

基于改进 PSO_LSSVM 机械结构 疲劳裂纹扩展预测^{*}

王 静^a, 蒋 刚^a, 陈中杰^b

(西南科技大学 a. 制造科学与工程学院; b. 计算机科学与工程学院, 四川 绵阳 621010)

摘 要: 机械结构在长期的存储中, 疲劳裂纹的变化受到多种环境因素的影响, 针对目前疲劳裂纹预测准确率较低的问题, 提出一种基于最小二乘支持向量机方法 (LSSVM) 来预测机械结构的疲劳裂纹长度, 通过改进的粒子群优化算法对 LSSVM 进行参数优化。改进的粒子群参数优化算法采用二次型惯性权重递减策略, 使粒子群优化算法的优化过程更接近实际的非线性和高复杂过程。经仿真实验验证, 结果表明, 基于改进的粒子群参数优化的最小二乘支持向量机 (PSO_LSSVM) 对于机械结构的疲劳裂纹长度预测优于传统方法, 收敛速度快, 预测准确。

关键词: 粒子群参数优化; 最小二乘支持向量机; 疲劳裂纹; 二次型惯性权重递减策略

中图分类号: TP181; TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2013)12-3597-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.12.020

Based on improved PSO_LSSVM predict mechanical structure of fatigue crack propagation

WANG Jing^a, JIANG Gang^a, CHEN Zhong-jie^b

(a. School of Manufacturing Science & Engineering, b. School of Computer Science & Engineering, Southwest University of Science & Technology, Mianyang Sichuan 621010, China)

Abstract: For mechanical structure in long-term storage, fatigue crack changes were influenced by a variety of environmental factors. Fatigue crack prediction accuracy was low. This paper proposed a method based on least squares support vector machine method to predict the fatigue crack length of mechanical structure. By improved particle swarm optimization algorithm optimized the LSSVM parameters. Improved particle swarm optimization algorithm used quadratic decreasing inertia weight strategy, made PSO algorithm optimization process closer to actual high nonlinear and complex process. It has been tested by simulation experiments, the results show that mechanical structure fatigue crack length prediction is better than traditional methods. It has fast convergence speed, high accuracy.

Key words: particle swarm parameter optimization (PPSO); least squares support vector machine (LSSVM); fatigue crack; quadratic decreasing weight

武器装备在长期的存储过程中, 机械结构常常因疲劳破坏而失去效应, 给国家或者集体造成重大财产损失。疲劳失效往往是由一些小的疲劳裂纹逐渐扩展引起的, 准确地预测了疲劳裂纹扩展趋势, 就能准确地预测机械结构的疲劳失效时间点。疲劳裂纹扩展预测是一个关于裂纹长度的时间序列预测问题。金属结构或其他材料构件在疲劳裂纹扩展中受到多种不确定因素的影响, 如环境、载荷和材料微观组织等^[1]。目前国内外预测裂纹扩展方法有两类: a) 考虑裂纹扩展机制, 根据腐蚀深度、高载系数和载荷循环的外界因素建立一个三维的灰色系统预测模型^[2,3], 该方法要求选择的裂纹扩展因素要合适, 为了获得较高的精度, 需要进行残差修正; b) 基于人工神经网络等数学模型建立的预测系统^[4,5], 人工神经网络主要依靠经验风险最小化原则, 在处理小样本数据中, 容易出现过学习、泛化能力差等现象。

因为裂纹扩展是一个不确定性系统, 本文采用最小二乘支持向量机 (LSSVM) 对裂纹扩展进行预测, 最小二乘支持向量

采用结构风险最小化原则, 针对小样本、非线性数据, 其泛化能力优异, 已成功用于模式识别、回归分析等领域^[6-8]。参数优化采用二次型惯性权重递减策略 (quadratic decreasing weight) 粒子群优化 (PSO) 算法, 更好地平衡了全局和局部最优解的问题, 避免了传统的 PSO 算法^[9,10] 易陷入局部最优解的问题。

1 LSSVM 疲劳裂纹预测模型

1.1 LSSVM 回归原理

LSSVM 是由 Suykens 等人在标准的支持向量机基础之上提出的一种机器学习方法, 采用最小二乘法建立优化模型, 将约束条件中的不等式约束改为等式约束, 将标准支持向量机中的损失函数设定成误差 e 的二范数, 同时将求解的二次规划问题转换成线性的 KKT (Karush Kuhn Tucker) 方程组的求解, 简化模型参数确定难度和参数优化复杂度, 可提高模型适应性和精度。设训练样本集

收稿日期: 2013-03-30; 修回日期: 2013-05-02 基金项目: 国家自然科学基金中国工程物理研究院联合基金资助项目 (NSAF: 11176027)

作者简介: 王静 (1988-), 男, 四川南充人, 硕士研究生, 主要研究方向为人工智能、机械故障检测 (784088756@qq.com); 蒋刚 (1978-), 男, 研究员, 博士, 主要研究方向为人工智能、机器人技术; 陈中杰 (1986-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为模式识别。

$$S = \{ (x_k, y_k) | k = 1, 2, \dots, N \}$$

其中: $x_k \in R^n$, $y_k \in R$ 分别为样本的输入和输出数据。根据结构风险最小化原则, 构造 LSSVM 回归方程如下:

$$\begin{cases} \min_{w, e} J(w, e) = \frac{1}{2} w^T w + \frac{1}{2} \gamma \sum_{k=1}^N e_k^2 \\ \text{s. t. } y_k = w^T \varphi(x_k) + b + e_k \quad k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\varphi(x_k)$ 为一个输入空间到高维特征空间的映射函数; γ 为正则化参数(惩罚因子); e_k 为实际值与回归函数间的误差; w 为权重向量; b 为偏置向量; 引入拉格朗日乘子 a_k , 构造拉格朗日函数:

$$L(w, b, e, a) = J(w, e) - \sum_{k=1}^N a_k \{ w^T \varphi(x_k) + b + e_k - y_k \} \quad (2)$$

根据 KKT 优化条件, 求 L 对 w, b, e, a 的偏导数, 并设为 0, 并消除变量 w, e , 得如下矩阵:

$$\begin{bmatrix} 0 & I^T \\ I \Omega + \gamma^{-1} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中: $I = [1, \dots, 1]^T$, $y = [y_1, \dots, y_N]^T$, $a = [a_1, \dots, a_N]^T$, $\Omega_{kl} = \varphi(x_k)^T \varphi(x_l)$ ($k, l = 1, 2, \dots, N$)。由于线性方程组(3)非奇异, 可以求出 b, a 的解。最小二乘支持向量机的回归估计函数为

$$f(x) = \sum_{k=1}^N a_k K(x_k, x_l) + b \quad (4)$$

其中: $K(x_k, x_l)$ 为满足 Mercer 条件的核函数, 作用是从原始空间中抽取特征, 映射到高维特征空间, 解决原始空间线性不可分的问题^[11]。常用的核函数主要有四种, 因为裂纹扩展是非线性的, 本文主要采用径向基(RBF)核函数, 通过实验验证如表 2 所示。

$$K(x_k, x_l) = \exp\left(-\frac{\|x_k - x_l\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

其中: σ 为径向基核函数宽度, 最后得到的回归模型为

$$f(x) = \sum_{k=1}^N a_k \exp\left(-\frac{\|x_k - x_l\|^2}{2\sigma^2}\right) + b \quad (6)$$

1.2 改进 PSO 参数优化

LSSVM 对于裂纹的预测效果与核函数参数选择有关。本文选取的 RBF 核函数主要针对两个参数进行优化, 即惩罚因子 γ 和核函数宽度 σ 。粒子群算法和遗传算法类似, 是一种迭代优化工具, 相比于遗传算法^[12,13], 粒子群算法没有交叉和变异算子, 因此其收敛速度快, 容易实现。具体流程如下:

a) 初始化粒子群, 设定最大进化代数 T , 在搜索空间中随机生成 m 个粒子, 随机确定每个粒子 $\{\gamma, \sigma\}$ 的初始化位置。

b) 对每个粒子进行 LSSVM 回归训练, 采用均方根相对误差目标函数值作为适应度。更新个体极值, 得出每个粒子的最好位置 pbest, 比较所有粒子的最好位置, 得出全局最优位置 gbest。均方根误差 RMSE 表达式为

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}} \quad (7)$$

c) 采用式(8)和(9)更新粒子自身位置和速度, 并采用二次型惯性权重 w 递减策略:

$$v_i(t+1) = w(t)v_i(t) + c_1 r_1 (p_i^{\text{best}}(t) - x_i(t)) + c_2 r_2 (g^{\text{best}}(t) - x_i(t)) \quad (8)$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \quad (9)$$

$$w(t) = w_{\max} - \frac{(w_{\max} - w_{\min})t^2}{t_{\max}^2} \quad (10)$$

其中: $t_{\max}$ 为最大迭代次数; t 为当前迭代次数; $w_{\max}, w_{\min}$ 分别为最大惯性权重和最小惯性权重, $w \in (w_{\max} - w_{\min})$ 。改进后的

惯性权重系数模拟了搜索过程非线性和高复杂性, 使粒子群算法更好地平衡全局和局部搜索能力。在同一台电脑上, 重复进行 20 次实验, 对改进的二次型递减策略 PSO 和线性递减策略 PSO 进行了对比, 对比实验平均效果如图 1 所示。

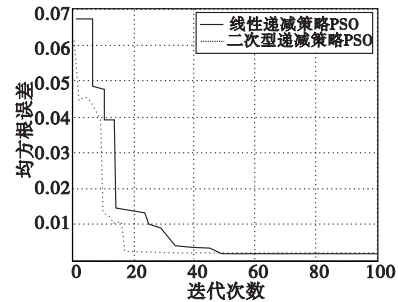


图1 二次型PSO优化的收敛速度对比

由图中可以看出, 改进的二次型递减策略的迭代次数少于线性递减策略 PSO 的算法, 使算法陷入局部最优解的几率减小, 收敛速度加快。

d) 检查是否达到停止条件, 是否达到最大迭代次数或者粒子的适应度值达到设定的要求, 若满足条件, 则停止迭代, 否则返回步骤 b) 继续执行。

e) 得到粒子的全局最优值后进行 LSSVM 回归预测。整体过程如图 2 所示。

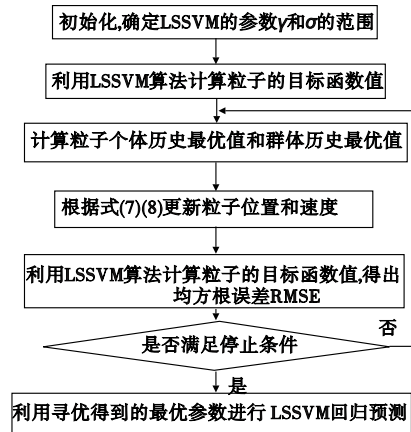


图2 改进PSO对LSSVM参数的优化过程

2 PSO_LSSVM 疲劳裂纹预测

2.1 疲劳裂纹预测数据来源及数据预处理

机械结构疲劳裂纹的产生是一个三维的动态过程, 裂纹的长度 x_1 是导致构件失效最主要的原因, 其主要与腐蚀深度 x_2 、裂纹深度 x_3 、裂纹扩展角 x_4 、载荷循环 x_5 、高载系数 x_6 相关联。根据文献[3]提供的数据, 实验中选用前五个样本作为训练集, 后三个样本作为测试集(表 1)。将所有数据按样本进行归一化处理, 使所有数据都在(0,1)范围内。归一化的作用主要是提高机器的学习效率, 缩短预测时间。归一化前后的图中特征量的曲线走向未发生变化, 如图 3 所示。

表 1 加速腐蚀疲劳数据

序号	腐蚀深度 x_2/mm	裂纹扩展角 $x_3/^\circ$	裂纹深度 x_4/mm	高载系数 x_5	载荷循环 $x_6/10^5$ 次	裂纹长度 x_1/mm
1	0.024	0.02	0.042	25.7	1	0.068
2	0.062	3.52	0.105	11.9	2	0.574
3	0.069	3.91	0.117	17.5	3	0.610
4	0.076	4.12	0.130	7.7	4	1.118
5	0.584	7.97	1.005	3.9	5	2.078
6	1.230	8.73	2.130	3.3	6	4.422
7	1.922	9.34	2.310	3.8	7	5.375
8	2.302	14.35	3.909	1.2	8	8.102

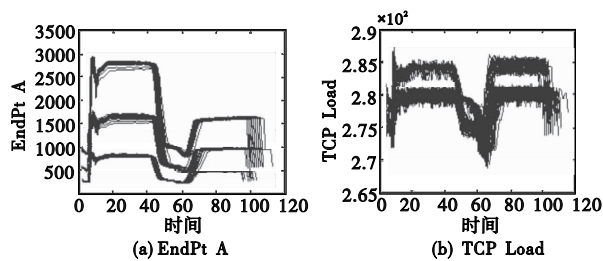


图2 数据集的两个变量

2.2 不同核函数方法对比

为了验证本文采用的径向基函数在处理疲劳裂纹扩展预测方面的优势,特进行不同核函数的对比实验,采用常用的线性核函数、多项式核函数以及本文采用的径向基核函数获得的结果对比分析如表 2 所示(在同一台计算机上,对每一种核函数进行 30 实验,取 30 次实验结果的平均值作为最终结果)。

表 2 不同核函数对比

核函数类型	均方根误差≤5.00%	均方根误差≤3.00%
线性核函数	70.00	60.00
多项式核函数	86.00	79.00
径向基核函数	100.00	99.00

2.3 各种模型预测性能对比

设定惩罚因子的初始范围 $\gamma \in [0.1, 600]$ 、核参数 $\sigma \in [0.1, 10]$ 、PSO 算法的最大种群数量 20,最大迭代次数 $t_{\max}$ 为 200。经过优化后得到参数 $\gamma = 100$ 、 $\sigma = 0.01$,预测准确率为 99.12 %。为了更好地对比几种算法的预测疲劳裂纹长度的性能,本文选取了 BP 神经网络、灰色系统模型的结果进行了对比,如表 3 所示。

表 3 三种模型预测效果对比

序号	腐蚀深度 x_2/mm	扩展角 $x_3/^\circ$	裂纹深度 x_4/mm	高载系数 x_5	载荷循环 $x_6/10^5$ 次	裂纹长度 x_1/mm	PSO_LSSVM 方法/mm	BP 神经网络/mm	灰色系统方法/mm
6	1.230	8.73	2.130	3.3	6	4.422	4.322	4.221	4.292
7	1.922	9.34	2.310	3.8	7	5.375	5.369	5.145	5.300
8	2.302	14.35	3.909	1.2	8	8.102	7.992	7.012	7.115

针对小样本数据,本文提出的基于改进 PSO 的算法对 LSSVM 参数的优化,识别率优于 BP 神经网络和灰色系统模型。同时对数据进行了归一化处理,机器学习效率提高,三种模型的耗时分别为 7.906 s、10.203 s、15.203 s。三种算法的预测值与实际值的对比如表 4 所示。

表 4 三种模型均方根误差率和耗时对比

序号	裂纹长度 x_1/mm	PSO_LSSVM 方法			BP 神经网络法			灰色系统方法		
		测值	RMSE	耗时/s	预测值	RMSE	耗时/s	预测值	RMSE	耗时/s
6	4.422	4.322			4.221			4.292		
7	5.375	5.369	0.88%	7.9	5.145	2.23%	10.203	5.300	1.34%	15.21
8	8.102	7.992			7.012			7.115		

另外,与吴昊等人^[13]的基于最小二乘支持向量机疲劳裂纹预测进行了对比,该文采用遗传算法进行参数优化,而本文采用基于二次型递减策略的 PSO 优化算法,没有遗传算法的交叉和变异因子,同时对数据进行归一化处理之后,缩短了机器计算时间。因此本文方法不仅能提高收敛速度,而且更容易被实现。其对比结果如表 5 所示。

表 5 与 GA_LSSVM 模型均方根误差率和耗时对比

序号	裂纹长度 x_1/mm	PSO_LSSVM 方法			GA_LSSVM 方法		
		预测值	RMSE	耗时/s	预测值	RMSE	耗时/s
6	4.422	4.322			4.321		
7	5.375	5.369	0.88%	7.91	5.245	1.23%	9.803
8	8.102	7.992			7.012		

各种模型预测性能实验结果如图 4~7 所示。

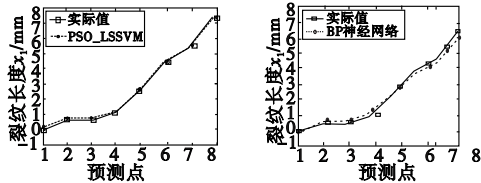


图4 PSO_LSSVM实验结果

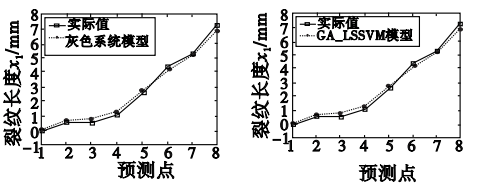


图5 BP神经网络实验结果

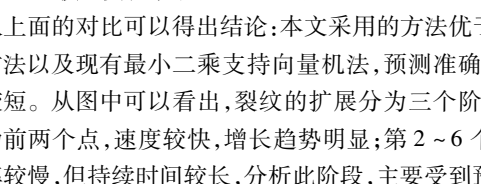


图6 灰色系统模型实验结果

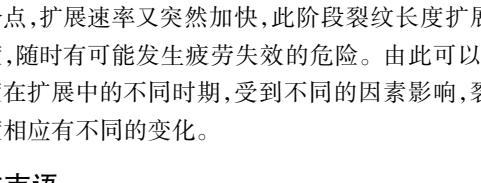


图7 GA_LSSVM模型实验结果

从上面的对比可以得出结论:本文采用的方法优于传统的其他方法以及现有最小二乘支持向量机法,预测准确率高,且耗时较短。从图中可以看出,裂纹的扩展分为三个阶段:第一阶段为前两个点,速度较快,增长趋势明显;第 2~6 个点的扩展速率较慢,但持续时间较长,分析此阶段,主要受到预紧力和载荷循环次数的作用,裂纹长度在缓慢地增加;第三阶段为最后两个点,扩展速率又突然加快,此阶段裂纹长度扩展达到一定程度,随时有可能发生疲劳失效的危险。由此可以看出,裂纹长度在扩展中的不同时期,受到不同的因素影响,裂纹的扩展速度相应有不同的变化。

3 结束语

针对小样本数据,本文提出的 PSO_LSSVM 具有较好的预测效果,但是预测的准确率也不是 100%。说明裂纹扩展是一个复杂的过程,LSSVM 算法需要引入更多的因素,才能更加准确地预测实际中真实的裂纹扩展。同时采用二次型惯性权重 w 递减策略,减少了 PSO 陷入局部最优的几率。对采集的数据进行了归一化处理,使数据更符合 LSSVM 的预测模型,减少机器学习时间,加快收敛速度。需要指出的是,本文研究结果具有重要的实际工程意义,如果将裂纹长度参数定义为自变序列,将时变序列作为因变序列,对时间序列建立 LSSVM 模型,即可预测疲劳裂纹的寿命^[14,15],可为工程建设提供参考依据。

参考文献:

[1] 刘亮. 钢轨疲劳裂纹形成及扩展寿命预测研究[D]. 成都:西南交通大学,2008.

[2] 江龙平,徐可君. 疲劳裂纹三维动态扩展灰色系统预测[J]. 机械工程学报,2006,42(1):86-89.

[3] 秦海勤,徐可君,江龙平. 疲劳裂纹扩展的灰色系统预测[J]. 汽轮机技术,2005,47(1):76-78.

[4] 师彪,李郁侠,于新花,等. 改进粒子群-BP 神经网络模型的短期电力负荷预测[J]. 计算机应用,2009,29(4):1036-1039.

[5] ZIO E, Di MAIO F. Fatigue crack growth estimation by relevance vector machine [J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(12):10681-10692.

数据集 90% 的评分数据作为训练集,其余 10% 的评分数据作为测试集。

实验 2 测试条目相似性的度量基于余弦相似性时,比较 IBCF 算法 (IBCF_C) 和 UA-IBCF 算法 (UA-IBCF_C) 的推荐质量,即 IBCF 算法的相似性计算方法采用式 (1),UA-IBCF 算法的相似性计算方法采用式 (5)。实验结果对比如图 2 所示。

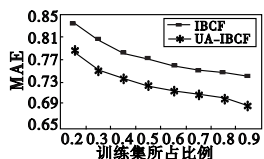


图1 不同数据稀疏程度对推荐质量的影响

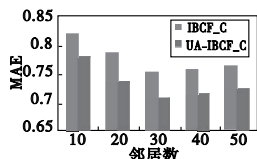


图2 基于余弦相似性的推荐质量比较

实验 3 测试条目相似性的度量基于修正的余弦相似性时,比较 IBCF 算法 (IBCF_AC) 和 UA-IBCF 算法 (UA-IBCF_AC) 的推荐质量,即 IBCF 算法的相似性计算方法采用式 (2),UA-IBCF 算法的相似性计算方法采用式 (6)。实验结果对比如图 3 所示。

实验 4 测试条目相似性的度量基于 Pearson 相关相似性时,比较 IBCF 算法 (IBCF_P) 和 UA-IBCF 算法 (UA-IBCF_P) 的推荐质量,即 IBCF 算法的相似性计算方法采用式 (3),UA-IBCF 算法的相似性计算方法采用式 (7)。实验结果对比如图 4 所示。

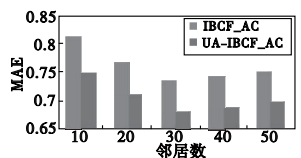


图3 基于修正的余弦相似性的推荐质量比较

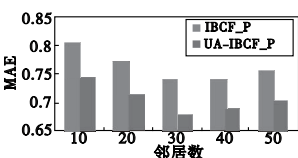


图4 基于Pearson相关相似性的推荐质量比较

从以上实验结果可以看出,无论条目相似性度量采用余弦相似性、修正的余弦相似性,还是 Pearson 相关相似性中的哪一种,使用本文提出的 UA-IBCF 算法得到的 MAE 值都比使用 IBCF 算法得到的 MAE 值要小,由此可知,本文提出的 UA-IBCF 算法比传统 IBCF 算法的推荐质量要好。这主要是由于将共评用户与目标用户间的相似性作为共评用户评分重要性的权重能更准确地度量条目间的相似性,从而提高推荐质量。另外从图 1 结果可知,本文提出的改进算法在数据集稠密的情况下,推荐效果会更好。

4 结束语

本文对 Item-based 协同过滤算法的核心——条目相似性计算进行改进。传统 Item-based 协同过滤算法没有考虑共评

用户与目标用户的相似性对条目相似性的影响,为此,提出了一种自适应用户的 Item-based 协同过滤的改进算法。该算法计算条目间相似性时,首先计算目标用户与其评用户的相似性,然后用得到的用户相似性作为共评用户评分的权重以计算目标条目与其他条目的相似性。实验结果表明,本文提出的改进算法能达到较好的推荐效果。但本文提出的算法对数据稀疏性比较敏感,如何处理稀疏数据是下一步的工作重点。

参考文献:

- [1] 王国霞,刘贺平. 个性化推荐系统综述[J]. 计算机工程与应用, 2012,48(7):66-76.
- [2] 刘建国,周涛,汪秉宏. 个性化推荐系统的研究进展[J]. 自然科学进展,2009,19(1):1-15.
- [3] BALABANOVIC M, SHOHAM Y. Fab: content-based, collaborative recommendation[J]. Communications of the ACM,1997,40(3): 66-72.
- [4] HERLOCKER J L, KONSTAN J A, TERVEEN L G, et al. Evaluating collaborative filtering recommender systems[J]. ACM Trans on Information Systems,2004,22(1):5-53.
- [5] SU X, KHOSHGOFTAAR T M. A survey of collaborative filtering techniques[J]. Advances in Artificial Intelligence,2009(4):421-445.
- [6] BOBADILLA J, SERRADILLA F, BERNAL J. A new collaborative filtering metric that improves the behavior of recommender systems[J]. Knowledge-Based Systems,2010,23(6):520-528.
- [7] 杨引霞,谢康林,朱杨勇,等. 电子商务网站推荐系统中关联规则推荐模型的实现[J]. 计算机工程,2004,30(19):57-59.
- [8] De CAMPOS L M, FERNANDEZ-LUNA J M, HUETE J F, et al. Combining content-based and collaborative recommendations: a hybrid approach based on Bayesian networks[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2010,51(7):785-799.
- [9] ZHOU T, REN J, MEDO M, et al. Bipartite network projection and personal recommendation[J]. Physical Review E, 2007, 76(4): 6116-6123.
- [10] 王茜,段双艳. 一种改进的基于二部图网络结构的推荐算法[J]. 计算机应用研究, 2013,30(3):771-774.
- [11] 黄正. 协同过滤推荐算法综述[J]. 价值工程,2012,31(21):226-228.
- [12] SARWAR B, KARYPIS G, KONSTAN J, et al. Item-based collaborative filtering recommendation algorithms[C]//Proc of the 10th International Conference on World Wide Web. New York: ACM Press, 2001:285-295.
- [13] 邓爱林. 电子商务推荐系统关键技术研究[D]. 上海:复旦大学, 2003.
- [14] 李春,朱珍民,高晓芳,等. 基于邻居决策的协同过滤推荐算法[J]. 计算机工程,2010,36(13):34-36.
- [15] GroupLens Research Lab. MovieLens data sets[EB/OL]. [2013-04-02]. <http://www.grouplens.org/node/12>.

(上接第 3599 页)

- [6] LI Hong-ze, GUO Sen, ZHAO Hui-ru, et al. Annual electric load forecasting by a least squares support vector machine with a fruit fly optimization algorithm[J]. Energies,2012,2(11):4430-4445.
- [7] 李轩,李建宏,何玉珠,等. 基于遗传优化最小二乘支持向量机的导引头故障诊断[J]. 计算机应用研究,2011,28(3):899-901.
- [8] ZHU Bang-zhu, WEI Yi-ming. Carbon price forecasting with a novel hybrid ARIMA and least squares support vector machines methodology[J]. Omega,2013,41(3):517-524.
- [9] 周子英,段建南,李萍,等. 基于最小二乘支持向量机的耕地面积预测研究[J]. 计算机应用研究,2012,29(3):873-876.
- [10] LI Ying-wei, MA Pei-pei, YU Li-na. LS-SVM soft sensing based on

hybrid particle swarm optimization[J]. International Review on Computers and Software, 2012,7(1):283-289.

- [11] 蒋刚. 核函数理论与信号处理[M]. 北京:科学出版社,2013:57-60.
- [12] 向昌盛,周子英,余喜林,等. 遗传算法在混沌时间序列预测中的应用研究[J]. 计算机应用研究,2011,28(8):2831-2834.
- [13] 吴昊,左洪福. 基于最小二乘支持向量机的疲劳裂纹扩展预测[J]. 机械科学与技术,2008,27(11):1346-1350.
- [14] 董杰,陈学东,范志超,等. 基于微裂纹扩展的疲劳蠕变寿命预测方法[J]. 金属学报,2008,44(10):1167-1170.
- [15] YANG Tao, WANG Hong-yan. Research on fatigue crack growth life prediction technique for the armored hull[J]. Binggong Xuebao/Acta Armamentarii,2010,31(2):129-134.