进化算法漂移分析基本定理的改进与证明*

张宇山[1,2a], 郝志峰[2a], 黄 翰[2b]

(1. 广东商学院 数学与计算科学学院, 广州 510320; 2. 华南理工大学 a. 计算机科学与工程学院; b. 软件学院, 广州 510006)

摘 要: 漂移分析的基本定理存在缺陷:条件过严、证明有误且不够严格等,而这些缺陷一直未见指出。鉴于该定理是漂移分析的核心和理论基础,很有必要加以严格化。指出了该定理的不足之处,以测度论为工具,对该定理进行了适当的修正与改进,并且给出了一个新的严格的证明。

关键词: 进化算法; 漂移分析; 时间复杂度; 理论基础

中图分类号: TP18; TP301.6 **文献标志码**: A **文章编号**: 1001-3695(2013)06-1685-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.06.021

Improvement and proof of fundamental theorem in drift analysis of evolutionary algorithms

ZHANG Yu-shan[1,2a], HAO Zhi-feng[2a], HUANG Han[2b]

(1. *School of Mathematics & Computational Science, Guangdong University of Business Studies, Guangzhou* 510320, *China*; 2. *a. School of Computer Science & Engineering, b. School of Software Engineering, South China University of Technology, Guangzhou* 510006, *China*)

Abstract: The fundamental theorem in the drift analysis remained defective: the condition was too strict, the proof contained some errors and was not rigorous, etc. and these defects have not been pointed out. It is necessary to make the theorem more rigorous considering the theorem is the core and theoretical foundation of drift analysis. This paper pointed out the defects in the original theorem, used measure theory as tool to amend and improve the theorem and presented a new and rigorous proof.

Key words: evolutionary algorithms; drift analysis; time complexity; theoretical foundation

进化算法是受自然界生物进化过程“物竞天择,适者生存”启发而产生的一类仿生优化算法,广泛应用于求解各类优化问题。近十年来进化算法的理论基础研究,特别是计算时间分析受到越来越多的关注[1,2]。漂移分析是一种强有力的数学工具,由 He 等人[3,4]首先引入到进化算法的计算复杂性研究中,通过建立进化算法的马尔可夫链模型[5],给出了证明进化算法期望运行时间上下界的漂移条件;之后,漂移分析被成功地应用到进化算法求解组合优化问题的时间复杂性分析中[6~9]。漂移分析的思想是直观的,可用确定性算法作为例子加以解释:假定初始解与最优解的距离为 d,一个确定性算法被用于求解某个最优化问题。如果在算法的每一步迭代中,趋向最优解的漂移量大于 Δ,那么最多需要迭代 d/Δ 次就可以找到最优解。

在文献[3, 4]中,给出了判断进化算法求解给定问题的平均时间复杂度是多项式还是指数式的漂移条件。漂移分析的基本定理是文献[3]中的定理 1,它也是漂移分析理论的核心,所有后续的漂移条件都是基于这个定理。然而该定理虽已成功地应用于一些特定的实例,但它仍然存在一些缺陷,如条件 1 过于严格、定理的证明包含一些错误等。本文将指出原始定理证明中的一些错误和粗糙之处,为了确保数学上的严格性,给出了该定理的一个改进版本并用新的方法加以证明。本文的目的并非要否定文献[3]中的主要结论,而是为了完善原始的理论,使得它能应用到更为广泛的领域。

1 对原始定理的讨论

1.1 进化算法

文献[3]讨论的优化问题是组合优化问题,可以描述如下:

给定一个 n 维有限状态空间 S 和目标函数 $f:S\to R$,要找到至少一个全局极大值点 $x^* \in S$,使得

$$f_{\max}=f(x^*)=\max\{f(x);x\in S\} \tag{1}$$

求解组合优化问题式(1)的进化算法可以描述如下:

a)初始化。以随机或启发式的方法产生包含 $2N$ 个个体的初始种群 $\xi_0=(x_1,\cdots,x_{2N})$,置 $k\leftarrow 0$,其中 N 是大于 0 的整数。对任意的种群 ξ_k,定义 $f(\xi_k)=\max\{f(x_i);x_i\in\xi_k\}$。

b)产生。通过交叉和变异(或其他任何的可产生后代的算子)生成一个新的(中间)种群,记为 $\xi_{k+1/2}$。

c)选择。从种群 $\xi_{k+1/2}$ 和 ξ_k 中选择 $2N$ 个个体,得到另一个(新的中间)种群 ξ_{k+S}。

d)如果 $f(\xi_{k+S})=f_{\max}$,则终止;否则令 $\xi_{k+1}=\xi_{k+S}$,$k\leftarrow k+1$,回到步骤 b)。

收稿日期: 2012-08-29; **修回日期**: 2012-11-05 **基金项目**: 国家自然科学基金资助项目(61070033);国家教育部博士点基金资助项目(20090172120035);中央高校科研业务费重点项目(2012ZM0083);广东商学院校级科研项目(12YB52001)

作者简介: 张宇山(1975-),男,博士,主要研究方向为进化算法的理论基础(scuthill@163.com);郝志峰(1968-),男,教授,博导,博士,主要研究方向为算法设计与分析、代数学及其应用等;黄翰(1980-),男,副教授,硕导,博士,主要研究方向为进化计算方法的理论基础、进化计算方法的优化设计及其应用.

显然上面的描述涵盖了一大类使用交叉、变异、选择的进化算法,并且没有限定交叉、变异的类型和选择的机制,也包含了只使用交叉或变异的进化算法。文献[3]所得到的主要结果与交叉、变异、选择的实施细节无关,事实上对于其他的随机搜索算法也适用。此外,虽然讨论的是组合优化问题,但对于连续优化问题也是适用的,这一点不难从后续的分析中看出。

1.2 漂移分析简述

假定 x^* 是一个最优解,令 $d(x,x^*)$ 表示从个体 x 到 x^* 的距离。如果不止一个最优解,用 S^* 表示最优解的集合,以 $d(x,S^*)=\min\{d(x,x^*);x^*\in S^*\}$ 表示个体 x 与最优解集合 S^* 之间的距离,简记为 $d(x)$。通常 $d(x)$ 满足 $d(x^*)=0$ 以及 $d(x)>0$,对任意的 $x\notin S^*$。给定一个种群 $X=\{x_1,\cdots,x_{2N}\}$,令

$$d(X)=\min\{d(x);x\in X\} \tag{2}$$

式(2)用来衡量种群到最优解之间的距离。

由进化算法生成的序列 $\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$ 是一个随机序列。如果没有采用自适应调整机制,这个序列可以用时齐马氏链来建模[10]。随机序列 $\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$ 在时刻 k 的漂移(drift)被定义为 $\Delta(d(\xi_k))=d(\xi_{k+1})-d(\xi_k)$。

定义进化算法的停时(stopping time)为 $\tau=\min\{k;d(\xi_k)=0\}$,这就是进化算法首达最优解的时间(first hitting time,FHT)。现在的任务是探讨期望首达时间(expected first hitting time,EFHT)与问题规模 n 的关系。文献[3]集中讨论了下面的问题:在什么条件下可以根据 $\Delta(d(\xi_k))$ 估计期望首达时间 $E[\tau]$。具体来说,什么样的条件可以确保进化算法找到最优解的平均时间是多项式的;什么条件使得进化算法平均至少要耗费指数式的时间才能找到最优解。文中的定理 1 给出了进化算法求解优化问题的平均时间复杂度是多项式的漂移条件[3],现叙述如下:

条件 1 存在一个关于问题规模 n 的多项式 $h_0(n)>0$,使得对任意给定的种群 X:$d(X)\leqslant h_0(n)$。

条件 1 是说任何种群到最优解的距离均以一个关于问题规模的多项式函数为上界。

条件 2 在任意时刻 $k\geqslant 0$,如果种群 ξ_k 满足 $d(\xi_k)>0$,则存在一个关于问题规模 n 的多项式 $h_1(n)>0$,使得 $E[d(\xi_k)-d(\xi_{k+1})\mid d(\xi_k)>0]\geqslant\frac{1}{h_1(n)}$。

条件 2 表明随机序列 $\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$ 趋向于最优解的漂移总是正的,且以一个多项式函数的倒数为下界。

下面的定理 1 就是文献[3]中的定理 1,也是本文讨论与改进的对象。

定理 1 如果 $\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$ 满足条件 1 和 2,那么从任意的初始种群 ξ_0 开始,其中 $d(\xi_0)>0$,成立 $E[\tau\mid d(\xi_0)>0]\leqslant h(n)$。

这里 $h(n)$ 是一个关于问题规模 n 的多项式。

针对该定理存在的问题,本文将逐一指出并进行讨论。

1.3 原始定理存在的问题

1)原定理证明的第 1 行提到“根据条件 2 可知,$\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$ 是一个上鞅”。事实上,根据上鞅的定义,条件 2 并不能保证 $\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$ 是一个上鞅。

定义 1 上鞅[11] 随机变量序列 $\{X_n;n\geqslant 1\}$ 称为上鞅,如果对任意 $n\geqslant 1$,

$$E(X_{n+1}\mid X_1,\cdots,X_n)\leqslant X_n \tag{3}$$

式(3)又等价于

$$E(X_n-X_{n+1}\mid X_1,\cdots X_n)\geqslant 0 \tag{4}$$

从式(4)可知,$\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$ 是一个上鞅,当且仅当对任意 $k\geqslant 0$,

$$E(d(\xi_k)-d(\xi_{k+1})\mid d(\xi_0),\cdots,d(\xi_k))\geqslant 0 \tag{5}$$

考虑到 $\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$ 是一个马氏链,式(5)又等价于

$$E(d(\xi_k)-d(\xi_{k+1})\mid d(\xi_k))\geqslant 0 \tag{6}$$

也就是说 $\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$ 是一个上鞅,当且仅当对任意 $k\geqslant 0$,$E(d(\xi_k)-d(\xi_{k+1})\mid d(\xi_k))\geqslant 0$。

而条件 2 中 $E[d(\xi_k)-d(\xi_{k+1})\mid d(\xi_k)>0]\geqslant\frac{1}{h_1(n)}$ 并不能保证式(6)成立,理由如下:

a)$E[d(\xi_k)-d(\xi_{k+1})\mid d(\xi_k)>0]\geqslant\frac{1}{h_1(n)}$ 不能保证 $E[d(\xi_k)-d(\xi_{k+1})\mid d(\xi_k)>0]\geqslant 0$。

b)$E[d(\xi_k)-d(\xi_{k+1})\mid d(\xi_k)>0]=\sum_{x>0}E[d(\xi_k)-d(\xi_{k+1})\mid d(\xi_k)=x]\frac{P\{d(\xi_k)=x\}}{P\{d(\xi_k)>0\}}\geqslant\frac{1}{h_1(n)}$ 不能保证对任意的 $x>0$,成立 $E[d(\xi_k)-d(\xi_{k+1})\mid d(\xi_k)=0]\geqslant 0$。

这一点可用一个简单的例子说明:设 $a_1=-1,a_2=2,p_1=0.4,p_2=0.6$,则 $\sum_{i=1}^{2}a_ip_i=0.8>0$,但是 $a_1<0$。

综上所述,条件 2 不能保证 $\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$ 是一个上鞅,故原证明之后用到的上鞅收敛性质在此处未必成立。

2)原定理证明的第 7 行有一个等式:

$$E[d(\xi_k)\mid d(\xi_0)>0]=E[E[d(\xi_{k-1})+\Delta(d(\xi_{k-1}))\mid\xi_{k-1}]\mid d(\xi_0)>0]$$

但是当 $k>1$ 时,$d(\xi_0)$ 未必关于 $\sigma(\xi_{k-1})$ 可测,故上式未必成立。根据测度论的有关定理[11]:设 F_1、F 是两个 σ 代数,且 $F\subset F_1$,则 $E[E(\xi\mid F_1)\mid F]=E(\xi\mid F)$。可作出上述推断。

3)原定理证明从第 12 行到第 15 行的推导过程为:因为任意的 $k\geqslant 0$,有

$$E[d(\xi_k)\mid d(\xi_0)>0]\leqslant E\left[d(\xi_0)-\frac{k}{h_1(n)}\mid d(\xi_0)>0\right]$$

从而对于停时 τ,成立

$$E[d(\xi_k)\mid d(\xi_0)>0]\leqslant E\left[d(\xi_0)-\frac{\tau}{h_1(n)}\mid d(\xi_0)>0\right]$$

能否将 k 直接用 τ 替换值得商榷,因为一个结论对于任意的 k 成立未必可以保证对停时 τ 也成立,例子如下:

令 $Y_n=X_1+X_2+\cdots+X_n$,$X_i\sim\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0.5 & 0.5\end{pmatrix}$,$i=1,2,\cdots,n$ 相互独立,则 $\{Y_n;n=1,2,\cdots\}$ 是一个随机游走。设 $\tau=\min\{k\geqslant 0;Y_k=2\}$,则对任意的 $n\geqslant 0$,有 $EY_n=0$,但是对于 τ,$EY_\tau=2$。

4)原定理证明第 15 ~ 16 行用到了不等式:

$$E[d(\xi_0)\mid d(\xi_0)>0]\leqslant E[d(\xi_0)]$$

实际上该不等式不成立,理由如下:

$$E[d(\xi_0)]=P\{d(\xi_0)=0\}E[d(\xi_0)\mid d(\xi_0)=0]+P\{d(\xi_0)>0\}E[d(\xi_0)\mid d(\xi_0)>0]\leqslant E[d(\xi_0)\mid d(\xi_0)>0]$$

鉴于原定理存在以上种种问题,在保留其主要思想的前提下,对该定理进行了修正与改进,并给出了严格的证明。

2　对原始定理的改进

引理 1　设$\{X_n;n\geqslant 1\}$是定义在概率空间(Ω,A,P)上的随机变量序列,T是Ω上取值非负整数的可测函数(可以取值$+\infty$),则对任意的$n\geqslant 1$,有

$$\sum_{k=1}^{T\wedge n}X_k=\sum_{k=1}^{n}X_k1_{\{T\geqslant k\}} \tag{7}$$

证明　当$T=0$或$+\infty$时,式(7)显然成立。当$T\geqslant 1$时,

$$\sum_{k=1}^{T\wedge n}X_k=X_11_{\{T=1\}}+(X_1+X_2)1_{\{T=2\}}+\cdots+$$
$$(X_1+X_2+\cdots+X_{n-1})1_{\{T=n-1\}})+(X_1+X_2+\cdots+X_{n-1}+X_n)1_{\{T\geqslant n\}}=$$
$$X_11_{\{T\geqslant 1\}}+X_21_{\{T\geqslant 2\}}+\cdots+X_n1_{\{T\geqslant n\}}=\sum_{k=1}^{n}X_k1_{\{T\geqslant k\}}$$

故原式得证。

定义 2[11]　设T为概率空间(Ω,A,P)上的取非负整数值的可测函数(可取值$+\infty$),$\{F_n;n\geqslant 0\}$为A的单调非降子σ代数流,即$F_0\subseteq F_1\subseteq\cdots\subseteq F_n\subseteq\cdots\subseteq A$,若对任意的$n\in N\cup\{+\infty\}$,有$\{\omega|T(\omega)\leqslant n\}\in F_n$,则称$T$为$\{F_n;n\geqslant 0\}$的停时。

引理 2　设T为$\{F_n;n\geqslant 0\}$的停时,则对概率空间(Ω,A,P)上的任意随机变量列$\{X_n;n\geqslant 1\}$,有

$$E[\sum_{k=1}^{T}X_k]=E[\sum_{k=1}^{T}E(X_k|F_{k-1})]$$

证明　先证明$\{X_n;n\geqslant 1\}$为非负随机变量列时结论成立,再将结论推广到$\{X_n;n\geqslant 1\}$为任意随机变量列的情形。

a)由引理 1 得

$$E[\sum_{k=1}^{T\wedge n}X_k]=\sum_{k=1}^{n}E[X_k1_{\{T\geqslant k\}}]\quad\forall n\geqslant 1$$

当$\{X_n;n\geqslant 1\}$为非负随机变量列时,根据单调收敛定理,在上式中令$n\to\infty$,得

$$E[\sum_{k=1}^{T}X_k]=\sum_{k=1}^{\infty}E[X_k1_{\{T\geqslant k\}}]=$$
$$\sum_{k=1}^{\infty}E[E(X_k1_{\{T\geqslant k\}}|F_{k-1})]$$

由定义 2 可知$\{T\geqslant k\}=\Omega\backslash\{T\leqslant k-1\}\in F_{k-1}$,即$1_{\{T\geqslant k\}}$关于$F_{k-1}$可测,根据条件数学期望的性质,上式

$$=\sum_{k=1}^{\infty}E[E(X_k|F_{k-1})1_{\{T\geqslant k\}}]=\sum_{k=1}^{\infty}E[E(X_k|F_{k-1})\sum_{n=k}^{\infty}1_{\{T=n\}}]=$$
$$E[\sum_{n=1}^{\infty}1_{\{T=n\}}\sum_{k=1}^{n}E(X_k|F_{k-1})]=E[\sum_{k=1}^{T}E(X_k|F_{k-1})]$$

b)当$\{X_n;n\geqslant 1\}$为任意随机变量列时,由于任意的可测函数总可以分解为两部分:正部与负部,即

$$X_n=X_n^+-X_n^-\quad n\geqslant 1$$

其中:$X_n^+=\max(X_n,0)$,$X_n^-=-\min(X_n,0)$。

于是

$$E[\sum_{k=1}^{T}X_k]=E[\sum_{k=1}^{T}(X_k^+-X_k^-)]=$$
$$E[\sum_{k=1}^{T}X_k^+]-E[\sum_{k=1}^{T}X_k^-]=$$
$$E[\sum_{k=1}^{T}E(X_k^+|F_{k-1})]-E[\sum_{k=1}^{T}E(X_k^-|F_{k-1})]=$$
$$E[\sum_{k=1}^{T}E(X_k^+-X_k^-|F_{k-1})]=E[\sum_{k=1}^{T}E(X_k|F_{k-1})]$$

综合 a)b),结论得证。

本文给出原始定理的一个新版本。在下文中,$d(\xi_k)$,$k=0,1,\cdots$表示第k代种群与最优解的距离,$\tau=\min\{k\geqslant 0;d(\xi_k)=0\}$,$F_n=\sigma(d(\xi_0),\cdots,d(\xi_n))$,重新定义$\Delta(d(\xi_k))=d(\xi_{k-1})-d(\xi_k)$,$k=1,2,\cdots$。

根据定义 2,注意到$\{\tau\leqslant 0\}=\Omega\backslash\{\tau\geqslant n+1\}=\Omega\backslash\{d(\xi_0)\neq 0,\cdots,d(\xi_n)\neq 0\}\in F_n$,所以$\tau$是$\{F_n;n\geqslant 0\}$的停时。

条件 1'　存在一个关于问题规模n的多项式$h_0(n)>0$,使得$E[d(\xi_0)]\leqslant h_0(n)$。

此条件比原始定理的条件 1 宽松,不要求任何种群到最优解的距离均以一个关于问题规模的多项式为上界,只要求初始种群到最优解的距离以一个关于问题规模的多项式为上界。

条件 2'　存在一个关于问题规模n的多项式$h_1(n)>0$,使得对于任意的$k\geqslant 1$,有

$$E[d(\xi_{k-1})-d(\xi_k)|d(\xi_{k-1})]=$$
$$E[\Delta(d(\xi_k))|d(\xi_{k-1})]\geqslant\frac{1}{h_1(n)}1_{\{d(\xi_{k-1})>0\}}$$

此条件保证了$\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$是一个上鞅。

在上述两个条件下,得到以下定理:

定理 1'　如果$\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$满足条件 1'和 2',那么$E[\tau]\leqslant h(n)$。

这里$h(n)$是一个关于问题规模n的多项式。

证明　由停时τ的定义可知,$d(\xi_\tau)\equiv 0$,从而

$$d(\xi_0)=d(\xi_0)-d(\xi_\tau)=$$
$$d(\xi_0)-d(\xi_1)+d(\xi_1)-d(\xi_2)+\cdots+d(\xi_{\tau-1})-d(\xi_\tau)=\sum_{k=1}^{\tau}\Delta(d(\xi_k))$$

根据引理 2 及$\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$的马氏性:

$$E[d(\xi_0)]=E[\sum_{k=1}^{\tau}\Delta(d(\xi_k))]=$$
$$E[\sum_{k=1}^{\tau}E(\Delta(d(\xi_k))|F_{k-1})]=$$
$$E[\sum_{k=1}^{\tau}E(\Delta(d(\xi_k))|d(\xi_{k-1}))]\geqslant$$
$$E\left[\sum_{k=1}^{\tau}\frac{1}{h_1(n)}1_{\{d(\xi_{k-1})>0\}}\right]=E\left[\sum_{k=1}^{\tau}\frac{1}{h_1(n)}\right]=\frac{E[\tau]}{h_1(n)}$$

所以$E[\tau]\leqslant h_1(n)E[d(\xi_0)]\leqslant h_1(n)h_0(n)$,令$h(n)=h_1(n)h_0(n)$,得$E[\tau]\leqslant h(n)$。

3　结束语

漂移分析是进化算法时间复杂度分析中的一个强有力数学工具,其思想很直观,通过计算一步平均漂移量来估计算法找到最优解所需的平均迭代步数。为了确保该分析方法的有效性和适用性,很有必要对其理论基础进行严格的分析。本文对文献[3]中的定理 1 进行了深入的讨论,指出其存在的一些问题,并对该定理进行了适当的修正与改进,旨在为进化算法的时间复杂度分析奠定严格的理论基础。

与原定理的条件 1 相比,新定理的条件 1'更为宽松,而且条件 2'保证了$\{d(\xi_k);k=0,1,2,\cdots\}$是一个上鞅。鉴于原定理的证明过程存在不少值得商榷之处,本文以测度论为工具,对原定理的改进版进行了严格的证明。

进化算法时间复杂度分析目前还处于发展阶段,对原有的一些理论方法作进一步完善,同时提出新的分析方法和数学工具将是未来的研究方向。

参考文献:

[1] DROSTE S, JANSEN T, WEGENER I. On the analysis of the (1 + 1) evolutionary algorithm [J]. Theoretical Computer Science, 2002, 276(1-2): 51-81.

[2] YAO Xin. Unpacking and understanding evolutionary algorithms [C]// LNCS, vol 7311. Berlin: Springer-Verlag, 2012: 60-76.

[3] HE Jun, YAO Xin. Drift analysis and average time complexity of evolutionary algorithms[J]. Artificial Intelligence, 2001, 127(1): 57-85.

(下转第 1723 页)

工具,编制了列车运行图调整仿真界面如图 1 所示。实验数据取自西安地铁 2 号线北客站至会展中心这一区段,共设 17 个站,拟开行列车 24 列,上、下行分别为 12 列。相关参数设置为:粒子数目 $N=30$,最大迭代次数 $M=300$,杂交概率 $P_c=0.9$,杂交池大小比例 $S_p=0.2$,$q_1=0.8$,$q_2=0.2$。

该仿真系统对列车晚点调整进行仿真,调整的结果可以用不同的方式来显示。现考虑上行方向,在该区段内列车运行时间为 6:00 ~ 10:00,108 次列车到达运动公园站时出现晚点,初始晚点时间为 120 s,分别采用 PSO 和杂交 PSO 算法进行调整,得到调整后的列车运行图分别如图 2 和 3 所示。

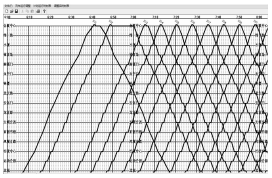

图1　计划运行图

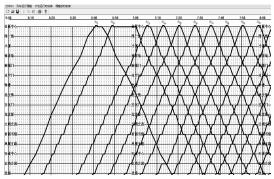

图2　调整后运行图(PSO)

以上述列车的晚点情况为例,调整前后的时刻表显示界面分别如图 4 和 5 所示。

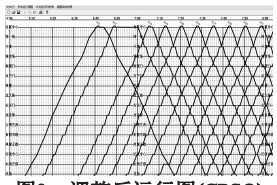

图3　调整后运行图(CPSO)

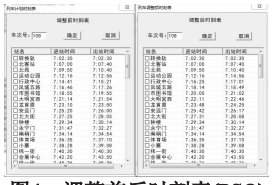

图4　调整前后时刻表(PSO)

从图 4 可以明显地看出,108 次列车在运动公园站发车时间由计划运行图的 7:12:56 晚点 120 s 至 7:14:56 发车,采用 PSO 算法进行调整,随着站序的不断推移,晚点时间不断减少,到钟楼站出发时晚点时间降为 0 s。由图 5 可见,108 次列车在运动公园站晚点 120 s,采用杂交 PSO 算法进行调整,到安远门站晚点消失,在安远门站恢复到计划运行图正常运行。按照调整的目标要求,所得到的调整方案最终较好地解决了列车晚点问题,且在求解列车运行调整问题时,杂交 PSO 算法的优化能力优于标准 PSO 算法。对所开行的车辆应用杂交 PSO 算法进行计算,记录每一代的全局最优值,并将其与标准 PSO 算法求解值进行比较,得到群体适应度的变化趋势情况如图 6 所示。

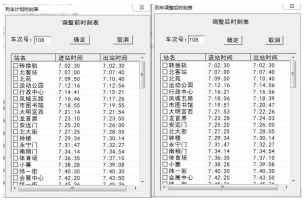

图5　调整前后时刻表(CPSO)

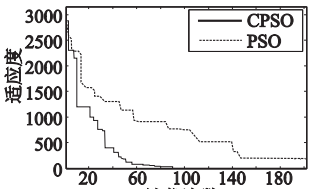

图6　群体优化适应度变化值

从图 6 可以看出,杂交 PSO 算法的收敛速度比标准 PSO 算法更快,具有更强的收敛能力和跳出局部最优的能力。用改进算法得到的解是全局最优解,而标准 PSO 算法搜索速度较慢,得到的最优解较差。另外,改进算法收敛到最优解所需的迭代次数比标准 PSO 算法明显降低。因此,杂交 PSO 算法在求解列车运行调整问题时更具优越性。

4　结束语

列车运行调整问题是一个非线性、多目标组合优化问题,约束条件众多、搜索空间庞大,实际中很难获得最优解。本文结合城市轨道列车运行调整的特点建立了相应的列车运行调整优化模型,以列车晚点时间和晚点列车数量的加权和最小作为运行调整的目标,采用杂交 PSO 算法对其进行求解,最终产生新的调整计划。实例表明,杂交 PSO 算法在解决列车运行调整问题时具有良好的实时性和有效性,同时也验证了该模型的可行性。

参考文献:

[1] 贾传俊,胡思继,杨宇栋. 列车运行调整微粒群算法研究[J]. 铁道学报,2006,28(3):6-11.

[2] 陈雍君,周磊山. 基于序优化方法的列车运行调整算法研究[J]. 铁道学报,2010,32(3):1-8.

[3] HELLSTOM P, SANDBLAD B, FREJ I, *et al*. An evaluation of algorithms and system for computer aided train dispatching[M]//Computer in Railway Ⅵ. [S. l.]: WIT Press,1998:585-595.

[4] 黄宇,韩璞,刘长良,等. 改进量子粒子群算法及其在系统辨识中的应用[J]. 中国电机工程学报,2011,31(20):114-120.

[5] 贺振欢,李海鹰,苗建瑞,等. 铁路客运专线列车运行调整策略仿真分析[J]. 系统仿真学报,2010,22(1):262-265.

[6] 张莉艳,李平,贾利民. 在移动闭塞条件下列车运行调整的仿真研究[J]. 系统仿真学报,2004,16(10):2257-2260.

[7] 章优仕,金炜东. 单线列车运行调整的梯度搜索算法仿真与研究[J]. 系统仿真学报,2010,22(11):2496-2501.

[8] 陈世明,赖毅平,江冀海. 面向列车运行调整问题的粒子群算法研究[J]. 计算机应用研究,2010,27(12):4460-4463.

[9] 罗辞勇,陈民铀. 适应性粒子群寻优算法[J]. 控制与决策,2008,23(10): 1135-1138.

[10] 朱丽莉,杨志鹏,袁华. 粒子群优化算法分析及研究进展[J]. 计算机工程与应用,2007,43(5):24-27.

[11] SHI Y, EBERHART R C. A modified swarm optimizer[C]//Proc of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. [S. l.]: IEEE Press,1998:69-73.

[12] 谭乐祖,任东彦,温巧林. 基于杂交粒子群算法的弹炮混编防空群火力优化模型[J]. 兵工自动化,2010,29(2): 16-19.

(上接第 1687 页)

[4] HE Jun, YAO Xin. A study of drift analysis for estimating computation time of evolutionary algorithms[J]. Natural Computing,2004,3(1): 21-35.

[5] 覃俊,康立山. 一个多目标优化演化算法的收敛性分析框架[J]. 计算机应用研究,2005,22(2):68-70.

[6] OLIVETO P S, HE Jun, YAO Xin. Time complexity of evolutionary algorithms for combinatorial optimization: a decade of results[J]. International Journal of Automation and Computing,2007,4(3): 281-293.

[7] OLIVETO P S, WITT C. Simplified drift analysis for proving lower bounds in evolutionary computation [J]. Algorithmica, 2011, 59(3): 369-386.

[8] JAGERSKUPPER J. Combining markov-chain analysis and drift analysis: the (1 +1) evolutionary algorithm on linear functions reloaded [J]. Algorithmica,2011,59(3):409-424.

[9] LEHRE P K, YAO Xin. Runtime analysis of the (1 + 1) EA on computing unique input output sequences[C]//Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation. 2007:1882-1889.

[10] CHEN Tian-shi, HE Jun, SUN Guang-zhong, *et al*. A new approach for analyzing average time complexity of population-based evolutionary algorithms on unimodal problems [J]. IEEE Trans on System, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics,2009,39(5):1092-1106.

[11] 缪柏其. 概率论教程[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社,1998.