Z)$  到  $P_0$  之间的弧长  $s$ 。由此,曲线上点的位置与该点处的弧长是一一对应的,如图 3 所示。

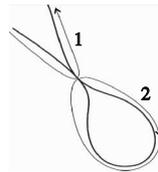


图1 交叉图形

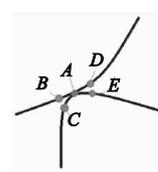


图2 查找点方法

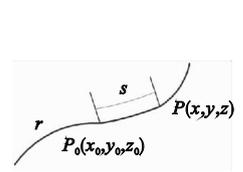


图3 弧长参数化

### 2 增量式迭代变换法

#### 2.1 定义节点

分别在源图形 A (图 4(a)) 和目标图形 B (图 4(b)) 上各取  $K$  个节点, 设 A 中的  $K$  个节点为  $f_1, f_2, \dots, f_k$ , 有  $\forall i, j$  都满足

$$\text{len}(f_i, f_{i+1}) = \text{len}(f_j, f_{j+1}) \tag{3}$$

B 中的  $k$  个节点, 有  $\forall i, j$  都满足

$$\text{len}(g_i, g_{i+1}) = \text{len}(g_j, g_{j+1}) \tag{4}$$

节点的选择是基于源图像的采样, 节点的个数即图形所表示的曲线像素个数, 假如存在对图形曲线进行再次采样(详见 1.2 节), 则节点个数为再次采样的个数。节点的数目会影响后续的仿真, 节点越多, 变化过程越平滑, 但同时计算量增大、计算步骤增加、处理效率降低。

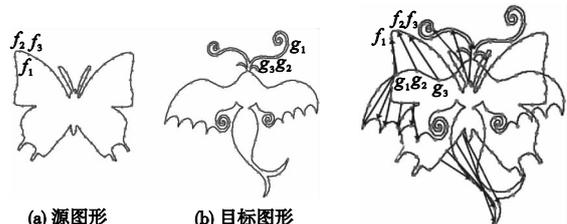
#### 2.2 最小二乘特征点对应

对给定数据点  $\{(X_i, Y_i)\} (i=0, 1, \dots, k)$ , 在取定的函数类  $\phi$  中, 设  $p(x) \in \phi$ , 使误差的平方和  $E^2$  最小, 则求

$$\min(E^2) = \min(\sum_{i=1}^k [P(X_i) - Y_i]^2) \tag{5}$$

也就是寻求与给定点  $\{(X_i, Y_i)\} (i=0, 1, \dots, k)$  的距离平方和最小的曲线。

根据最小二乘法, 将  $f_i$  和  $g_i$  进行匹配, 设它们之间的匹配为  $p(i, j)$ 。如图 5 中寻找对应的节点。



(a) 源图形 (b) 目标图形  
图4 源图形和目标图形

图5 特征点对应

#### 2.3 增量式迭代变换

源图形 A 和目标图形 B 对应点的坐标位置在开始时是不相同的, 两者之间存在差异, 需要计算两者之间的差异值。在这里用对应点之间的距离和来表示这个差异。那么开始的时候这个差异值为

$$D_1 = \sum_{i \geq 0, i < k} D(f_i, g_i) \tag{6}$$

然后对  $f_i$  和  $g_i$  进行距离拉近, 可以得到

$$D_1' = \sum_{i \geq 0, i < k} D(f_i', g_i') \tag{7}$$

其中:  $f_i'$  表示源图像中被分割后的第  $i$  个节点,  $g_i'$  表示目标图像中被分割后的第  $i$  个节点。

必然满足  $D_1 > D_1'$ , 此时对图像 A 进行重构, 然后循环上面的过程, 可以得到新的  $D_2$ , 必然满足  $D_1' < D_2 < D_1$ 。如此继

续,存在  $D(k) < D(k-1) < \dots < D_2 < D_1$ 。

而  $D(k) \geq 0$ ,所以每一次循环是图像 A 对图像 B 的逼近,直到 A 图近似等于 B 图。图像的逼近方式是依据对应点距离的百分比,所以对应点的距离越远,对应点的逼近效果就越明显。经过一轮循环,再次在 A 图中进行插值找到  $k$  个点,存在  $D(k') < D(k+1) < D(k)$ 。经过一轮循环之后节点的位置发生了变化,因此新一轮的循环需要重新采样,这样就避免了不重新采样的生硬变化,从而实现自然而平滑的图像变化效果。

#### 2.4 算法实现

本算法实现的主要过程可分为以下几步:

a) 图形预处理,包括图形矢量化、曲线采样、弧长参数化,定义弧长起点  $P_0(X_0, Y_0, Z_0)$ 。

b) 在源图形 A 上定义距离相等的节点  $f_1, f_2, \dots, f_k$ , 在目标图形 B 上定义距离相等的节点  $g_1, g_2, \dots, g_k$ 。

c) 根据最小二乘法对  $f_i$  和  $g_j$  进行匹配,记为  $P(i, j)$ 。

d) 计算  $f_i$  到  $g_j$  的距离,然后对  $f_i$  和  $g_j$  进行距离拉近。

e) 不断迭代,使源图形 A 不断逼近目标图形 B,从而得到一系列中间渐变图形。

### 3 计算机仿真结果及分析

本文算法在 2.60 GHz CPU 的 PC 上用 Visual Studio 2008 集成开发环境,使用 GDI+ 图形程序接口和 C#(.NET 3.5 版本)语言实现。图 6 与 7 是对源图形和目标图形进行图形渐变实例的结果。图 6 是两个不同的对称蝴蝶图形的渐变,迭代了四次,每次迭代距离都是到总距离的五分之一,从而得到了四个中间图形。结果表明前面的迭代形变较慢,得到的图形绝大部分是保持了源图形 A 的特征,中间的迭代图形则均等地保持了源图形 A 和目标图形 B 的图形特征,而越往后迭代形变越快,图形特征越接近目标图形 B,迭代的中间图形都避免了自交和内部弯曲。图 7 是两个非对称简单的花瓣图形的渐变,仿真结果同样也说明了此算法的适用性。

从计算机仿真结果可知,封闭的单一矢量图形,且源图形与目标图形特征基本对应的前提下(图 6),该算法与其他渐变算法<sup>[1,4,5]</sup>效果相当;而对于两个非特征对应的图形渐变(图 7),源图形为三片花瓣,目标图形为两片花瓣,不能构成特征对应,获得的图形渐变的自由度更大,不会受到特征对应的限制。此算法得到的渐变图形过渡自然、光滑,避免了图形的内部扭曲,而且可以通过控制迭代次数得到不同数量、不同形态的一系列中间渐变图形。

### 4 结束语

为提高增量式迭代算法的效率及精度,本文提出一种适用于非特征对应的二维图形渐变的方法,对要求渐变的源图形和目标图形进行预处理,通过定义节点、匹配节点、增量迭代等算法实现,完成图形渐变。根据迭代次数不同求得不同的一系列中间渐变图形。通过实验验证,本文方法相比现有的算法更加简单、高效,有效地避免了形状的内部失真和扭曲,在非特征对应的条件下,形成了更加光滑、自然而且视觉效果良好的形状渐变序列。

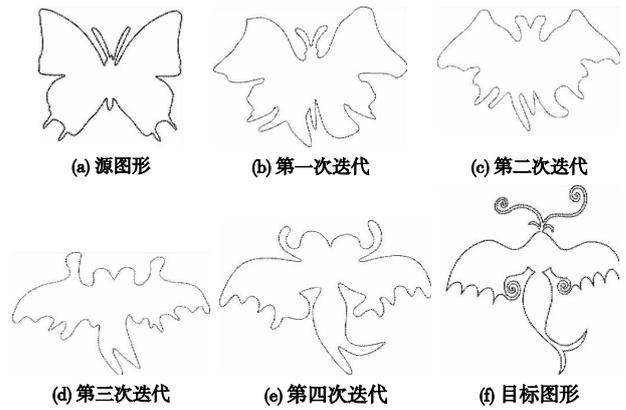


图6 蝴蝶图形迭代结果

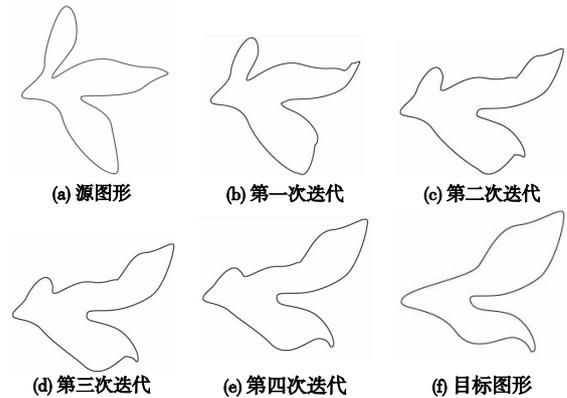


图7 花瓣图形迭代结果

#### 参考文献:

- [1] SEDERBERG T W, GREENWOOD E. A physically based approach to 2D shape blending [C]//Proc of the 19th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1992:25-34.
- [2] SEDERBERG T W, GAO Pei-sheng, WANG Guo-jin, et al. 2-D shape blending: an intrinsic solution to the vertex path problem [C]//Proc of the 20th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1993:15-18.
- [3] SHAPIRA M, RAPPOPORT A. Shape blending using the star-skeleton representation [J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 1995, 15(2):44-55.
- [4] ALEXA M, COHEN-OR D, LEVIN D. As-rigid-as-possible shape interpolation [C]//Proc of the 27th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 2000: 157-164.
- [5] YANG Wen-wu, FENG Jie-qing. 2D shape morphing via automatic feature matching and hierarchical interpolation [J]. Computers & Graphics, 2009, 33(3):414-423.
- [6] ZHOU Xiao-dan, JIANG Da-wei, ZHAO Ning-bo, et al. Polygons morphing based on triangle decomposition and reconstruction [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2009, 21(6):730-735.
- [7] HE Lei, JIANG Da-wei, ZHANG Yong-feng, et al. Shape blending based on representation of simplified polygons in the similar tangent space [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2007, 19(3):304-310.
- [8] YANG Wen-wu, FENG Jie-qing, WANG Xun. 2D shape blending based on multi-level feature structures [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2012, 24(5):563-573.
- [9] 吕福起, 江维琼. 基于边角插值法的图形渐变避免自交算法研究 [J]. 计算机应用研究, 2013, 30(4):1259-1262.