

驾驶员预估效应对交通流合作 驾驶格子模型优化状态的影响*

彭光含

(湖南文理学院 物理与电子科学学院, 湖南 常德 415000)

摘要: 基于合作驾驶格子模型,考虑驾驶员对交通流量的预估效应,提出一个扩展的交通流合作驾驶格子模型。通过线性稳定性分析和非线性分析探讨驾驶员预估效应对合作驾驶格子模型优化状态的影响。结果表明,驾驶员预估效应能够进一步增强合作驾驶格子模型优化状态下的稳定性。

关键词: 交通流; 格子模型; 预估效应; 数值仿真

中图分类号: TP301.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2013)06-1705-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.06.026

Effect of driver anticipation on optimal state of cooperative driving lattice model for traffic flow

PENG Guang-han

(College of Physics & Electronics, Hunan University of Arts & Science, Changde Hunan 415000, China)

Abstract: Based on the cooperative driving lattice model of traffic flow, this paper proposed an extended cooperative driving lattice model with the consideration of the driver anticipation effect corresponding to traffic flux. It investigated the influence on the optimal state of cooperative driving lattice model resulted from driver anticipation effect by the linear stability analysis and nonlinear analysis. The results show that the driver anticipation effect can further enhance the stability of traffic flow under the optimal state of cooperative driving lattice model.

Key words: traffic flow; lattice model; anticipation effect; numerical simulation

近年来,随着交通流量的迅速膨胀,交通拥堵问题日益成为阻碍社会经济发展的重要障碍。为解决交通拥堵问题,多种交通流模型相继被提出。其中,Nagatani^[1,2]借鉴优化跟驰模型的思想,提出了基于优化速度的交通流格子模型。此后,许多学者考虑不同交通因素,提出了各种扩展的交通流格子模型^[3-9]。其中,Ge等人^[4]借助智能交通系统探测前方多格子信息,提出了合作驾驶格子模型,结果表明前方三个格点信息对交通流产生较大影响,是合作驾驶格子模型的优化状态。但该模型没有考虑预估效应对交通流的影响。在实际交通中,驾驶员往往会对前方交通状况进行预估,使驾驶员提前加速或减速,从而避免交通紧急情况导致的交通事故。已有少数研究^[10-15]证实了预估效应对交通流存在不可忽视的影响,但缺少预估效应对合作驾驶格子模型优化状态影响的研究。因此,本文基于合作驾驶格子模型,考虑驾驶员对前方交通流量的预估效应,提出扩展的合作驾驶格子模型,并通过理论分析和数值仿真探讨驾驶员预估效应对合作驾驶格子模型优化状态下的影响。

1 模型

1998年,Nagatani借鉴跟驰理论,提出如下格子模型:

$$\partial_t \rho + \rho_0 \partial_x (\rho v) = 0 \quad (1)$$

$$\partial_t \rho v = a \rho_0 V(\rho(x+\delta)) - a \rho v \quad (2)$$

其中: ρ_0 、 a 分别表示平均密度和敏感系数; $\delta = 1/\rho_0$ 表示平均车头间距;式(1)表示路段内车辆守恒方程;式(2)表示驾驶员前方 $x+\delta$ 处的密度 $\rho(x+\delta)$ 调整速度。随后,在式(2)的基础上,Ge等人考虑前方多个格子信息对交通流的影响,提出如下合作驾驶格子模型:

$$\partial_t \rho v = a \rho_0 V(\rho(x+\delta), \dots, \rho(x+n\delta)) - a \rho v \quad (3)$$

理论分析和数值模拟表明,考虑前方三个格子信息是合作驾驶格子模型的优化状态,即前方三个格子足以使交通稳定,在实际交通中,当驾驶员预估前方格点流量比当前格点流量可能增大,驾驶员往往选择加速,反之选择减速。因此,在合作驾驶格子模型的基础上,考虑驾驶员对交通流量的预估效应,本文提出一个扩展的合作驾驶格子模型:

$$\partial_t \rho v = a \rho_0 V(\rho(x+\delta), \dots, \rho(x+n\delta)) - a \rho v + \lambda a \frac{\partial Q(\rho(x+\delta))}{\partial x} \quad (4)$$

其中: $\rho(x+\delta)$ 表示 $x+\delta$ 处的局部密度; $Q(\rho(x+\delta))$ 表示 $x+\delta$ 局部流量;梯度项 $\partial_x Q(\rho(x+\delta))$ 表示驾驶员对前方流量变化的预估反应项; λ 表示预估反应系数; $V(\cdot)$ 表示优化速度函数。采用文献[4]的形式:

$$V(\rho(x+\delta), \rho(x+2\delta), \dots, \rho(x+m\delta)) = V\left(\sum_{l=1}^m \rho(x+l\delta)\right) \quad (5)$$

其中:

收稿日期: 2012-10-14; **修回日期:** 2012-11-16 **基金项目:** 国家教育部科学技术研究重点项目(211123);湖南省教育厅优秀青年项目(10B072);湖南文理学院博士科研启动项目(BSQDI010);湖南文理学院重点项目(JJZD0902)

作者简介: 彭光含(1973-),男(侗族),湖南洞口人,副教授,博士,主要研究方向为控制理论与控制工程、智能交通系统(pengguanghan@163.com)。

$$\sum_{l=1}^m p_l = 1, p_l = \begin{cases} \frac{p-1}{p^l} & \text{for } l \neq m \\ \frac{1}{p^{l-1}} & \text{for } l = m \end{cases} \quad (6)$$

于是式(4)变为

$$\partial_t \rho v = a \rho_0 [V(\sum_{l=1}^m p_l \rho(x+lb))] - a \rho v + \lambda a \frac{\partial Q(\rho(x+\delta))}{\partial x} \quad (7)$$

对式(1)和(7)空间 x 无量纲化($\tilde{x} = x/\delta$),得到如下离散形式:

$$\partial_t \rho_j(t) + \rho_0(\rho_j v_j - \rho_{j-1} v_{j-1}) = 0 \quad (8)$$

$$\rho_j(t+\tau) v_j(t+\tau) = \rho_0 V(\sum_{l=1}^m p_l \rho_{j+l}) + \lambda \rho_0 (Q_{j+1} - Q_j) \quad (9)$$

其中: ρ_j 和 v_j 分别表示格点 j 处的密度和车速; $Q_j = \rho_j v_j$ 表示格点 j 处流量; τ 表示车辆跟驰的延滞时间。当 $\lambda = 0$ 时,就得到 Ge 等人提出的合作驾驶格子模型。优化速度 $V(\cdot)$ 采用如下形式^[4]:

$$V(\sum_{l=1}^m p_l \rho_{j+l}) = (v_{\max}/2) [\tanh(1/\sum_{l=1}^m p_l \rho_{j+l} - h_c) + \tanh(h_c)] \quad (10)$$

其中: h_c 和 $v_{\max}$ 分别表示安全距离和最大速度。消去式(8)(9)的速度 v ,得到如下密度演化方程:

$$\partial_t \rho_j(t+\tau) + \rho_0^2 [V(\sum_{l=1}^m p_l \rho_{j+l}) - V(\sum_{l=1}^m p_l \rho_{j+l-1})] - \lambda \rho_0 [\partial_t \rho_{j+1}(t) - \partial_t \rho_j(t)] = 0 \quad (11)$$

2 稳定性分析

假设初始均匀分布的交通流密度为 ρ_0 , 优化速度为 $V(\rho_0)$, $\rho_0, \dots, \rho_0$, y_j 为格点 j 处偏离定态解的小扰动, 即 $\rho_j(t) = \rho_0 + y_j(t)$, 代入式(11)得到如下方程:

$$\partial_t y_j(t+\tau) + \rho_0^2 V'(\rho_0) \sum_{l=1}^m p_l \Delta y_{j+l}(t) - \lambda \rho_0 (\partial_t y_{j+1}(t) - \partial_t y_j(t)) = 0 \quad (12)$$

其中: $V'(\rho_0) = dV(\rho)/d\rho|_{\rho=\rho_0}$ 。假设把小扰动 $y_j = A \exp(ikj + zt)$ 展开成傅里叶级数形式, 得到关于 z 的方程:

$$ze^{z\tau} - \lambda \rho_0 z (e^{ik} - 1) + \rho_0^2 V'(\rho_0) \sum_{l=1}^m p_l (e^{ikl} - e^{ik(l-1)}) = 0 \quad (13)$$

将参数 z 展开成 $z = z_1(ik) + z_2(ik)^2 + \dots$, 代入式(11), 分别得到 ik 的 1 阶和 2 阶项:

$$z_1 = -\rho_0^2 V'(\rho_0) \quad (14)$$

$$z_2 = -\left[\frac{\sum_{l=1}^m p_l (2l-1)}{2} + \rho_0^2 V'(\rho_0) \tau + \lambda \rho_0 \right] \rho_0^2 V'(\rho_0) \quad (15)$$

当 $z_2 < 0$ 时, 初始均匀的稳定交通流变得不稳定; 当 $z_2 > 0$ 时, 保持原有的稳定交通流不变。于是得到如下临界稳定条件:

$$\tau = -\frac{\sum_{l=1}^m p_l (2l-1) + 2\lambda \rho_0}{2\rho_0^2 V'(\rho_0)} \quad (16)$$

由此, 得到如下不稳定条件:

$$\tau > -\frac{\sum_{l=1}^m p_l (2l-1) + 2\lambda \rho_0}{2\rho_0^2 V'(\rho_0)} \quad (17)$$

当 $\lambda = 0$ 时, 退化为合作驾驶格子模型的失稳条件^[4]。通过比较发现, 扩展模型在区域:

$$-\frac{\sum_{l=1}^m p_l (2l-1)}{2\rho_0^2 V'(\rho_0)} < \tau < -\frac{\sum_{l=1}^m p_l (2l-1) + 2\lambda \rho_0}{2\rho_0^2 V'(\rho_0)}$$

进一步稳定了交通流。这说明预估效应对交通流有进一步的致稳作用, 表明模型的改进具有重要意义。

图1表示密度与敏感系数($\rho; a$)关系。其中 $p = 5$, $h_c = 4$, $v_{\max} = 2$, 选取合作驾驶格子模型优化状态 $m = 3$ 。图1中实线表示临界稳定曲线, 虚线表示共存曲线(如第3章中的非线性分析)。临界稳定曲线顶点表示临界点(ρ_c, a_c)。于是相空间被分

为稳定区域、亚稳定区域和不稳定区域三个不同的区域。当 $\lambda = 0$ 时, 得到了合作驾驶格子模型一致的临界稳定曲线和共存曲线。文献[4]中指出, 当选取前方格点 $m = 3$ (优化状态)后, 合作驾驶格子模型的稳定曲线和共存线几乎重合。从图1可知, 考虑预估效应后稳定区域明显增大, 并且随着预估反应系数 λ 的增大, 稳定曲线和共存曲线继续降低, 不稳定区域和亚稳定区域逐渐变小, 稳定区域进一步扩大, 预估效应项进一步增强了交通流的稳定性, 这说明考虑预估效应的重要性和必要性。

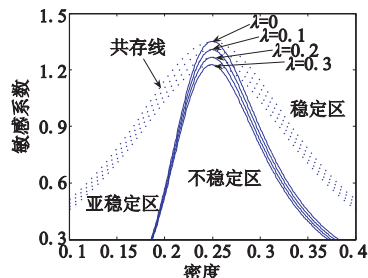


图1 不同预估效应下的密度与敏感系数相图

3 非线性分析

考虑临界点(ρ_c, a_c)附近缓变行为, 定义如下慢变量 X, T :

$$X = \varepsilon(j + bt), T = \varepsilon^3 t \quad (18)$$

$$\rho_j = \rho_c + \varepsilon R(X, T) \quad (19)$$

其中: b 表示参数; ε 为临界点附近的小参数。将式(18)(19)代入式(11), 并展开至 ε^5 量级, 得到

$$\varepsilon^2 k_1 \partial_X R + \varepsilon^3 k_2 \partial_X^2 R + \varepsilon^4 (\partial_T R + k_3 \partial_X^3 R + k_4 \partial_X R^3) + \varepsilon^5 (k_5 \partial_T \partial_X R + k_6 \partial_X^4 R + k_7 \partial_X^2 R^3) = 0 \quad (20)$$

其中: $V' = dV(\rho)/d\rho|_{\rho=\rho_c}$, $V'' = d^2 V(\rho)/d\rho^2|_{\rho=\rho_c}$ 。系数 k_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) 如表1所示。在临界点(ρ_c, a_c)附近, 假设 $b = -\rho_c^2 V'$ 和 $\tau/\tau_c = 1 + \varepsilon^2$, 得到如下简化方程:

$$\varepsilon^4 (\partial_T R - g_1 \partial_X^3 R + g_2 \partial_X R^3) + \varepsilon^5 (g_3 \partial_X^2 R + g_4 \partial_X^4 R + g_5 \partial_X^2 R^3) = 0 \quad (21)$$

系数 g_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) 如表2所示。按照文献[16]的方法, 可以得到交通阻塞扭结—反扭结密度波的传播速度:

$$c = 5g_2 g_3 / (2g_2 g_4 - 3g_1 g_5) \quad (22)$$

因此, 得到如下扭结—反扭结密度波的解:

$$\rho_j(t) = \rho_c + \sqrt{\frac{g_1 c}{g_2} \left(\frac{\tau}{\tau_c} - 1 \right)} \tanh \sqrt{\frac{c}{2} \left(\frac{\tau}{\tau_c} - 1 \right)} \left[j + \left(1 - c g_1 \left(\frac{\tau}{\tau_c} - 1 \right) \right) t \right] \quad (23)$$

于是得到扭结—反扭结密度波振幅:

$$A = \sqrt{\frac{g_1 c}{g_2} \left(\frac{\tau}{\tau_c} - 1 \right)} \quad (24)$$

扭结—反扭结密度波解表示共存相。据此, 在相图($\rho; a$)中可以绘出共存曲线: 由 $\rho_j = \rho_c - A$ 绘出对应低车流密度自由流相的共存相, 而由 $\rho_j = \rho_c + A$ 绘出对应高密度阻塞相的共存线(如图1中虚线所示)。

表1 模型系数 k_i

k_1	k_2	k_3	k_4
		$\frac{b^3 \tau^2 - \lambda \rho_c b}{2} +$	
$b + \rho_c^2 V'$	$\frac{1}{2} \sum_{l=1}^m p_l (2l-1) \rho_c^2 V'$	$\rho_c^2 V' \sum_{l=1}^m p_l (3l^2 - 3l + 1)$	$\frac{\rho_c^2 V''}{6}$
		6	
k_5	k_6	k_7	
$2b\tau - \lambda \rho_c$	$\frac{b^4 \tau^3}{6} + \frac{\rho_c^2 V''}{24} \sum_{l=1}^m p_l (4l^3 - 6l^2 + 4l - 1) - \frac{\lambda \rho_c b}{6}$	$\frac{\rho_c^2 V''}{12}$	

表2 模型系数 g_i

g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
$-\frac{b^3\tau_c^2}{2} - \frac{\rho_c^2 V'}{6}$	$\frac{\rho_c^2 V''}{6}$	$b^2\tau_c$	$-\frac{5b^4\tau_c^3}{6} + \frac{\rho_c^2 V'}{24}$	$\frac{1}{12}\rho_c^2 V'''$
$\sum_{l=1}^m p_l(3l^2 - 3l + 1) +$ $\frac{b\lambda\rho_c}{2} \sum_{l=1}^m p_l(2l - 1)$		$\sum_{l=1}^m p_l(4l^3 - 6l^2 + 4l - 1) -$ $\frac{b\tau_c\rho_c^2 V'}{3}$	$(\sum_{l=1}^m p_l(2l - 1) -$ $4b\tau_c + 2\lambda\rho_c)$	
		$\sum_{l=1}^m p_l(3l^2 - 3l + 1) +$ $\frac{\lambda\rho_c b}{6}(3(2b\tau_c - \lambda\rho_c) +$ $3b^2\tau_c^2 - 2)$		

4 数值仿真

数值仿真采用周期边界条件,并假设如下初始条件:

$$\begin{cases} \rho_j(1) = \rho_j(0) = \rho_0 & j \neq 50, 51 \\ \rho_j(1) = \rho_j(0) = \rho_0 - \Delta & j = 50 \\ \rho_j(1) = \rho_j(0) = \rho_0 + \Delta & j = 51 \end{cases} \quad (25)$$

其中:小扰动 $\Delta = 0.1$, $a = 1/\tau = 1.89$, $N = 100$, $\rho_c = \rho_0 = 1/h_c$, $h_c = 4$, $v_{\max} = 2$ 。同样选取合作驾驶格子模型的优化状态 $m = 3$, $p = 5$ 。

图2是在 $t = 10000$ 时步后密度时空演化仿真,分别对应不同的预估效应系数($\lambda = 0, 0.1, 0.2, 0.3$)。图2(a)中,参数 $\lambda = 0$,得到与合作驾驶格子模型一致的结果,即使考虑三个格点信息,小扰动下定态交通流将会失稳;从(a)~(c)可知,由于敏感系数 $a = 1.89$ 时满足不稳定性条件式(17),原有的稳定交通流出现以扭结与反扭结密度波形式的时走时停现象;但从(d)可知,当 $\lambda = 0.3$ 时,稳定性条件得到满足,小扰动下稳态交通流得到保持。

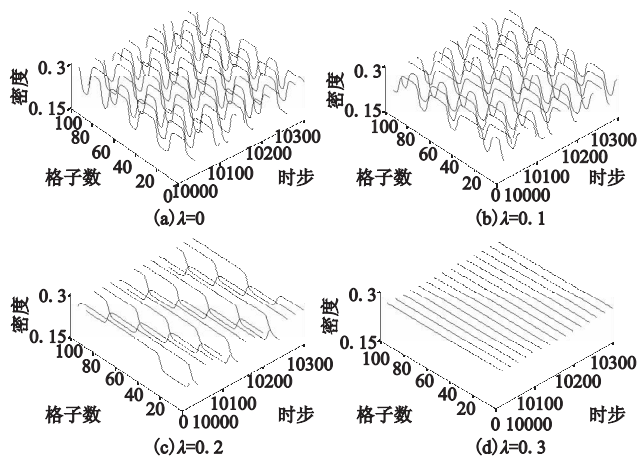


图2 密度时空演化

图3是在 $t = 10300$ 时步时对应图2的车流密度分布情况仿真。从图3可知,在相同敏感系数条件下,随着预估效应系数 λ 的增大,密度波振幅逐渐减少。密度波幅度变小可抑制交通流阻塞。从图3(d)可知,当 $\lambda = 0.3$ 时,密度波振幅迅速减小,交通流回归到扰动前均匀稳态交通流。通过上述数值仿真和理论分析,在合作驾驶格子模型优化状态下,验证了预估效应能进一步增强交通流的稳定性。

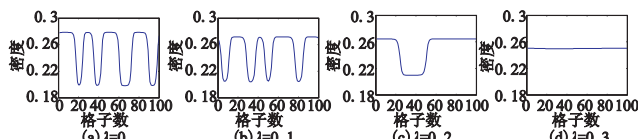


图3 在 $t=10300$ 时步分别对应图2的密度分布

5 结束语

本文在合作驾驶格子模型的基础上,通过驾驶员对交通流量的预测,提出了含有交通流量预估项扩展的合作驾驶格子模型,并从线性稳定性分析和非线性分析两个方面对改进模型进行了理论分析,获得了线性稳定性条件和 mKdV 方程的扭结与反扭结密度波解。理论分析与数值仿真结果一致,表明驾驶员对交通流量的预估效应能够进一步增强合作驾驶格子模型优化状态下的稳定性,有效舒缓了交通流的堵塞。

参考文献:

- [1] NAGATANI T. Modified KdV equation for jamming transition in the continuum models of traffic[J]. *Physica A*, 1998, 261(3-4): 599-607.
- [2] NAGATANI T. TDGL and MKdV equations for jamming transition in the lattice models of traffic[J]. *Physica A*, 1999, 264(3): 581-592.
- [3] 薛郁. 优化车流的交通流格子模型[J]. *物理学报*, 2004, 53(1): 25-30.
- [4] GE Hong-xia, DAI Shi-qiang, XUE Yu, et al. Stabilization analysis and modified Korteweg-de Vries equation in a cooperative driving system[J]. *Physical Review E*, 2005, 71(6): 066119.
- [5] LI Zhi-peng, LI Xing-li, LIU Fu-qiang. Stabilization analysis and modified KdV equation of lattice models with consideration of relative current[J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2008, 19(8): 1163-1173.
- [6] TIAN Jun-fang, JIA Bin, LI Xing-gang, et al. Flow difference effect in the lattice hydrodynamic model[J]. *Chinese Physical B*, 2010, 19(4): 040303.
- [7] PENG Guang-han, CAI Xin-hua, CAO B F, et al. Non-lane-based lattice hydrodynamic model of traffic flow considering the lateral effects of the lane width[J]. *Physics Letters A*, 2011, 375(30-31): 2823-2827.
- [8] PENG Guang-han, CAI Xin-hua, LIU Chang-qing, et al. A new lattice model of traffic flow with the consideration of the honk effect[J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2011, 22(9): 967-976.
- [9] PENG Guang-han, CAI Xin-hua, CAO B F, et al. A new lattice model of traffic flow with the consideration of the traffic interruption probability[J]. *Physica A*, 2012, 391(3): 656-663.
- [10] PENG Guang-han, CAI Xin-hua, LIU Chang-qing, et al. A new lattice model of traffic flow with the consideration of the driver's forecast effects[J]. *Physics Letters A*, 2011, 375(22): 2153-2157.
- [11] 孙棣华, 田川. 考虑驾驶员预估效应的交通流格子模型与数值仿真[J]. *物理学报*, 2011, 60(6): 068901.
- [12] TIAN Chuan, SUN Di-hua, YANG Shu-hong. A new lattice hydrodynamic traffic flow model with a consideration of multi-anticipation effect[J]. *Chinese Physics B*, 2011, 20(8): 088902.
- [13] ZHAO Min, SUN Di-hua, TIAN Chuan. Density waves in a lattice hydrodynamic traffic flow model with the anticipation effect[J]. *Chinese Physics B*, 2012, 21(4): 048901.
- [14] PENG Guang-han. A study of wide moving jams in a new lattice model of traffic flow with the consideration of the driver anticipation effect and numerical simulation[J]. *Physica A*, 2012, 391(23): 5971-5977.
- [15] 彭光含. 交通流多格点预估格子模型与数值仿真[J]. *计算机应用研究*, 2013, 30(3): 754-756.
- [16] GE Hong-xia, CHENG R J, DAI Shi-qiang. KdV and kink-antikink solitons in car following models[J]. *Physica A*, 2005, 357(3-4): 466-476.