

多样性保持的和声搜索算法及其 TSP 求解

黄 鉴, 彭其渊

(西南交通大学 交通运输与物流学院, 成都 610031)

摘要: 为了改善和声记忆库群体多样性, 提高算法的全局寻优能力, 在度量群体多样性指标的基础上, 从参数动态调整方法、和声记忆库更新策略两个方面对基本和声搜索算法进行了改进, 提出了多样性保持的和声搜索算法, 并将该算法应用于 TSP 的求解。结合 TSP 问题特点, 设计了基于交换和插入算子的和声微调方法。实例优化结果表明, 改进后的算法不容易陷入局部最优, 优化性能显著提高。

关键词: 和声搜索; 遗传算法; 群体多样性; 旅行商问题

中图分类号: TP301.6 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2013)12-3583-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.12.016

Diversity maintaining harmony search algorithm and its TSP solution

HUANG Jian, PENG Qi-yuan

(School of Transportation & Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: In order to improve population diversity of harmony memory and global optimization ability of harmony search algorithm, this paper proposed a diversity maintaining harmony search algorithm, which improved from two aspects based on the index of population diversity. The one was the method of parameters dynamical adjustment, and the other one was updating strategy of harmony memory. Then TSP was solved by the algorithm. Considering the characteristic of the problem, it designed the method of harmony adjusting based on exchange and insertion operator. The example optimization results show that the proposed algorithm can't easily get into local optimal solution and has obvious better performance.

Key words: harmony search (HS); genetic algorithm; population diversity; TSP (traveling salesman problem)

0 引言

和声搜索 (HS) 算法是 2001 年韩国学者 Geem 等人^[1]提出的一种新颖的智能优化算法。目前, HS 算法已在多维多极值函数优化、土坡稳定分析、管道优化设计等问题^[2-7]中得到了成功应用。相关研究表明^[8-12], HS 算法较遗传算法、模拟退火算法在部分问题上具有更好的优化性能。

不少学者研究和声搜索算法的改进方法, 主要集中在动态调整算法参数和改进和声搜索机制两个方面。Mahdavi 等人^[12]对 HS 的参数进行了改进, 引入动态的微调概率计算方法, 提出了改进和声搜索算法 (简称 IHS)。Mahdavi^[13]又通过改进音调调整步骤, 提出了全局和声搜索 (简称 GHS) 算法。实验结果表明, 该算法优于基本 HS。Fesangharya 等人^[14]提出了混合和声搜索 (简称 HHSA) 算法, 该算法结合 HS 与 SQP 算法各自的优点, 以提高算法的求解效率。国内部分学者也提出了类似的动态调整参数的改进和声搜索算法^[2-5], 或将和声搜索算法与其他优化算法整合, 提出了改进的混合优化算法^[6]。

基于动态参数的改进和声搜索算法表现出了比基本 HS 算法更好的优化性能, 主要是因为算法参数的动态调整可以在一定程度上改善和声记忆库群体的多样性, 提高了算法的全局寻优能力。然而大部分基于算法参数的改进和声搜索算法并没有将算法参数的调整与和声记忆库群体的多样性关联起来, 优化性能不够稳定。本文通过分析和声记忆库群体的多样性,

提出了一种基于群体多样性保持的和声搜索 (diversity maintaining harmony search, DMHS) 算法, 并将其应用于 TSP 的求解, 该算法表现出了较为明显的优越性。

1 基本和声搜索算法

HS 算法模拟了音乐创作中乐师们凭借自己的记忆, 通过反复调整乐队中各乐器的音调, 最终达到一个美妙的和声状态的过程。在 HS 算法中, 乐器的音调类比于优化问题中的决策变量 $x_i^j (i = 1, 2, \dots, n)$, 将各乐器声调的和声类比于解向量 $\mathbf{X} = (x_1^j, x_2^j, \dots, x_n^j)$, 美学评价类比于目标函数 $f(\mathbf{X})$ 。和声搜索算法包括一系列的优化因素, 如和声记忆库 (HM)、和声记忆库的大小 (HMS)、和声保留概率 (HR)、音调调节概率 (PR) 等。在和声搜索算法中, 和声记忆库储存可行解向量, 和声记忆库的大小决定着可行解的数量, 和声保留概率就是从记忆库中选择新产生的解的概率, 音调调节概率是对产生的新解进行扰动的概率。

基本 HS 算法流程^[1,2]如下:

- a) 初始化和声搜索的基本参数。
- b) 初始化和声记忆库。
- c) 产生新解。

每次可通过以下三种机理产生一个新解: (a) 保留和声记忆库中的解分量; (b) 随机产生解分量; (c) 部分解分量的微调扰动。

收稿日期: 2013-02-25; 修回日期: 2013-04-12

作者简介: 黄鉴 (1980-), 女, 四川内江人, 博士研究生, 主要研究方向为运输组织理论与系统优化 (huangjian@swjtu.cn); 彭其渊 (1962-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为交通运输规划与管理、综合运输系统优化。

d)更新和声记忆库。

若新解优于和声记忆库中的最差解,则用新解替换最差解,得到新的和声记忆库。

e)判断是否满足终止条件,如果满足,则输出最优解;否则,转 c)。

HS 与遗传算法(GA)在结构上具有很多共同点,两者都具有适者生存、不适者被淘汰的机制、HS 算法有着类似于 GA 的交叉和变异操作,因此,具有 GA 算法的大部分优点;同时,由于 HS 算法每次只产生一个新解,算法结构较 GA 算法简单,易于实现。

2 多样性保持的和声搜索算法

和声记忆库群体多样性是用来衡量群体中个体差异程度的一个重要指标,群体多样性越高,表示群体中个体包含的不同模式越多,算法搜索到更优个体的潜力也就越大;相反,群体多样性越低,表明群体中较优个体趋于相同,搜索到更优个体的难度越大,算法容易出现早熟收敛现象。

一个好的智能优化算法需要协调好搜索的广度和深度,和声搜索算法可通过调整音调调节概率及和声记忆库更新策略来实现算法搜索广度和深度上的平衡。当和声记忆库群体多样性较高时,应减小音调调节概率,保证不同个体间进行充分的模式重组,加强算法的搜索深度;当和声记忆库群体多样性较低时,应增加音调调节概率,打破较优个体趋同的状态,使算法搜索更广的解空间,避免算法陷入局部最优。因此,结合和声记忆库群体多样性指标调整和声算法的音调调节概率更具合理性。

2.1 群体多样性指标及算法参数调整

为了衡量和声记忆库群体的多样性,引入群体目标函数值的熵。高的熵值代表群体目标函数值较多,同时个体在群体中的分布比较均匀;低的熵值代表群体中不同目标函数值的个体较少,许多个体具有相同的目标函数值。定义和声记忆库群体的多样性为群体目标函数值的熵,具体计算^[15]如下:

$$DI = - \sum_k p_k \lg p_k$$

其中: p_k 为和声记忆库群体中第 k 类目标函数值所占的比例,其时间复杂度是 $O(N \lg N)$ 。当和声记忆库群体中个体目标函数值均相等时,和声记忆库群体的熵为 0。

根据和声记忆库群体的多样性,设计如下音调调节概率的动态调整公式:

$$PR = PR_{\max} - (PR_{\max} - PR_{\min})DI$$

式中: PR_{\max} 、 PR_{\min} 分别表示音调调节概率的最大值和最小值。

2.2 和声记忆库的更新策略

和声记忆库的更新策略是影响记忆库群体多样性的重要方面。传统的方法是采用最差解更新策略,即首先判定新生成的和声是否优于和声记忆库的最差解,若是,则用新和声替换记忆库中的最差和声。这样,进行若干代进化以后,和声记忆库中的较差个体难以更新,不利于算法开发新的解空间,并且只更新最差解的方法,也不利于整个群体的进化,容易降低和声记忆库群体的多样性,这些缺点降低了 HS 算法的“爬山”能力。

为了提高和声记忆库群体的多样性,避免算法陷入局部最优,借鉴模拟退火算法中的状态接收准则,提出和声记忆库的

概率更新策略。其具体步骤如下:

a)和声选择。

将记忆库中的和声从好到坏进行排序,按照它们在顺序表中的位置确定每个和声被选择的概率。令 $p(k) = \frac{2(k-1)}{HMS(HMS-1)}$, $k=1,2,\dots,HMS$,表示顺序表中第 k 个和声被选择的概率; $ps(k) = \sum_{m < k} p(m)$,若 $ps(k) < \text{random}[0,1] \leq ps(k) + p(k)$,则顺序表中的第 k 个和声被选择。当 $k=1$ 时,表示记忆库中的最优和声,其被选择替换的概率 $p(1) = 0$,即最优和声永远不会被选择替换。

b)概率性替换。

若 $\min\{1, \exp[-(C' - C_k)/T_k]\} \geq \text{random}[0,1]$,则用新和声 H 替换 a) 中选择的和声。其中: C' 、 C_k 分别表示新和声及选择替换和声对应的目标函数值; $T_k = \gamma T_{k-1}$ 表示与算法进化代数相关的参数 ($0 < \gamma < 1$); T_0 可根据初始和声记忆库中最佳和声及最差和声对应目标函数的差值确定。

3 TSP 求解

旅行商问题(TSP)是典型的 NP-Complete 问题,即找不到一个算法能够保证在多项式时间内得到最优解。TSP 文字描述如下:给定 n 个城市坐标,找出一个闭合的旅程,使每个城市只经过一次且总的旅行路程最短。

3.1 TSP 编码

对于 TSP 的求解,常用的编码方法是基于路径的编码方法。当采用 HS 算法生成新和声时,为了避免不可行解的产生,采用顺序编码法^[16]。对于给定路径 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$,将其编码记为 $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 。采用顺序编码时,存在如下编码公式成立:

$$b_i = 1 + \sum_{j=i+1}^n h_{ij} \quad i \leq n$$

其中:当 $x_i > x_j$ 时, $h_{ij} = 1$; 否则, $h_{ij} = 0$ 。由编码公式可知,位编码的取值范围为 $1 \leq b_i \leq n - i + 1$ 。对于四个城市的 TSP,一条路径为 $\{3, 1, 4, 2\}$, 则其编码为 $\{3, 1, 2, 1\}$ 。

解码按照如下步骤进行:

a)构造顺序表 $Q = \{q(j) = j | j = 1, 2, \dots, n\}$, 令 $i = 1$ 。

b) $x_i = q(b_i)$, 删除顺序表中的 b_i 元素,后面的元素依次前移。

c)若 $i \leq n, i = i + 1$, 转 b); 否则,完成解码。

例如,对于编码 $B = \{3, 1, 2, 1\}$, 构造顺序表 $Q = \{1, 2, 3, 4\}$, 路径中的第一个元素为顺序表中的第三个元素,即 $x_1 = q(3) = 3$, 删除顺序表中的 $q(3)$ 元素,顺序表更新为 $Q = \{1, 2, 4\}$, $x_2 = q(1) = 1$, 删除 $q(1)$ 元素,顺序表更新为 $Q = \{2, 4\}$, $x_3 = q(2) = 4$, 删除 $q(2)$ 元素,顺序表更新为 $Q = \{2\}$, $x_4 = q(1) = 2$, 因此,获得解码后的路径为 $X = \{3, 1, 4, 2\}$ 。

3.2 算法设计

1)和声记忆库的初始化

随机产生 HMS 个初始解,并存储在和声记忆库 HM 中。 HM 被视为一个矩阵:

$$HM = \begin{bmatrix} X^1 \\ X^2 \\ \vdots \\ X^{HMS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^1 & \dots & x_n^1 & f(X^1) \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_n^2 & f(X^2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ x_1^{HMS} & x_2^{HMS} & \dots & x_n^{HMS} & f(X^{HMS}) \end{bmatrix}$$

其中: x_k^m 为解向量 X^m 中第 k 个解分量, $x_k^m \in [1, n - k + 1]$; n 表示 TSP 中的城市数目; $f(X^m)$ 为目标函数值。

2) 新和声的生成

根据和声记忆保留概率,按照如下公式产生新解 $X' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$ 。

$$x'_i \leftarrow \begin{cases} x_i \in [x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^{HMS}] & \text{random}(0,1) < HR \\ x_i \in \text{rand}[1, n - i + 1] & \text{否则} \end{cases}$$

一般情况下,HS 算法中的音调微调扰动方法按照如下公式进行:

$$x'_i \leftarrow \begin{cases} x_i \pm \text{rnd} \times \text{bw} & \text{random}(0,1) < PR \\ x_i & \text{否则} \end{cases}$$

其中:rnd 为均匀分布的随机整数,bw 为音调调整带宽。

对于 TSP 优化问题,一般的音调微调方法不利于邻域解的搜索。为了克服该问题,设计基于交换和插入算子的和声微调方法。具体方法如下:

对于解向量 X^m ,设其解码后的向量为 $B^m = (b_1^m, b_2^m, \dots, b_n^m)$,随机产生两个整数 $i < j \leq n$ 及一个小数 $\mu \in [0, 1]$ 。若 $\mu < 0.5$,交换 b_i^m 和 b_j^m ;否则,在向量 B^m 中将解分量 x_i^m 插入到 x_j^m 之后,形成新的向量 \tilde{B}^m ,再将向量 \tilde{B}^m 编码即可获得微调后的解向量 \tilde{X}^m 。

3) 和声记忆库更新

采取概率更新策略,具体步骤详见 2.2 节。

3.3 实例

为了验证改进和声搜索算法的优越性,以文献[17]中 30 和 50 个城市的 TSP 为例,分别利用基本 HS 算法、文献[12]提出的 IHS 算法和本文提出的 DMHS 算法进行求解。参数设置为:和声记忆库大小 $HMS = 20$,和声保留概率 $HR = 0.95$;音调微调概率 $PR = 0.3$,其动态调整区间为 $[0.1, 0.7]$,算法最大迭代次数为 300 000 代。重复实验 10 次,获得的优化结果如表 1 所示。

表 1 各算法优化 TSP 的计算结果

比较项目	30 个城市 TSP			50 个城市 TSP		
	HS	IHS	DMHS	HS	IHS	DMHS
平均值	530.792	526.020	480.793	659.187	655.361	593.327
最小值	482.234	447.468	423.741	581.683	578.699	523.960
标准差	90.588	148.320	116.541	172.219	139.381	133.793
平均运行时间/s	19.69	20.14	21.26	36.31	37.75	39.53

由表 1 可知,DMHS 算法在优化过程中耗时相对于 HS 和 IHS 算法略有增加,主要是由计算和声记忆库群体多样性引起的,其时间复杂度较小,完全可以接受,然而优化结果获得了显著改善。不同算法优化 50 个城市 TSP 的收敛曲线详见图 1。

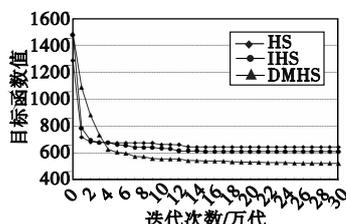


图 1 不同算法优化 50 个城市 TSP 的收敛曲线

由图 1 可知,DMHS 算法具有更好的优化性能,不容易陷入局部最优。综合以上分析,DMHS 算法明显优于基本 HS 和

IHS 算法。

4 结束语

为了克服基本 HS 算法容易陷入局部最优的不足,提出了 DMHS 算法。该算法通过改进参数动态调整方法、和声记忆库更新策略,提高和声记忆库群体的多样性,从而增强算法的全局寻优能力;通过对典型组合优化问题—TSP 的求解,验证了 DMHS 算法的优越性。下阶段还可以考虑将 DMHS 算法与其他智能优化算法结合起来,设计更加高效的混合优化算法。

参考文献:

- [1] GEEM Z W, KIM J H, LOGANATHAN G V. A new heuristic optimization algorithm: harmony search [J]. *Simulation*, 2001, 76 (2): 60-68.
- [2] 韩红燕,潘全科,染静.改进的和声搜索算法在函数优化中的应用[J].*计算机工程*,2010,36(13):245-247.
- [3] 常虹,焦斌,顾幸生.自适应和声搜索算法及在数值优化中的应用[J].*控制工程*,2012,19(3):455-458.
- [4] 金永强,苏怀智,李子阳.基于和声搜索的边坡稳定性投影寻踪聚类分析[J].*水利学报*,2007(S1):682-686.
- [5] 李亮,迟世春,林皋.改进和声搜索算法及其在土坡稳定分析中的应用[J].*土木工程学报*,2006,39(5):107-111.
- [6] 张凤荣,潘全科,庞荣波,等.基于和声退火算法的多维函数优化[J].*计算机应用研究*,2010,27(3):853-855,859.
- [7] GEEM Z W, KIM J H, LOGANA T G V. Harmony search optimization: application to pipe network design [J]. *International Journal of Model Simulation*, 2002, 22 (2): 125-133.
- [8] KIM J H, GEEM Z W, KIM E S. Parameter estimation of the nonlinear muskingum model using harmony search [J]. *Journal of the American Water Resources Association*, 2001, 37 (5): 1131-1138.
- [9] GEEM Z W, LEE K S, PARK Y. Application of harmony search to vehicle routing [J]. *American Journal of Applied Sciences*, 2005, 2 (12): 1552-1557.
- [10] LEE K S, GEEM Z W. A new meta-heuristic algorithm for continuous engineering optimization: harmony search theory and practice [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, 194 (36-38): 3902-3933.
- [11] GEEM Z W. Optimal cost design of water distribution networks using harmony search [J]. *Engineering Optimization*, 2006, 38 (3): 259-280.
- [12] MAHDAVI M, FESANGHARY M, DAMANGIR E. An improved harmony search algorithm for solving optimization problems [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, 188 (2): 1567-1579.
- [13] MAHDAVI M. Global-best harmony search [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 198 (2): 643-656.
- [14] FESANGHARY M, MAHDAVI M, JOLANDANC M M, et al. Hybridizing harmony search algorithm with sequential quadratic programming for engineering optimization problems [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2008, 197 (33-40): 3080-3091.
- [15] 李军华,黎明,袁丽华.遗传算法求解 TSP 的种群多样性研究 [J]. *小型微型计算机系统*, 2008, 29 (3): 544-547.
- [16] 王玉亭,孙剑,李俊青,等.顺序表示编码的和声退火混合算法求解 TSP [J]. *微电子学与计算机*, 2010, 27 (10): 41-49.
- [17] 王凌.智能优化算法及其应用 [M]. 北京:清华大学出版社,2001: 193-195.