

不确定规划中状态循环可达关系的求解方法*

黄丽芳, 文中华, 胡雨隆, 吴正成

(湘潭大学信息工程学院, 湖南湘潭 411105)

摘要: 在不确定规划领域中, 不确定状态转移系统求规划解常常会搜索大量无用的状态和动作, 造成冗余计算。获得不确定状态转移系统的状态可达关系可以避免无用搜索、减少冗余计算, 为系统提供引导信息。以非循环可达关系为基础, 定义矩阵的计算规则, 使用系统的邻接矩阵来计算可达矩阵。同时首次提出了循环可达关系的分类、二可达关系等, 并设计了求循环可达关系的算法, 且以实例证明了算法的有效性和正确性。在不确定规划中获得状态之间的可达性关系, 在求规划解的过程中可以删除大量无用的状态动作序偶, 降低问题规模, 提高求解规划问题的效率。

关键词: 不确定规划; 状态可达性; 矩阵; 循环可达关系

中图分类号: TP181 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2013)09-2689-05

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.09.032

Method of getting circular reachability relation in non-determinate planning

HUANG Li-fang, WEN Zhong-hua, HU Yu-long, WU Zheng-cheng

(College of Information Engineering, Xiangtan University, Xiangtan Hunan 411105, China)

Abstract: It is frequent to search a lot of useless states and actions which can result in redundant calculations in solving planning problems over a non-deterministic state-transition system in non-determinate plan field. Getting state accessibility relation for the nondeterministic state-transition system can avoid useless searching, reduce redundant calculations and create a guided information for the nondeterministic state-transition system. Based on acyclic reachability relation, this paper defined the calculation rules of matrix multiplication, classification of circular reachability relation and two-reachability relation. It also presented the method to get circular reachability relation and designed an algorithm for this. The example proves the validity and correctness of the algorithm. If the non-determinate plan has the information of state accessibility, it can delete useless states and actions to reduce the size of the problem and improve solution efficiency of solving planning problem.

Key words: non-determinate planning; state accessibility; matrix; circular reachability relation

0 引言

智能规划是人工智能近年来的一个热点领域, 不确定规划是其重要分支。模型检测是智能规划中处理不确定规划问题的一个重要方法。目前有很多关于基于模型检测^[1-6]的不确定规划研究, 也取得了许多重要成果, 如 Cimatti 等人^[7]提出的强、弱、强循环规划解, 在该文献中使用反向搜索算法求规划解, 即从目标状态向初始状态进行搜索, 在搜索的过程中由于缺少方向及引导信息, 需要重复搜索大量无用的状态及动作, 降低了求解效率。在不确定系统状态分层^[8]中对系统进行了分层, 经过分层后可以删除部分对构成规划解无用的状态和动作, 在一定程度上降低了问题规模。观察信息约简^[9,10]是对执行规划过程中不会用到的观察信息进行删除, 以降低实际过程中的开销, 也是近年来基于模型检测的规划研究中的一种新方法。正向搜索求规划解^[11]是基于状态分层设计的一种方法, 相比反向搜索规划解在效率上有一定的提高。

不确定规划问题以及多机器人不确定规划问题在求解时

都要在同一状态转移系统下求解大量的规划问题, 从而产生了大量重复和无用的操作及计算。搜索求解过程中不能得知某一状态或某一动作是否能到达目标状态或对到达目标状态有帮助, 所以会访问大量无用的状态节点从而降低了求解效率。在不确定状态转移系统中获得了状态可达性关系^[12], 则可以删除对规划问题没有帮助的状态节点和动作, 为搜索目标节点提供启发式信息, 提高求解效率。目前求状态循环可达关系是一个非常新的问题。由此可见, 本文提出求状态可达关系的方法是有意义, 也是十分重要的。

循环状态可达关系以非循环状态可达关系^[13]作为已知输入, 进而提出了求不确定状态转移系统的循环状态可达关系的方法。该方法通过定义二可达关系, 证明循环可达关系的充要条件是至少存在一个自身二可达关系。在此基础上分析不确定动作获得二可达关系, 从而找出循环可达关系。

1 相关定义

定义 1 一个规划领域是一个不确定的状态转移系统 $\Sigma =$

收稿日期: 2012-12-13; **修回日期:** 2013-02-11 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61070232)

作者简介: 黄丽芳(1987-), 女, 江西上饶人, 硕士研究生, 主要研究方向为智能规划(emilyhlf@sina.com); 文中华(1966-), 男, 湖南常德人, 副教授, 硕士, 博士, 主要研究方向为智能规划、图论及算法; 胡雨隆(1986-), 男, 湖南衡阳人, 硕士, 主要研究方向为智能规划; 吴正成(1989-), 男, 湖南娄底人, 硕士, 主要研究方向为智能规划。

(S, A, γ)。其中: S 是一个有限状态集; A 是一个有限动作集; γ: S × A → 2^S 是状态转移函数。

γ 被用来刻画不确定性: 在 s 下执行动作 a 所可能得到的结果状态的集合就是 γ(s, a)。若 γ(s, a) 非空, 则称动作 a 在状态 s 下是可执行的。

定义 2 设 Σ = (S, A, γ) 是一个规划领域, 一个对于 Σ 的规划问题 P 是一个三元组 (Σ, S₀, S_g), 其中, S₀ ⊆ S 是初始状态集合, S_g ⊆ S 是目标状态集合。

定义 3 在一个不确定状态转移系统中, 从状态 s₁ 开始, 执行一系列动作 γ(s₁, a₁), γ(s₂, a₂), ..., γ(s_n, a_n) 后可能到达状态集合 S_L = {s | s ∈ γ(s_x, a_x), s ∉ {s₁, s₂, ..., s_n}, 1 ≤ x ≤ n} 中的一个状态。称 L = {γ(s₁, a₁), γ(s₂, a₂), ..., γ(s_n, a_n)} 为状态 s₁ 的一条路径, 状态集合 S_L 为 s₁ 经过路径 L 到达的可达信念状态集合。

若存在状态 s_i 且状态 s_i 存在一条路径 L', 并且路径 L' 是路径 L 的子路径即 L' ∈ L, 使得 s_j ∈ S_{L'} 且 s_i ∈ γ(s_j, a_j), 其中 s_j ∈ {s₁, s₂, ..., s_n}, γ(s_j, a_j) ∈ L, 这时称路径 L 是一条循环路径; 否则, 路径 L 是一条非循环路径。

定义 4 在一个不确定状态转移系统中, 当状态 s₁ 存在一条非循环路径 L 且 s₂ ∈ S_L, |S_L| = 1, 则称 s₁ 到 s₂ 确定可达。当状态 s₁ 存在一条循环路径 L 且 s₂ ∈ S_L, |S_L| = 1, 则称 s₁ 到 s₂ 循环可达。当状态 s₁ 存在一条路径 L 并且 s₂ ∈ S_L, |S_L| > 1 时, 则称 s₁ 到 s₂ 不确定可达。当状态 s₁ 的任意一条路径 L 都有 s₂ ∉ S_L 时, 则称 s₁ 到 s₂ 不可达。

定义 5 在不确定状态转移系统中用函数 d(s₁, s₂) 来表示状态 s₁ 与状态 s₂ 之间的可达性关系, 由可达关系组成的矩阵称为可达矩阵。下面是可达关系的定义:

$$d(s_1, s_2) = \begin{cases} T & s_1 \text{ 到 } s_2 \text{ 不确定可达} \\ 1 & s_1 \text{ 到 } s_2 \text{ 确定可达} \\ \sim 1 & s_1 \text{ 到 } s_2 \text{ 循环可达} \\ 0 & s_1 \text{ 到 } s_2 \text{ 不可达} \end{cases}$$

定义 6 在不确定状态转移系统中对每一个不确定动作给定一个唯一的标志, 记 T_x。执行 T_x 后可能到达的状态集合称为不确定动作 T_x 的信念状态。T_x · NTS (number of terminal state) 是不确定动作 T_x 的信念状态个数。

定义 7 矩阵 B 表示不确定状态转移系统 Σ = (S, A, γ) 的状态邻接关系的邻接矩阵, 邻接矩阵的表示规则如下:

状态 s_i 到 s_j 没有动作可以达到表示为

$$B[i][j] = 0$$

状态 s_i 到 s_j 有确定动作可以达到表示为

$$B[i][j] = 1$$

状态 s_i 到 s_j 可以通过不确定动作 T₁, T₂, ..., T_n 达到但没有确定动作到达表示为

$$B[i][j] = T_1 + T_2 + \dots + T_n$$

定义 8 邻接矩阵 B 是由 0、1、不确定动作 T_x 组成的矩阵, 而可达矩阵 D 是由 0、~1、1、T 组成的矩阵。下面定义邻接矩阵与可达矩阵的乘法运算:

$$\begin{aligned} T_x \times T &= T \\ T_x \times 1 &= T_x \\ T_x \times \sim 1 &= \sim T_x \\ T_x \times 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$1 \times G = G (G = T \parallel 1 \parallel 0 \parallel \sim 1)$$

$$0 \times G = 0 (G = T \parallel 1 \parallel 0 \parallel \sim 1)$$

定义 9 若存在 d(s₁, s₁) = 1 || ~1, d(s₁, s₂) = 1 || ~1, d(s₁,

s₃) = 1 || ~1, ..., d(s₁, s_n) = 1 || ~1, 则可达集合 From(s₁) = {s₁, s₂, s₃, ..., s_n}。即

$$\text{From}(s_1) = \{s_x \mid d(s_1, s_x) = 1 \parallel \sim 1, x = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

定义 10 若存在 d(s₁, s₁) = 1 || ~1, d(s₂, s₁) = 1 || ~1, d(s₃, s₁) = 1 || ~1, ..., d(s_n, s₁) = 1 || ~1, 则被可达集合 To(s₁) = {s₁, s₂, s₃, ..., s_n}。即

$$\text{To}(s_1) = \{s_x \mid d(s_x, s_1) = 1 \parallel \sim 1, x = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

定义 11 若 s₁ 存在一条路径 L 使得 |S_L| = 2, 则称 s₁ 二可达 s_x 和 s_y (s_x, s_y ∈ S_L), 这样的路径称为二可达路径。若其中 x = 1, 则称 s₁ 自身二可达 s_y。

定义 12 将不确定动作 a 表示为 T, 则一个 T 为一个二元组 (s₁, S)。s₁ 为源状态, S 为执行不确定动作 T 可能到达的信念状态。

定义 13 不确定动作 T(s₁, S) 可以扩展为 TS(T), TS(T) = (first, second) 也是一个二元组:

$$TS(T) = (\text{To}(s_1), \{\text{From}(s_i) \mid s_i \in S\})$$

TS(T) 表示不确定状态 T 所连接的状态扩展的状态集合, To(s₁) 表示 T 的源状态的被可达状态集合, {From(s_i) | s_i ∈ S} 表示不确定动作 T 的每一个信念状态所产生可达状态集合。每一个 From(s_i) 表示一个信念分支。

定理 1 s₁ 循环可达 s₂ 可以这样被描述: s₁ 存在一条带循环的路径 L 使得 S_L = {s₂}。那么路径 L 中至少存在一个状态 s_i, 使得 s_i 自身二可达 s₂ 是 s₁ 循环可达 s₂ 的充要条件。

证明 充分条件证明 反假设路径 L 中不存在一个状态 s_i, 使得 s_i 二可达自身和 s₂, 已知路径中所有的状态都可达 S_L, 路径 L 中不存在一个状态 s_i, 使得 s_i 二可达自身和 s₂。则路径 L 中没有一个状态可以经过 L 的部分路径到达自身, 即路径 L 不存在环路。与原条件不符, 所以假设不正确。证明得到路径 L 中至少存在一个状态 s_i, 使得 s_i 二可达自身和 s₂。

必要条件证明 若已知路径 L 中存在一个状态 s_i, 使得 s_i 自身二可达 s₂。通过 S_L = {s₂} 可知 s₁ 确定可达或者循环可达 s₂, 又存在 s_i 自身二可达 s₂, 即 L 中有环路。则可知 s₁ 循环可达 s₂。

定理 2 若 s₁ 存在一条路径 L 二可达 s_x 和 s_y, 那么至少存在一个不确定动作 T, 其中 T ∈ L, 使得 TS(T) · second 可以划分为两个集合 I 和 G。其中若 From(s_i) ∈ I, 那么 s_x ∈ From(s_i); 若 From(s_i) ∈ G, 那么 s_y ∈ From(s_i)。

证明 已知路径 L 二可达 s_x 和 s_y, 则 L 中存在一个不确定动作 T 产生了可达 s_x 和 s_y 的分支, 则 T 满足 TS(T) · second 可以划分为两个集合 I 和 G。其中若 From(s_i) ∈ I, 那么 s_x ∈ From(s_i); 若 From(s_i) ∈ G, 那么 s_y ∈ From(s_i)。

定理 3 若存在不确定动作 T(s₁, S), 使得 TS(T) · second 可以划分为两个集合 I 和 G。其中若 From(s_i) ∈ I, 那么 s_x ∈ From(s_i); 若 From(s_i) ∈ G, 那么 s_y ∈ From(s_i)。则 s₁ 存在一条路径 L 二可达 s_x 和 s_y。

证明 根据题设已知不确定动作 T(s₁, S) 的信念状态可以作为一个划分, 使得划分的一部分确定可达 s_x, 另一部分确定可达 s_y。s₁ 作为不确定动作 T 的源状态可以产生一条路径 L, 该路径包含 T 的信念状态可达 s_x 或 s_y 的非循环路径以及 T。则路径 L 二可达 s_x 和 s_y。

2 确定可达矩阵的方法

采用矩阵乘法来收集和统计不确定动作信念状态的可达

关系是获得确定状态可达关系的关键。确定可达关系是清晰明了的,它可以分为两种:直接由确定动作串连而成;或者,经过了不确定动作而分支最终都汇聚到一个状态。那么,可以收集和统计不确定动作的信念状态的可达关系来判断该不确定动作是否可以汇聚到一个状态上。看上去,这一方法可以解决只有一个不确定动作的确定可达关系,但是,通过多次执行则获得任意多个不确定动作组成的确定可达关系。下面是该方法的具体介绍。

设 $\Sigma = (S, A, \gamma)$ 是一个不确定状态转移系统, A 中有 n 个状态。矩阵 B 是 $\Sigma = (S, A, \gamma)$ 的邻接矩阵。矩阵 D 是第 P 步的可达矩阵,矩阵 D_1 是第 $P + 1$ 步的可达矩阵, $B[i][1], B[i][2], \dots, B[i][n]$ 表示的是状态 s_i 与其他状态之间的邻接关系, $D[1][j], D[2][j], \dots, D[n][j]$ 表示的是第 P 步时任意状态到状态 s_j 的可达关系,第 $P + 1$ 步 s_i 到达 s_j 的可达关系为 $D_1[i][j] = \sum_{k=1}^n B[i][k] \times D[k][j]$,这个和式中的每一项都表示 s_i 通过中间状态 s_k 与 s_j 的可达关系。也就是说通过已知 s_i 与 s_k 的邻接关系和 s_k 与 s_j 的可达关系来推导出 s_i 与 s_j 的可达关系。可见,这个和式收集并统计了 s_i 的确定动作、不确定动作以及不确定动作的信念状态到 s_j 的可达关系。故采用下面的计算公式即可获得 s_k 与 s_j 的可达关系:

$$\sum_{k=1}^n B[i][k] \times D[k][j] = \begin{cases} 1 & \text{存在一项值为 1 或者存在 } N \text{ 个 } T_x \text{ 并且 } T_x \cdot \text{NTS} = N \\ \sim 1 & \text{在没有一项值为 1 并存在以项值为 } \sim 1; \text{ 或者存在 } N \text{ 个 } T_x \text{ 其中至少有一个 } \sim T_x \text{ 并且 } T_x \cdot \text{NTS} = N \\ 0 & \text{所有项为 0} \\ T & \text{不满足上面三个条件} \end{cases}$$

公式正确性证明 当和式中存在 1 时说明 s_i 有一个确定动作可以到达中间状态 s_k ,而 s_k 可以确定可达 s_j ,则 s_i 到 s_j 确定可达;当和式中存在 N 个 T_x ,说明状态 s_i 通过不确定动作 T_x 的 N 个分支到达中间状态,而这些中间状态都确定可达 s_j 。 $T_x \cdot \text{NTS} = N$,就是不确定动作 T_x 的所有信念状态确定可达 s_j ,则 s_i 到 s_j 确定可达,而循环可达与确定可达相似。显然当所有项都为 0 时,说明不存在一个可以到达状态 s_j 的状态使得状态 s_i 可以到达;因此 s_i 到 s_j 只有满足该条件才是不可达的。同时不满足上面条件时,则 s_i 到 s_j 只能不确定可达。

3 循环可达关系及分类

由于循环可达关系是一种十分复杂的关系,首先对循环可达关系进行分类。分类的基准是自身二可达关系在循环路径中的位置。首先,在定理 1 中证明了自身二可达关系是循环可达关系的充要条件,因此,按自身二可达在循环路径中的位置来划分循环可达关系是合理的。循环可达关系分为以下几类:

- a) 一型循环可达:确定可达或者循环可达一个自身二可达关系。
- b) 二型循环可达:仅仅由一个自身二可达关系组成。
- c) 三型循环可达:不确定可达一个或者多个自身二可达关系。

这三类循环可达关系通过串连、并联、嵌套组成所有的循环可达关系。

4 获得循环可达关系的方法

在定理 2 和 3 中证明了一个二可达关系产生的充要条件

是存在一个不确定动作,使得它的信念状态可以划分为两个集合,其中两个集合分别可以确定可达或循环可达两个不同的状态。因此,本文设计了不确定动作的二可达分析法。下面是二可达分析法的步骤:

- a) 计算不确定动作的扩展 $TS(T(s_1, S))$ 。
- b) 对不确定动作扩展的 $TS(T)$. second 进行划分,分为有 s_1 的信念分支集合 C_1 和没有 s_1 的信念分支集合 C_2 。只有自身二可达是被需要的,所以通过 T 的源状态 s_1 进行划分。
- c) 判断二可达关系。若 $|C_1| = 0$,则表示这里没有循环可达关系。证明:若 $|C_1| = 0$,则不确定动作 T_1 的信念分支中没有有一个分支可以回到源状态,则这个状态不可能通过不确定动作 T 产生自身二可达关系。
- d) 判断二可达关系。若 $|C_2| = 0$,则 s_1 与 C_1 中所有状态都存在自身二可达关系。证明:若 $|C_2| = 0$,则 $|C_1| = N$ 。此时,可以在 C_1 中取出任意一个信念分支放入 C_2 中,这样 s_1 就可以自身二可达 C_2 中的任意状态了。因此, s_1 与 C_1 中所有状态都存在自身二可达关系。
- e) 判断二可达关系。若 $|C_1| \neq 0$ 且 $|C_2| \neq 0$,此时 C_2 中的满分支状态与 s_1 存在自身二可达关系,满分支状态即为在每一个分支中都出现过的状态。因为 C_1 的分支都可达 s_1 ,所以 s_1 就可以自身二可达 C_2 中的满分支状态。

通过二可达分析可以获得自身二可达关系,从而获得一型、二型循环可达关系。一型循环可达关系是确定可达自身二可达的,所以可以通过自身二可达关系直接获得。对于三型循环可达关系,三型循环可达是不确定可达自身二可达关系。也就是说三型循环可达关系是需要判断其不确定的分支是否可以聚合。显然,使用前面介绍的矩阵乘法可以有效地解决这个问题,从而获得三型循环可达关系。

5 状态可达性算法及分析

根据本文提出的方法设计算法。设 $\Sigma = (S, A, \gamma)$ 是一个不确定状态转移系统, A 中有 n 个状态;矩阵 B 是 $\Sigma = (S, A, \gamma)$ 的邻接矩阵;矩阵 D 是 $\Sigma = (S, A, \gamma)$ 的可达矩阵; D_0 是初始化可达矩阵。对每一个不确定状态动作序偶给定唯一标志,计算状态可达性的算法如下:

```

1 function STATEACCESS(  $\Sigma$  )
2 B = GET_MATRIXB(  $\Sigma$  );
3 D0 = GET_MATRIXD(  $\Sigma$  );
4 D = DECYCLE( B, D0 );
5 D = CYCLE( B, D );
6 return D;

```

其中:第 2,3 行分别是获得不确定状态转移系统 Σ 的邻接矩阵和初始化可达矩阵;第 4 行为非循环可达关系的求解函数;第 5 行为循环可达关系的求解函数。

函数 GET_MATRIXB(Σ) 将 Σ 中动作集合 A 的动作写入矩阵 B ,从而获得邻接矩阵。函数 GET_MATRIXD(Σ) 将 Σ 中动作集合 A 的动作转换成可达关系写入初始化可达矩阵 D_0 。

```

1 function DECYCLE( B, D0 )
2 D1 = D2 = D0;
3 do
4 D1 = D2;
5 D2 = B × D1;
6 while( D1 ≠ D2 )
7 return D1;

```

其中:函数 DECYLE(B, D_0) 执行邻接矩阵与可达矩阵的连乘,直到可达矩阵不再有值的改变。在求可达矩阵时值只会向一个方向变化,即 $0 \rightarrow T \rightarrow \sim 1 \rightarrow 1$ 。故程序是会终止的。矩阵乘法求非循环可达关系的计算公式在前面已经证明了正确性。故该函数是正确和有效的。

T 是不确定动作集合,其中有 m 个不确定动作; s_0 为不确定动作 T 的源状态; TS 是不确定动作的扩展。函数 CYCLE(B, D) 代码如下:

```

1 function CYCLE(B, D)
2 T = GetUncertainAC(A);
3 D1 = D;
4 do
5 D2 = D1;
6 for i = 1 to m;
7 TS = GetTS(T[i], D1);
8 CycleR = FindCycle(s0, TS);
9 if (CycleR ≠ ∅) then
10 GetinRelation(CycleR, D2);
11 fi;
12 next i;
13 D2 = B × D2;
14 while (D1 ≠ D2);
15 return D1;

```

其中:函数 GetUncertainAC(A) 提取动作集合中的不确定动作;函数 GetTS($T[i], D_2$) 是按照当前的可达矩阵来获得不确定动作扩展;函数 FindCycle(s_0, TS) 对当前不确定动作进行二可达分析并从自身二可达关系中获得一型循环可达关系和二型循环可达关系,其返回的 CycleR 是一个状态对集合,每一个对状态都存在循环可达关系;函数 GetinRelation($CycleR, D_2$) 将二可达分析获得的循环可达关系写入可达矩阵;第 13 行的矩阵乘法是为了求当前可达矩阵中存在的三型循环可达关系。

函数 FindCycle(s_0, TS) 是整个算法实现功能的重点,它肩负着寻找二可达关系,从中分析出循环可达关系的任务。 S_d 是一个无重复元素的状态集合; G 为以状态集合为元素的集合; SS 为一个状态集合,每一个状态对应了一个整数 Int,这些整数初始化为 0。

```

1 function FindCycle(s0, TS)
2 G = { S | S ∈ TS.Second, s0 ∉ S };
3 if (G == TS.Second) then
4 return NULL;
5 fi;
6 if (G == ∅) then
7 Sd = TS.Second;
8 fi;
9 for i = 1 to |G|;
10 for x = 1 to |G[i]|;
11 SS[B[i][x]].Int ++;
12 next x;
13 next i;
14 for i = 1 to |SS|;
15 if (SS[i] == |G|) then
16 Sd = Sd + SS[i];
17 fi;
18 next i;
19 Cycle = Getin(TS.First, Sd);
20 return Cycle;

```

在函数 FindCycle(s_0, TS) 中首先将 $TS.Second$ 作了一个划分,分为有源状态 s_0 的集合 C_1 和没有 s_0 的集合 C_2 ,在程序中只是用 G 代表集合 C_2 。3~5 行判断 C_1 是否非空,为空则不存在自身二可达关系。6~8 行判断 C_2 是否为空,为空则源状态

与 $TS.Second$ 中所有的状态都存在自身二可达关系,在第 5 章有证明。9~18 行则是找出 G 中的满分支状态。函数 Getin($TS.First, S_d$) 是将集合 $TS.First$ 与集合 S_d 中的状态一一组成状态对写入 Cycle。

6 算法实例说明及分析

设 $\Sigma = (S, A, \gamma)$ 是一个不确定状态转移系统,如图 1 所示。将采用本文设计的算法来计算该不确定状态转移系统的状态可达性关系。

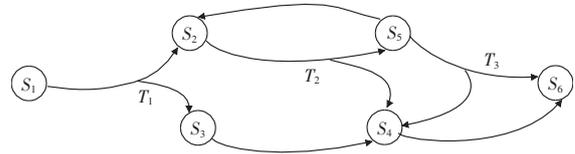


图 1 一个不确定状态转移系统

设 B 为邻接矩阵, D 为状态可达矩阵,首先将不确定状态转移系统 Σ 转换成邻接矩阵 B ,初始化一步状态可达矩阵 D_1 :

$$B = \begin{bmatrix} 1 & T_1 & T_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T_2 & T_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & T_3 & 1 & T_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 1 & T & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & T & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

在初始化矩阵后,用 $B \times D$ 来计算非循环状态可达关系,可得可达矩阵 D :

$$D = \begin{bmatrix} 1 & T & T & T & T & 1 \\ 0 & 1 & 0 & T & T & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & T & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

接下来通过执行 CYCLE(B, D) 来获得循环可达关系,其流程如下:

a) 二可达分析不确定动作 T_1 ,而 T_1 的源状态 s_1 显然没用状态可达,即 C_1 为空。故不存在循环可达关系。

b) 分析 T_2 ,发现 $C_1 = \{\{s_2, s_5\}\}, C_2 = \{\{s_4, s_6\}\}$ 。由于 C_2 中只有一个集合,故该集合中的元素都与 T_2 的源状态 s_2 存在二型循环可达关系,而 s_5 属于 $To(s_2)$,可以确定可达 s_2 ,故 s_5 循环可达 s_4, s_6 。得到 D :

$$D = \begin{bmatrix} 1 & T & T & T & T & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \sim 1 & T & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \sim 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

c) 对于 T_3 ,与 T_1 一样不存在循环可达关系。

d) 在对不确定动作分析完成后,计算 $B \times D$ 来得到三型循环可达关系,求得 D :

$$D = \begin{bmatrix} 1 & T & T & \sim 1 & T & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \sim 1 & T & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \sim 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

在下一轮循环计算时没有找到新的循环可达关系,程序终止。

在获得三型循环可达关系后,从可达矩阵 D 中可以直观地获得状态与状态之间的可达关系。例如, $d_{14} = \sim 1$ 表示状态 s_1 循环可达状态 s_4 , 状态 s_1 到 s_4 有强循环规划解,即机器人在公平的条件下(能够跳出循环)能够从位置 l_1 移动到位置 l_4 ; $d_{15} = 1$ 表示状态 s_1 确定可达状态 s_5 , 状态 s_1 到 s_5 有强规划解,即机器人能够从位置 l_1 确定移动到位置 l_5 ; $d_{16} = T$ 表示状态 s_1 不确定可达状态 s_6 , 状态 s_1 到状态 s_6 有弱规划解,即机器人能够(但不保证)从位置 l_1 移动到位置 l_6 ; $d_{23} = 0$ 表示状态 s_2 不可达状态 s_3 , 即机器人不能够从位置 l_2 确定移动到位置 l_3 。

7 结束语

本文首次提出了状态循环可达关系,阐述了求状态循环可达关系的方法,并证明了方法的正确性,且运用该方法进行了实例的说明和分析,实例结果表明,该方法可以有效地获得状态循环可达关系。对于一个不确定状态转移系统,在获得状态可达关系后,求规划解时可以通过状态可达信息删除对构成规划解无用的状态动作序偶,使规划问题的求解变得快速和简单。在不确定多机器人规划领域,可以为机器人提供可达信息,减少冗余计算,提高计算效率。

在求状态可达关系问题上还有很多工作有待研究,如:

a) 设计基于可达关系的不确定多机器人规划算法。不确定多机器人规划难以检测和判断冲突。在拥有可达关系的情况下每个机器人可以根据自己所处的状态和目标状态在可达矩阵中快速搜索到规划解,再按时序与其他机器人作冲突检测,最终得到一个没有冲突的协同规划。

b) 设计可达关系在可扩展目标的规划问题和部分可观察的规划问题的应用算法,依据可达关系可以使系统快速地掌握可达路径信息,以便选择可扩展目标的规划解和避开不可观察

的状态。

参考文献:

- [1] HUANG W, WEN Zhong-hua, JIANG Yun-fei, *et al.* Comparison between two languages used to express planning goals: CTL and EAGLE [C]//Proc of PRICAL. London: Springer-Verlag, 2006: 180-189.
- [2] CIMATTI A, ROVERI M. Conformant planning via model checking and heuristic search [J]. *Artificial Intelligence*, 2004, 159(1-2): 127-206.
- [3] RINTANEN J. Backward plan construction under partial observability [C]//Proc of the 6th International Conference on AAI. [S. l.]: AAAI Press, 2002: 173-182.
- [4] BERTOLI P, CIMATTI A, ROVERI M, *et al.* Strong planning under partial observability [J]. *Artificial Intelligence*, 2006, 170(1): 337-384.
- [5] CIMATTI A, ROVERI M, TRAVERSO P. Automatic OBDD-based generation of universal plans in non-deterministic domains [C]//Proc of AAI. [S. l.]: AAAI Press, 1998: 875-881.
- [6] CIMATTI A, ROVERI M. Conformant planning via symbolic model checking [J]. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 2000, 13(1): 305-338.
- [7] CIMATTI A, PISTORE M, ROVERI M, *et al.* Weak, strong, and strong cyclic planning via symbolic model checking [J]. *Artificial Intelligence*, 2003, 147(1-2): 35-84.
- [8] 文中华, 黄巍, 刘任任, 等. 模型检测规划中的状态分层方法 [J]. *软件学报*, 2009, 20(4): 858-869.
- [9] HUANG Wei, WEN Zhong-hua, JIANG Yun-fei, *et al.* Structured plans and observation reduction for plans with contexts [C]//Proc of IJCAI. [S. l.]: AAAI Press, 2009: 1721-1727.
- [10] HUANG Wei, WEN Zhong-hua, JIANG Yun-fei, *et al.* Observation reduction for strong plans [C]//Proc of IJCAI. [S. l.]: AAAI Press, 2007: 1930-1935.
- [11] 陈建林, 文中华, 朱江, 等. 正向搜索方法求强规划解 [J]. *计算机工程与应用*, 2011, 47(6): 52-54.
- [12] 文中华, 黄巍, 刘任任, 等. 模型检测规划中的状态之间的可达关系研究 [J]. *计算机学报*, 2012, 35(8): 1634-1643.
- [13] 胡雨隆, 文中华, 常青, 等. 不确定规划中非循环可达关系的求解方法 [J]. *计算机仿真*, 2012, 29(5): 114-117.
- [14] PU Cun-lai, ZHOU Si-yuan, WANG Kai, *et al.* Efficient and robust routing on scale-free networks [J]. *Physical A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2012, 391(3): 866-871.
- [15] 于海生, 赵林度, 来向红. 基于交易量的供应链网络演化模型研究 [J]. *管理学报*, 2009, 6(2): 187-191.
- [16] CALLAWAY D S, NEWMAN M E J, STROGATEZ S H, *et al.* Network robustness and fragility: percolation on random graphs [J]. *Physical Review Letters*, 2000, 85(25): 5468-5471.
- [17] BOCCALETTI S, LATORA V, MPRENO Y, *et al.* Complex networks: Structure and dynamics [J]. *Physics Reports*, 2006, 424(4-5): 175-308.
- [18] 王建伟, 荣莉莉, 王铎. 基于节点局域特征的复杂网络上相继故障模型 [J]. *管理科学学报*, 2010, 13(8): 42-50.
- [19] 杨孝平, 尹春华. 复杂网络可靠性评价指标 [J]. *北京信息科技大学学报*, 2010, 25(3): 92-96.

(上接第 2628 页)

- [7] WANG Jian-wei, RONG Li-li. Robustness of the western United States power grid under edge attack strategies due to cascading failures [J]. *Safety Science*, 2011, 49(6): 807-812.
- [8] WEI Du-qu, LUO Xiao-shu, ZHANG Bo. Analysis of cascading failure in complex power networks under the load local preferential redistribution rule [J]. *Physical A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2012, 391(8): 2771-2777.
- [9] WANG J, LIU Y H, JIAO Y, *et al.* Cascading dynamics in congested complex networks [J]. *European Physical Journal B*, 2009, 67(1): 95-100.
- [10] 闫妍, 刘晓, 庄新田. 基于复杂网络理论的供应链级联效应检测方法 [J]. *上海交通大学学报*, 2010, 44(3): 322-325.
- [11] 李勇, 吴俊, 谭跃进. 容量均匀分布的物流保障网络级联失效抗毁性 [J]. *系统工程学报*, 2010, 25(6): 853-860.
- [12] 姬利娟, 帅斌, 种鹏云. 级联失效特性下的危险品运输路径选择研究 [J]. *中国安全科学学报*, 2012, 22(7): 77-81.
- [13] MISHKOVSKI I, BIEY M, KOCAREV L. Vulnerability of complex