

基于稀疏表示的 OFDM 信号的 DOA 估计*

王志朝, 张天骐, 万义龙, 朱洪波

(重庆邮电大学 信号与信息处理重庆市重点实验室, 重庆 400065)

摘要: 针对正交频分复用 (OFDM), 宽带信号波达方向 (DOA) 估计问题, 提出一种基于宽带信号协方差矩阵稀疏表示的 DOA 估计方法。该方法是在协方差矩阵主对角线下对左下角三角形元素按各条对角线取平均值后形成一个新的向量, 然后将该向量写成冗余字典形式。在冗余字典下对信号进行稀疏性约束形成二阶锥约束优化问题, 再用工具箱 SeDuMi 来实现 DOA 估计。理论分析和仿真结果表明, 该方法在低信噪比和少快拍数下分辨率很高, 是一种有效的宽带信号 DOA 估计算法, 此方法优于基于高阶累积量算法和宽带聚焦算法的 DOA 估计方法。

关键词: 正交频分复用信号; 稀疏表示; 冗余字典; 二阶锥约束优化; DOA 估计

中图分类号: TN911.23 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2013)12-3716-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.12.051

DOA estimation of OFDM signal based on sparse representation

WANG Zhi-chao, ZHANG Tian-qi, WAN Yi-long, ZHU Hong-bo

(Chongqing Key Laboratory of Signal & Information Processing, Chongqing University of Posts & Telecommunications, Chongqing, 400065, China)

Abstract: In order to solve the problem of the OFDM broadband signal processing, this paper introduced a algorithm for the direction of arrival (DOA) estimation of OFDM signal based on the wideband signal covariance matrix sparse representation. It averaged the triangle elements in the lower left corner of the main diagonal of the covariance matrix to form a new vector, and wrote the vector in the form of a redundant dictionary. The signal in a redundant dictionary the sparsity constraints formed a second-order cone constrained optimization problems, and then used toolbox SeDuMi to do DOA estimation. Theoretical analysis and simulation results show that the proposed method is an effective wideband signal DOA estimation algorithm and has high resolution in low signal-to-noise ratio and less number of snapshots, it is better than higher order cumulant algorithm and wideband focused matrix algorithm DOA estimation method.

Key words: orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) signal; sparse representation; redundant dictionary; second-order cone constrained optimization; direction of arrival (DOA) estimation

0 引言

波达方向 (DOA) 估计无论在民用还是军用领域都有着十分重要的作用。实际的波达方向估计中, 特别是无线电通信侧向面临的是很宽的频段 (如频率范围在 30 ~ 3000 MHz), 为了提高侧向的搜索速度, 侧向接收机的瞬时带宽朝着宽带的趋势发展, 可以达到几十兆赫, 有时甚至上百兆赫。同时空间中包含着诸如正交频分复用信号、扩频信号、跳频信号、线性调频信号等宽带信号。因此, 宽带信号的空间谱估计成为了阵列信号处理领域的重点与难点之一, 研究高分辨率宽带 DOA 估计算法具有重要的意义^[1,2]。宽带信号 DOA 估计方法目前主要有不相关信号子空间方法 (incoherent signals-subspace method, ISSM)^[3]、相干信号子空间方法 (coherent signals-subspace method, CSSM)^[4] 和高阶累积量方法^[5]。ISSM 主要借助离散傅里

叶变换 (discrete fourier transform, DFT) 或滤波器组将宽带信号转换成窄带信号模型, 再利用窄带处理算法如 MUSIC^[6] 等来实现 DOA 估计。CSSM 主要思想是将不同频率点上的数据聚焦到参考频率点上, 再进行窄带处理。CSSM 相对于 ISSM 具有运算量小、能处理相干信号和分辨率高等, 但都需要角度预估计, 从而影响分辨率。高阶累积量方法虽然具有抑制高斯噪声和阵列扩展特性, 但也有角度预估计和计算量大等缺点。

目前应用最广泛的子空间分析方法大多是基于信号的正交分解, 将阵列信号正交投影到完备的子空间上, 因此存在基函数系的正交性、完备性和信号的固有最小分辨率等限制。信号稀疏分解作为近来新出现的信号分析思想, 可以得到信号非常简洁的表达, 即稀疏表示 (sparse representation), 阵列信号稀疏分解是基于过完备原子库的展开, 相比传统的阵列信号分解必须在完备的正交基上分解, 它将阵列接收信号投影到过完备原子库的原子向量上, 实现阵列信号的稀疏分解。利用稀疏分

收稿日期: 2013-04-18; **修回日期:** 2013-05-14 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (61071196, 61102131); 国家教育部新世纪优秀人才支持计划项目 (NCET-10-0927); 信号与信息处理重庆市市级重点实验室建设项目 (CSTC2009CA2003); 重庆市杰出青年基金资助项目 (CSTC2011jjjq40002); 重庆市自然科学基金资助项目 (CSTC2010BB2398, CSTC2010BB2409, CSTC2010BB2411, CSTC2012JJ440008); 重庆市教育委员会科研项目 (KJ120525)

作者简介: 王志朝 (1987-), 男, 四川平昌人, 硕士研究生, 主要研究方向为宽带信号的波达方向估计、阵列信号处理 (wangzc151411@163.com); 张天骐 (1971-), 男, 四川眉山人, 教授, 博士, 主要研究方向为宽带微弱无线电信号处理、盲信号与信息处理、通信对抗理论与技术; 万义龙 (1989-), 男, 江西南昌人, 硕士研究生, 主要研究方向为语音信号处理、语音识别; 朱洪波 (1987-), 男, 四川自贡人, 硕士研究生, 主要研究方向为通信信号的细微特征提取与调制识别。

解的方法进行 DOA 估计具有很高的分辨率、不需要进行任何预处理、在低信噪比和少快拍数下达到很高的精度和同时适用于相干和非相干信号^[7-9]。文献[10]将稀疏分解的方法运用到信号 DOA 估计中,通过对接收数据矩阵奇异值分解,然后通过求解 L_0 范数稀疏约束的联合优化问题实现 DOA 估计,但当信号维数较高时,计算效率很低。文献[7]将稀疏分解的方法运用到宽带信号 DOA 估计中,但在计算过程中需要根据信号的频率实时地建立字典,增加了计算量和存储空间。文献[11]提出对信号协方差矩阵稀疏表示的 DOA 估计算法,并详细推导和分析了拟合误差门限和其他算法比较分析。

针对 OFDM 信号的 DOA 估计问题,本文提出一种宽带信号协方差矩阵稀疏表示算法。本文算法针对宽带信号源 DOA 估计问题,不需要任何先验信息和把宽带信号转换为窄带信号后的融合问题。本文最后约束问题转换为对信号进行 l_1 范数约束,对噪声进行 l_2 范数约束,并将文中约束问题转变为凸优化问题,采用二阶锥优化理论,借助有效的工具箱 SuDuMi 进行参数估计,从而实现 DOA 估计。下面先建立 OFDM 基带信号模型和阵列宽带信号模型。

1 宽带阵列信号模型

1.1 OFDM 基带信号模型

建立 OFDM 基带信号模型,如图 1 所示。

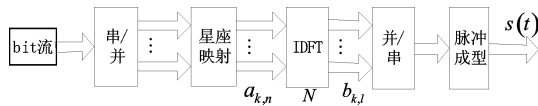


图1 OFDM 基带信号模型

设发送端信号以 T_c 的码元间隔发送二进制 bit 流,来自复数星座的数据以 $1/T_c$ 的速率组成数据块, N 为总子载波的个数,第 k 个数据块写为 $a_{k,N} = [a_{k,0}, a_{k,2}, \dots, a_{k,N}]$,且满足下列条件: $a_{k,n}$ 相互独立, $E(a_{k,n}) = 0$, $E(a_{k,n} a_{k',n'}^*) = \delta[k-k']\delta[n-n']$, δ 为克罗内克函数;经过逆傅里叶变换 (inverse discrete fourier transform, IDFT) 后为

$$b_{k,l} = \sqrt{N} \text{IDFT}(a_{k,N}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} a_{k,n} \exp\left(\frac{j2\pi nl}{N}\right) \quad (1)$$

$l=0, 1, \dots, N-1$

构成向量 $\mathbf{b}_{k,N} = [b_{k,0}, b_{k,1}, \dots, b_{k,N-1}]$; T_c 为 OFDM 符号周期,经脉冲成型,得到基带信号为

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{N-1} b_{k,l} q(t - lT_c - kT_c) \quad (2)$$

1.2 宽带阵列信号模型

考虑阵列模型为等距排列的 M 个阵元的均匀线阵 (uniform linear array, ULA), 阵元间距为 d , 有 K 个宽带远场信号分别从不同的方位辐射到阵列上, 入射角为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K$, 假设宽带信号有相同带宽 B 和中心频率 f_0 , 噪声为高斯白噪声, 均值为 0, 方差为 σ^2 , 且信号与噪声不相关, 其中第一个阵元作为参考阵元, 收集 N 次快拍数据, 则在时间 t 的快拍数下第 l 个阵元上的接收数据 (不考虑增益时) 可以表示为

$$x_l(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t - \tau_{l,k}) + v_l(t) \quad l=1, 2, \dots, M; t=1, 2, \dots, N \quad (3)$$

$$\tau_{l,k} = (l-1)d \sin \theta_k / c \quad (4)$$

其中: $s_k(t)$ 为第 k 个入射信号; $\tau_{l,k}$ 表示第 k 个信号到达第 l 个阵元时相对于参考阵元的时延; c 是光速; $v_l(t)$ 表示第 l 个阵元在 t 时刻的噪声。式(3)写成矢量形式为

$$\mathbf{x}(t) = [\sum_{k=1}^K s_k(t - \tau_{1,k}) + v_1(t), \dots, \sum_{k=1}^K s_k(t - \tau_{M,k}) + v_M(t)]^T$$

$$t=1, 2, \dots, N \quad (5)$$

在本文中, 假设信号与噪声不相关, 则 K 个独立信号满足 $E[s_{k_1}(t_1)s_{k_2}(t_2)] = 0$ 和 $E[s_{k_1}(t_1)s_{k_2}^*(t_2)] = \eta_{k_1} r_{k_1}(t_1 - t_2) \delta(k_1 - k_2)$ 。其中: η_k 表示第 k 个信号的功率, $r_k(\tau)$ 表示第 k 个信号归一化相关函数

$$r_k(\tau) = \frac{E[s_k(t+\tau)s_k^*(t)]}{\eta_k} \quad (6)$$

且满足 $r_k(0) = 1$ 。 $\delta(\cdot)$ 表示单位冲激函数, $(\cdot)^*$ 表示共轭, $(\cdot)^T$ 表示转置。

2 宽带信号协方差矩阵稀疏表示 DOA 估计

2.1 基于稀疏表示 DOA 估计原理

对窄带信号, $s_k(t - \tau) \approx s_k(t) e^{-j\omega\tau}$, 阵列信号模型式(3)写成矢量形式可以表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (7)$$

其中: $\mathbf{X}(t)$ 是接收信号矢量, $\mathbf{A}(\theta)$ 是导向矢量矩阵, $\mathbf{S}(t)$ 是入射信号矢量, $\mathbf{N}(t)$ 是噪声矢量。

为了将 DOA 估计转换为一个稀疏表示问题, 需要引入所有可能的到达角的过完备表示导向矢量矩阵 $\mathbf{A}$, 首先将整个感兴趣的空间分为若干个可能的到达角, 如 $\Omega = \{\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \dots, \bar{\theta}_H\}$, $H \gg K$, 然后用所有可能的到达角构造一个过完备的导向矩阵 $\Phi = [a(\bar{\theta}_1) a(\bar{\theta}_2) \dots a(\bar{\theta}_H)]$ 。 Φ 是已知的且与实际信号源的 DOA 无关, 用一个 $H \times 1$ 维向量 $\mathbf{S}(t_j)$ 表示信号源位置, 且当 $\bar{\theta}_h = \theta_k$ 时, $\mathbf{S}(t_j)$ 的第 h 个元素为非 0, 否则为 0。从而 $\mathbf{S}(t_j)$ 的非 0 值的位置就可得信号源的 DOA 信息。当然, 真实信号的 DOA 不可能总是恰好与某个 $\bar{\theta}_h$ 相等, 但是如果 Ω 足够密集, 则存在某个 $\bar{\theta}_h$, 使得 $\bar{\theta}_h \approx \theta_k$, 对于存在的误差可由噪声近似表示。也就是说, 信号的 DOA 估计为

$$\mathbf{X} = \Phi \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (8)$$

对静止信号整个测量过程中信号的 DOA 是一个时不变向量, 所以矩阵 $\mathbf{S}$ 中每一列的非 0 值出现在相同行, 且只有 K 行为非 0, 因此信号的 DOA 估计可以表示为由观测数据 $\mathbf{X}$ 寻找稀疏矩阵 $\mathbf{S}$ 中非 0 个数问题, 即该问题要解决的是由带噪观测向量 $\mathbf{X}$ 和冗余矩阵 Φ 得到 $\mathbf{S}$ 的最稀疏表示。由于宽带信号频率和信号时延无法分离, 不能写成式(7)的矢量表示形式, 因此必须用其他方法才能解决。下面介绍宽带信号协方差矩阵稀疏表示算法。

2.2 宽带信号协方差矩阵稀疏表示 DOA 估计原理

先分析一般阵列协方差矩阵稀疏表示 DOA 估计。对式(3)求出协方差矩阵

$$\mathbf{R} = E(\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)) =$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^K \eta_k + \sigma^2 & \sum_{k=1}^K \eta_k r^*(\tau_{2,k} - \tau_{1,k}) & \dots & \sum_{k=1}^K \eta_k r^*(\tau_{M,k} - \tau_{1,k}) \\ \sum_{k=1}^K \eta_k r(\tau_{2,k} - \tau_{1,k}) & \sum_{k=1}^K \eta_k + \sigma^2 & \dots & \sum_{k=1}^K \eta_k r^*(\tau_{M,k} - \tau_{2,k}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^K \eta_k r(\tau_{M,k} - \tau_{1,k}) & \sum_{k=1}^K \eta_k r(\tau_{M,k} - \tau_{2,k}) & \dots & \sum_{k=1}^K \eta_k + \sigma^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中: σ^2 是高斯白噪声方差; $\{r(\tau_{m_2,k} - \tau_{m_1,k})\}_{m_1, m_2=1, 2, \dots, M}$ 表示对第 k 个信号的相关函数族。

对一般线性阵列, 从式(9)可以看出, 协方差矩阵为共轭对称结构, 协方差矩阵的右上角三角形元素可由左下角三角形

元素表示,省略主对角线上的元素,对左下角三角形元素按列依次对齐形成一个新的向量,本文取为测量向量 $y^{[11]}$

$$y = [R_{2,1}, R_{3,1}, \dots, R_{M,1}, R_{3,2}, \dots, R_{M,2}, \dots, R_{M-1,M-2}, R_{M,M-2}, R_{M,M-1}]^T \quad (10)$$

其中: R_{m_1,m_2} 表示矩阵 R 的 (m_1, m_2) 元素。该向量可分成 K 个成分,即

$$y = \sum_{k=1}^K \eta_k y_k \quad (11)$$

$$y_k = \begin{bmatrix} r(\tau_{2,k} - \tau_{1,k}), r(\tau_{3,k} - \tau_{1,k}), \dots, \\ r(\tau_{M,k} - \tau_{1,k}), \dots, r(\tau_{M,k} - \tau_{M-1,k}) \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

假设入射信号为 θ 角度时第 m 个阵元到参考阵元的传播时延记为 $\tau_m^{(\theta)}$,则式(12)写成相应的归一化功率信号成分

$$y^{(\theta)} = \begin{bmatrix} r(\tau_2^{(\theta)} - \tau_1^{(\theta)}), r(\tau_3^{(\theta)} - \tau_1^{(\theta)}), \dots, \\ r(\tau_M^{(\theta)} - \tau_1^{(\theta)}), \dots, r(\tau_M^{(\theta)} - \tau_{M-1}^{(\theta)}) \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

入射信号可能的空间分布范围本文取为 $[-90^\circ \ 90^\circ]$,空间分布间隔 $\Delta\theta$ 取为 0.5° ,则可能的空间分布表示为 $\Theta = \{-90^\circ, -90^\circ + \Delta\theta, \dots, 90^\circ\}$,因此 y 重新写成冗余字典形式

$$y = y^{(\Theta)} \eta \quad (14)$$

其中: $y^{(\Theta)} = \{y^{(\theta)} | \theta \in \Theta\}$; η 为稀疏向量,它由非零值 $\eta_k (k=1, 2, \dots, K)$ 组成,对应着在可能的空间分布 Θ 里可能的信号源,算法的目的就是要求出 η 的稀疏表示。

对均匀线性阵列,设第 k 个信号的传播延迟为 τ_k ,则 $\tau_{p,k} = (p-1)\tau_k$ 。从式(9)可以看出,协方差矩阵为共轭对称托普利兹(Toeplitz)结构,整个矩阵可由第一列元素来表示。省略主对角线上的元素,对左下角三角形元素按各条对角线取平均值后形成一个新的向量,称做测量向量 $\hat{y}$,则 $\hat{y}$ 为

$$\hat{y} = [\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_{M-1}] \quad (15)$$

$$\hat{y}_m = \frac{1}{M-m} \sum_{p=m+1}^M R(p, p-m) \quad (16)$$

其中: $R(m_1, m_2)$ 表示矩阵 R 的 (m_1, m_2) 的元素。也可表示为

$$\hat{y} = \hat{y}^{(\Theta)} \eta \quad (17)$$

其中: $\hat{y}^{(\Theta)} = \{\hat{y}^{(\theta)} | \theta \in \Theta\}$, $\hat{y}^{(\theta)} = [r(\tau^{(\theta)}), r(2\tau^{(\theta)}), \dots, r((M-1)\tau^{(\theta)})]$; $\tau^{(\theta)}$ 是相邻阵元在信号入射角为 θ 时的传播延迟。

为了得到信号的最稀疏表示,需对目标函数式(17)进行稀疏性约束,根据以上分析可知,最稀疏的信号表示等同于求下面问题:

$$\hat{\eta} = \arg \min_{\eta} \|\eta\|_0, \text{subject to } \hat{y} = \hat{y}^{(\Theta)} \eta \quad (18)$$

其中: $\|\cdot\|_0$ 表示 l_0 范数, $\hat{\eta}$ 表示入射信号的空间分布。从一个随机冗余字典 $\hat{y}^{(\Theta)}$ 中寻找信号的稀疏扩展是一个NP难题,为解决这一问题,Chen等人^[12]将式(18)转换为求以下问题:

$$\hat{\eta} = \arg \min_{\eta} \|\eta\|_1, \text{subject to } \|\hat{y} - \hat{y}^{(\Theta)} \eta\|_2 \leq \beta \quad (19)$$

其中: $\|\cdot\|_1$ 为 l_1 范数。式(19)转换为 l_1 范数约束问题, β 为拟合误差门限,DOA估计的有效性和可靠性很大程度上取决于 β 的取值,估计结果与约束参数 β 值选取密切相关, β 过大造成谱峰旁瓣很大, β 过小形成许多伪峰。文献^[11]对它进行了详细推导:

$$\beta = \mu \times \left\{ \frac{M-1}{N} \Xi \left(\sum_{k=1}^K \eta_k + \sigma^2 \right)^2 - \frac{2}{N} \left[(M-1) \Xi - \left(\sum_{m=1}^{M-1} \frac{1}{m} \right) \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

其中: μ 为加权因子,本文取 $\mu=1$; $\Xi = \sum_{\Delta t=nT_s} |r(\Delta t)|^2$; T_s 表示信号采样间隔; $r(t)$ 表示信号相关函数。

本文对式(18)的 l_0 范数转换为 l_1 范数,采用 l_1 范数作为约束函数的问题可以归结为凸函数优化范畴的二阶锥规划问题,采用凸函数优化算法最显著的特点是其任何局部最优点就

是全局最优点,因此基于二阶锥的 l_1 范数约束算法的最后结果一定收敛于最优值。二阶锥算法可用工具箱 SeDuMi 高效处理,文献^[12]就是用 SeDuMi 处理 l_1 范数优化问题的,性能很好。使用 SeDuMi 工具箱需要把式(19)转换为标准二阶锥形式

$$\min t \text{ subject to } \|\eta\|_1 \leq t \text{ 且 } \|\hat{y} - \hat{y}^{(\Theta)} \eta\|_2 \leq \beta \quad (21)$$

基于以上宽带信号协方差矩阵稀疏表示算法思想可知,OFDM 信号稀疏表示的波达方向估计具体步骤归纳如下:

a)由式(3)得到宽带阵列信号模型,对式(3)求得协方差矩阵 R ,得到式(9)。

b)由式(9)可以看出,均匀线性阵列协方差矩阵为共轭对称托普利兹结构,取主对角线下左下角三角形元素按各条对角线取平均值后形成一个新的向量,得到式(15)。

c)将式(15)写成过完备形式得到式(17),从而转换为求稀疏表示问题。

d)对式(17)进行稀疏性约束,转换为求式(19) l_1 范数问题,它属于凸函数的二阶锥问题。

e)对式(19)采用工具箱 SeDuMi 求解得到 DOA 估计。

3 仿真及性能分析

在计算机仿真中,本文取八个等间隔 $d=c/2f_0$ 的全向阵元组成的线性阵列,OFDM 信号具有相同的中心频率 $f_0=240$ MHz 和相同的带宽 $B=20$ MHz,采用 BPSK 调制,64 个子载波。阵列噪声 $n(t)$ 是平稳的零均值带限(具有与 OFDM 信号相同的带宽)高斯过程, M 个阵元的噪声 $n_m(t) (m=1, \dots, M)$ 之间相互独立,且具有相同的统计特性,它们与信号也是统计独立的。在每个阵元上的采样频率取为 80 MHz,总的观测时间为 $T_0=6.4 \mu s$,则得到时间 $\times$ 带宽的积为 $BT=128$ 。这里的信噪比 S/N 定义为每个信源功率与单个传感器上的噪声功率之比。

实验1 OFDM 信号的稀疏表示算法仿真,分析了在不同信噪比下和不同阵元数下本文算法的性能。

假设两个原信号以 -30° 和 60° 辐射八个阵元上,信噪比 $SNR_1=SNR_2=0$ dB,快拍数为 256,采样点为 256。

图2、3分别表示不同信噪比下、不同阵元数下稀疏表示算法 DOA 估计比较分析,图中进行了归一化,从图2可以看出,随着信噪比逐渐增加,谱峰越来越尖锐,算法越精确,旁瓣误差越小,在很低信噪比下算法性能依然很好;从图3可以看出,随着阵元数逐渐增加,算法更精确、旁瓣值越低,总体来说本文算法性能很好。

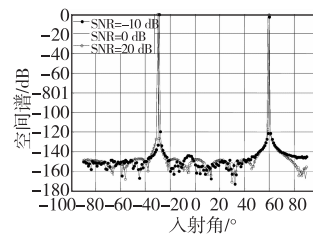


图2 不同信噪比下稀疏表示算法比较

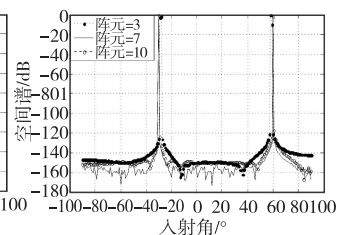


图3 不同阵元数下稀疏表示算法比较

实验2 本文算法优点与文献^[4]提出的 CSSM-MUSIC 算法和文献^[5]提出的四阶累积量-MUSIC 算法对比分析。

假设两个原信号以 -30° 和 60° 辐射到八个阵元上,信噪比 $SNR_1=SNR_2=0$ dB,采样点为 256。下面仿真三种算法对比分析。在相干信号 DOA 实验中,取两个相干 OFDM 信号,分

别为 $s_{\text{OFDM}_1}(t) = s_{\text{OFDM}_2}(t - \tau)$, $\tau = 0.2$ 。在多个信号源 DOA 实验中,取六个信号分别为 -50° 、 -30° 、 18° 、 22° 、 40° 、 60° 。下面分别进行仿真。

图4为快拍数为128时三种算法的比较。从图4可以看出,在少快拍数下稀疏表示算法估计性能好,优于 CSSM-MUSIC 算法和高阶累积量-MUSIC 算法,因其谱峰不是很尖锐。图5为信噪比为 -5 dB 时三种算法的比较。从图5也可以看出,在低信噪比下稀疏表示算法估计性能好于 CSSM-MUSIC 算法和高阶累积量-MUSIC 算法,与理论分析相符。

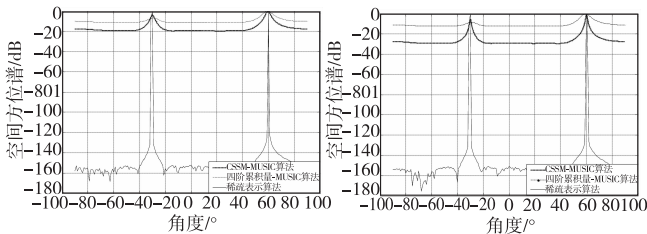


图4 快拍数为128时
三种算法比较

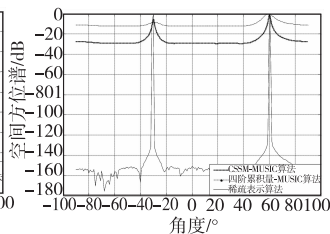


图5 信噪比为 -5 dB 时
三种算法比较

图6为对两个相干信号三种算法的比较分析。由于 CSSM-MUSIC 算法和高阶累积量-MUSIC 算法处理相干信号必须要进行去相干,不能直接处理相干信号,所以算法失效。从图6可以看出,稀疏表示算法能处理相干信号,因为本文算法不需要特征值分解,估计精度不受信号相干性干扰。图7为对六个阵元下六个信号 DOA 估计的比较。从图7可以看出,稀疏表示算法可以高分辨率处理多个信号,且能处理分隔很近的两个信号(图中为 4°),而 CSSM-MUSIC 算法和高阶累积量-MUSIC 算法的性能不好。

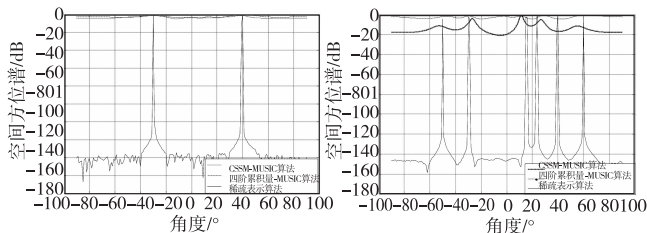


图6 对相干信号三种算法比较

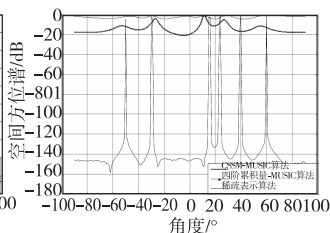


图7 多个信号分辨率比较

实验3 本文算法与 CSSM-MUSIC 算法和高阶累积量-MUSIC 算法的均方根误差和成功概率分析。

假设两个原信号以 20° 和 40° 辐射在八个阵元上,快拍数为256,采样点为256。进行300次蒙特卡罗 (Monte-Carlo) 仿真,信噪比从 $-6 \sim 14$ dB。对成功概率分析,记谱峰位置在 $[19^\circ \ 21^\circ]$ 和 $[39^\circ \ 41^\circ]$ 时为一次成功估计,信噪比从 $-10 \sim 30$ dB。

图8为三种算法均方根误差分析。随着信噪比增加误差越来越小,本文算法误差小于 CSSM-MUSIC 算法和高阶累积量-MUSIC 算法,抗噪声能力强,由于高阶累积量具有抑制高斯噪声的能力,所以高阶累积量-MUSIC 算法误差小于 CSSM-MUSIC 算法。在估计均方根误差时,CSSM-MUSIC 算法和高阶累积量-MUSIC 算法所用时间远大于稀疏分解算法。因为 CSSM-MUSIC 算法是用二阶距计算协方差矩阵、高阶累积量-MUSIC 算法是用四阶距计算累积量矩阵后再特征分解,而稀疏表示不需要特征分解,所以计算量比它们小。图9为三种算法成功概率分析。成功概率为成功估计的次数与所有实验次数的比值。从图9中可以看出,本文算法成功概率明显优于其他两种算法,稀疏表示算法成功概率在低信噪比下效果明显。

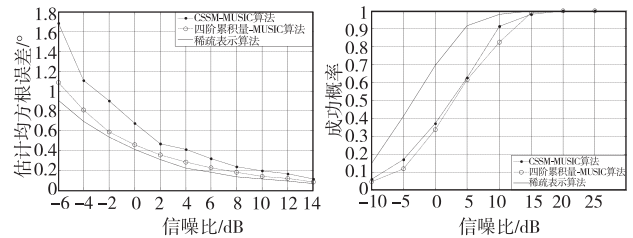


图8 三种算法均方根误差分析

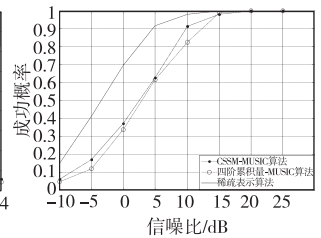


图9 三种算法成功概率分析

4 结束语

本文提出的基于宽带信号协方差矩阵稀疏表示的 OFDM 信号的 DOA 估计,理论分析和仿真结果可得到高分辨率的 DOA 估计。本文比较了 CSSM-MUSIC 算法、高阶累积量-MUSIC 算法与本文算法的 DOA 估计效果和性能分析。从仿真可以看出,本文算法同时适用于相干和非相干信号,在低信噪比和少快拍数下达到很高的精度,优于前面两种算法。相比其他方法,本文算法不需要任何先验信息和宽带信号分成若干个窄带信号再融合所产生的误差问题,由于不进行特征值分解,大大减少了计算量,分辨率很高。但是本文算法对阵列结构要求很高,对不同阵列需进行不同的稀疏表示,限制了算法的利用。

参考文献:

- [1] 王永良,陈辉,彭应宁,等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社,2004:253-301.
- [2] 赵拥军,周林. 宽带相干源波达方向估计的新方法及性能分析[J]. 电子测量与仪器学报,2007,21(6):54-57.
- [3] ALLAN M, MOGHADDAMJOO A. Two-dimensional DFT projection for wideband direction-of-arrival estimation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(7): 1728-1732.
- [4] WANG H, KAVEH M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wideband source[J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech, Signal, Processing, 1985, 33(4): 823-831.
- [5] ZENG Wen-jun, LI Xi-lin, ZHANG Xian-da. Direction-of-arrival estimation based on the joint diagonalization structure of multiple fourth-order cumulant matrices [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 16(3): 164-167.
- [6] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [7] DMITRY M, MUJDAT C, ALAN S W. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2005, 53(8): 3010-3022.
- [8] GUO Xian-sheng, WAN Qun, CHANG Chun-qi, et al. Source localization using a sparse representation framework to achieve superresolution [J]. Multidimensional Systems and Signal Processing, 2010, 21(4): 391-402.
- [9] HYDER M M, MAHATA K. Direction-of-arrival estimation using a mixed L2,0 norm approximation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010, 58(9): 4646-4655.
- [10] 冯莹莹,程向阳,邓明. 基于稀疏表示的信号 DOA 估计[J]. 计算机应用研究, 2013, 30(2): 537-540.
- [11] LIU Zhang-meng, HUANG Zhi-tao, ZHOU Yi-yu. Direction-of-arrival estimation of wideband signals via covariance matrix sparse representation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2011, 59(9): 4256-4270.
- [12] CHEN S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2001, 43(1): 129-159.