

基于对称非迭代双边 2DPCA 的人脸识别*

罗婵娟^{1†}, 朱嘉钢¹, 黄可望²

(1. 江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122; 2. 无锡职业技术学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 结合人脸图像的对称性在非迭代双边二维主成分分析(NIB2DPCA)的基础上,提出了对称非迭代双边二维主成分分析(SNIB2DPCA)的人脸识别方法。该方法引入镜像变换,根据奇偶分解原理分别生成奇、偶对称样本,用NIB2DPCA分别对奇偶对称样本提取特征,通过奇偶加权因子对奇偶对称样本的特征矩阵进行组合得到最终的特征矩阵,最后用最近邻分类器分类。在Yale、ORL和YaleB人脸库上的实验表明该方法不仅显著提高了识别率,而且对光照影响有一定的鲁棒性。

关键词: 人脸识别; 镜像对称性; 二维主成分分析; 非迭代双边二维主成分分析; 对称非迭代双边二维主成分分析

中图分类号: TP391.41 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2013)03-0926-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.03.074

Face recognition based on symmetrical NIB2DPCA

LUO Chan-juan^{1†}, ZHU Jia-gang¹, HUANG Ke-wang²

(1. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China; 2. Wuxi Institute of Technology, Wuxi Jiangsu 214122, China)

Abstract: This paper proposed a new algorithm called SNIB2DPCA, which combined the theory of NIB2DPCA with frontal facial symmetry. Firstly, it introduced mirror transform. After that, it decomposed original face samples into even symmetrical images and odd symmetrical ones through the theory of odd/even decomposition. Then employed NIB2DPCA to extract feature information from odd and even symmetrical samples separately. After that, combined the odd and even feature matrix to form the final feature matrix by the odd/even weighted factors. Finally, it employed the nearest neighbor classifier to classify the final feature matrix. The method was evaluated on the Yale, ORL and YaleB face image databases. Both theoretical analysis and experimental results demonstrate that the proposed method not only significantly raises the recognition rate, but also has certain robustness to the influence of light.

Key words: face recognition; mirror symmetry; two dimensional principal component analysis(2DPCA); non-iteration bilateral projection based 2DPCA(NIB2DPCA); symmetrical non-iteration bilateral projection based 2DPCA(SNIB2DPCA)

0 引言

人脸识别在身份验证、安全系统等方面具有广泛用途,所以它已经成为计算机视觉和模式识别领域的研究热点^[1,2]。但人脸是一种复杂、多变、高维的模式,所以人脸识别技术也是一个具有挑战性的课题。人脸表现出一定的自然特性,为识别提供了许多有用的信息,其中最为明显的是人脸在几何上的镜像对称性。虽然人脸无法呈现数学上具有严格意义的镜像对称性,但人类仍然能够准确无误地识别镜像变换后的人脸图像。这在一定程度上说明了镜像图像可以为人脸识别提供许多有用信息;镜像图像也可作为训练样本,从而扩大样本容量。人脸识别本身是一个高维空间的小样本问题,利用镜像图像扩大样本容量不失为解决这一问题的有效途径^[3~6]。

近年来,有不少学者用基于人脸对称性的特征提取方法进行人脸识别。2003年,杨琼等人^[7]引入镜像样本、应用镜像对称性并结合K-L展开与奇偶分解原理提出了对称主成分分析

(symmetrical principal component analysis,SPCA)算法。该算法巧妙利用镜像样本扩大了样本容量,显著提高了识别率。但是该算法根据奇偶对称KL特征分量在人脸中所占能量比例的不同进行特征选择,选择能量较大(亦即方差较大)的分量作为特征,但是根据特征值挑选出来的本征向量只表示熵^[8]的意义下是最优的,它没有类别信息。杨万扣等人^[9]在2008年提出了对称二维主成分分析(S2DPCA)方法,并成功应用于人脸识别。该方法首先引入镜像变换,根据奇偶分解原理分别生成奇偶对称样本;再分别对它们进行2DPCA变换,生成奇偶本征空间;然后根据选择性集成的思想,从奇偶本征空间挑选出识别精度高且差异较大的本征向量来构建本征空间;最后进行识别。

特征抽取是人脸识别过程中极其关键的一步,而PCA^[10]是模式识别技术中经典的特征抽取方法之一。在PCA的研究方面,Yang等人^[11]在2004年提出了2DPCA方法。此方法利用图像矩阵直接构造图像的散布矩阵,而不需要像PCA那样

收稿日期: 2012-06-22; 修回日期: 2012-08-15 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61170120); 江苏省自然科学基金资助项目(BK2011147)

作者简介: 罗婵娟(1985-),女(通信作者),陕西宝鸡人,硕士研究生,主要研究方向为模式识别与人工智能、软件工程(wuhandongxue@sohu.com); 朱嘉钢(1957-),男,副教授,博士,主要研究方向为人工智能与模式识别、软件工程; 黄可望(1979-),女,江苏无锡人,讲师,硕士,主要研究方向为计算机应用。

在特征抽取之前要把图像矩阵转换为图像向量。与 PCA 相比,2DPCA 计算散布矩阵更容易、更准确,计算相应本征向量的速度更快,而且 2DPCA 的总体识别率高于 PCA。但是,2DPCA 仅从二维图像矩阵的行或列一个方向抽取特征,故此方法所抽取的特征有局限性。Kong 等人^[12]在 2005 年提出了双边 2DPCA 方法(B2DPCA),此方法从二维图像矩阵的行和列两个方向同时抽取特征,所以它抽取的特征具有更好的分类性能,而且 B2DPCA 比 2DPCA 具有更好的压缩率和效率,但是 B2DPCA 的左乘投影矩阵和右乘投影矩阵都是通过迭代计算得到的,所以计算这两个矩阵耗时相对较长。Guan^[13]在 2009 年提出了 NIB2DPCA,由于此方法的左乘投影矩阵和右乘投影矩阵采用无迭代的计算方法,故特征抽取的时间大大缩短。NIB2DPCA 是目前速度最快的双边 2DPCA 方法之一。

鉴于 NIB2DPCA 的优点,本文在应用镜像对称性的基础上,提出了对称非迭代双边二维主成分分析方法(SNIB2DPCA),并将它应用于人脸识别之中。

1 NIB2DPCA 方法

M 是训练样本的个数, $m \times l$ 的矩阵 U 表示左乘投影矩阵, $n \times r$ 的矩阵 V 表示右乘投影矩阵, $A_i (1 \leq i \leq M)$ 为 $m \times n$ 的图像矩阵,对 A_i 进行双边投影,即

$$B_i = U^T A_i V \quad (1)$$

可得到 $l \times r$ 的矩阵 $B_i (1 \leq i \leq M)$,把它称之为图像矩阵 A_i 的特征矩阵或投影特征矩阵。

C 是投影特征矩阵的协方差矩阵,记为

$$C = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M B_i^T B_i \quad (2)$$

为了得到左乘投影矩阵和右乘投影矩阵,可使用投影特征矩阵的总体散布矩阵,即投影特征矩阵的协方差矩阵的迹,所以规则为

$$\begin{aligned} \text{tr} C &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (U^T A_i V)^T (U^T A_i V) = \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M V^T A_i^T U U^T A_i V \end{aligned} \quad (3)$$

把 U 看做单位阵,则式(3)可变为

$$\text{tr} C = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M V^T A_i^T A_i V = V^T \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M A_i^T A_i \right) V \quad (4)$$

最大化式(4)的向量称为右乘投影向量。事实上,右乘投影向量为

$$C_v = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M A_i^T A_i \quad (5)$$

的前 r 个最大特征值所对应的特征向量 $V_1, V_2, \dots, V_r$,它们只包含原始图像矩阵的行特征, $V = [V_1, V_2, \dots, V_r]$ 就称为右乘投影矩阵。把 V 看做单位阵,则式(3)可变为

$$\begin{aligned} \text{tr} C &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (U^T A_i V)^T (U^T A_i V) = \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M U^T A_i A_i^T U = U^T \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M A_i A_i^T \right) U \end{aligned} \quad (6)$$

最大化式(6)的向量称为左乘投影向量。事实上,左乘投影向量为

$$C_u = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M A_i A_i^T \quad (7)$$

的前 l 个最大特征值所对应的特征向量 $U_1, U_2, \dots, U_l$,它们只包含原始图像矩阵的列特征, $U = [U_1, U_2, \dots, U_l]$ 称为左乘投影矩阵。NIB2DPCA 的特征提取过程为: $Y_i = U^T A_i V$ 。

得到左乘投影矩阵 U 和右乘投影矩阵 V 后,对于任意一幅测试样本图像 A 进行双边投影可得到其特征矩阵 Y ,然后通过比较 Y 与 $Y_i (1 \leq i \leq M)$ 的相似程度进行分类。

2 SNIB2DPCA 方法

2.1 原理

设人脸图像训练样本的总数是 N , $A_i (1 \leq i \leq N)$ 表示大小为 $m \times n$ 的原始图像矩阵,则 A_i 对应的镜像对称图像矩阵为

$$A_{im} = A_i M, 1 \leq i \leq N \quad (8)$$

其中: M 表示镜像变换矩阵, M 的大小为 $n \times n$,它的反对角元素为 1,其余元素为 0。

在数学上,任何一个函数均可表示为一组奇偶对称基函数的线性组合。将此思想应用于人脸图像中,并定义为关于图像中心垂直线的镜像对称。根据奇偶分解原理,则人脸图像的奇对称图像 A_{io} 和偶对称图像 A_{ie} 可分别表示为

$$A_{io} = \frac{(A_i - A_{im})}{2}, 1 \leq i \leq N \quad (9)$$

$$A_{ie} = \frac{(A_i + A_{im})}{2}, 1 \leq i \leq N \quad (10)$$

定义奇对称图像的两个协方差矩阵 C_{io} 和 C_{uo} 如下:

$$C_{io} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_{io}^T A_{io} \quad (11)$$

$$C_{uo} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_{io} A_{io}^T \quad (12)$$

按照 NIB2DPCA 方法计算 C_{io} 和 C_{uo} 的特征值和特征向量,可分别得到奇对称图像的大小为 $m \times l$ 的左乘投影矩阵 U_o 和大小为 $n \times r$ 的右乘投影矩阵 V_o :

$$U_o = [U_{io}, U_{2o}, \dots, U_{lo}]^T \quad (13)$$

$$V_o = [V_{io}, V_{2o}, \dots, V_{ro}]^T \quad (14)$$

根据双边投影规则,奇对称图像的特征矩阵 Y_{io} 为

$$Y_{io} = U_o A_i V_o, 1 \leq i \leq N \quad (15)$$

同理,定义偶对称图像的两个协方差矩阵 C_{ie} 和 C_{ue} 如下:

$$C_{ie} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_{ie}^T A_{ie} \quad (16)$$

$$C_{ue} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_{ie} A_{ie}^T \quad (17)$$

按照 NIB2DPCA 方法计算 C_{ie} 和 C_{ue} 的特征值和特征向量,分别得到偶对称图像大小为 $m \times l$ 的左乘投影矩阵 U_e 和大小为 $n \times r$ 的右乘投影矩阵 V_e 。根据双边投影规则,偶对称图像的特征矩阵 Y_{ie} 为

$$Y_{ie} = U_e A_i V_e, 1 \leq i \leq N \quad (18)$$

通过奇偶加权因子 α_o, α_e 对奇偶对称样本的特征矩阵进行组合,得到样本最终的特征矩阵 Y_i :

$$Y_i = \alpha_e Y_{ie} + \alpha_o Y_{io}, 1 \leq i \leq N \quad (19)$$

其中: α_o, α_e 分别为奇对称特征和偶对称特征的权值, $\alpha_e + \alpha_o = 1, 0.5 \leq \alpha_e \leq 1, 0 \leq \alpha_o \leq 0.5$ 。

对于一个测试样本 A ,其特征矩阵 Y 为

$$Y = \alpha_e (U_e A V_e) + \alpha_o (U_o A V_o) \quad (20)$$

2.2 人脸识别

经过 2.1 节的特征抽取过程,每个图像矩阵 A 对应一个奇偶组合的特征矩阵 $Y = \alpha_e Y_e + \alpha_o Y_o$,对此特征矩阵可利用最近邻分类器进行分类。假定有 N 个训练样本图像 $A_1, A_2, \dots, A_N$, $A_i (1 \leq i \leq N)$ 的特征矩阵为 $Y_i (1 \leq i \leq N)$,它们总共分为 C

类。其中,每一个训练样本都属于某个特定的人脸类别 $\omega_k (1 \leq k \leq C)$ 。对任意一幅测试样本图像 A , 计算:

$$d(Y_i, Y) = \|Y_i - Y\|_F = [\text{tr}(Y_i - Y)^T(Y_i - Y)]^{\frac{1}{2}}$$

其中: $\|*\|_F$ 表示矩阵 $*$ 的 Frobenius 范数; $\text{tr}(*)$ 表示矩阵 $*$ 的迹。如果满足 $d(Y, Y_i) = \min_i d(Y, Y_i)$ 并且 $Y_i \in \omega_i$, 那么待识别的人脸图像 $A \in \omega_i$ 。

基于 SNIB2DPCA 的人脸识别算法的流程如下:

a) 引入镜像变换, 针对原始样本 $A_i (1 \leq i \leq N)$ 生成镜像样本 $A_{im} (1 \leq i \leq N)$, 然后依据奇偶分解原理, 将 A_i 分解为奇对称样本 $A_{io} (1 \leq i \leq N)$ 和偶对称样本 $A_{ie} (1 \leq i \leq N)$ 。

b) 根据式(11)(12)定义的奇对称图像的两个协方差矩阵 C_{Vo} 和 C_{Uo} , 用 NIB2DPCA 求出奇对称图像的特征矩阵 $Y_{io} (1 \leq i \leq N)$; 同理, 根据式(16)(17)定义的偶对称图像的两个协方差矩阵 C_{Ve} 和 C_{Ue} , 用 NIB2DPCA 求出偶对称图像的特征矩阵 $Y_{ie} (1 \leq i \leq N)$ 。

c) 根据式(19), 通过奇偶加权因子 α_o, α_e 对奇偶对称样本的特征矩阵进行组合, 得到每个训练样本最终的特征矩阵 $Y_i (1 \leq i \leq N)$ 。

d) 对任意一个测试样本 A , 根据式(20)可得到它的特征矩阵 Y 。

e) 计算测试样本的特征矩阵 Y 与每个训练样本的特征矩阵 $Y_i (1 \leq i \leq N)$ 的相似程度, 采用最近邻分类器进行分类识别。

3 实验

3.1 实验 1

此实验采用 ORL 人脸库和 Yale 人脸库的人脸图像来验证提出的算法。ORL 人脸库由 400 幅分辨率为 92×112 的人脸图像组成, 共有 40 个人, 每人 10 幅图像, 有姿态、角度、尺度和眼镜等变化, 如图 1 所示。实验时, 将 ORL 人脸库的每幅图像处理成 61×74 维大小, 但没有对图像作其他任何预处理操作。



图1 ORL人脸库中某人的10幅图像(61×74)

Yale 人脸库有 15 个人, 每人 11 幅图像。人脸的表情、光照等的变化比 ORL 人脸库的变化都要大, 如图 2 所示。实验中, 图像的尺寸被缩小为 61×74 维的大小, 除此之外也没作其他任何预处理操作。实验中本文分别采用不同的训练样本数, 并用剩余的样本进行测试。分别采用 NIB2DPCA、SNIB2DPCA 和 S2DPCA 方法进行特征抽取, 并采用 2.2 节的最近邻分类器进行识别, 实验结果如表 1、2 所示。

表1 在 ORL 人脸库中不同训练样本下的识别率比较

方法	训练 样本数 /类	类别数	特征 维数	训练 时间 /s	识别 时间 /s	平均 识别 率/%
NIB2DPCA	3	40	3×10	0.2043	0.2050	77.14
SNIB2DPCA	3	40	6×20	0.2792	0.1904	80.36
S2DPCA	3	40	74×12	0.2526	0.2046	78.47
NIB2DPCA	4	40	4×10	0.2884	0.2184	85.83
SNIB2DPCA	4	40	8×20	0.3759	0.1897	88.50
S2DPCA	4	40	74×12	0.3383	0.1834	86.27
NIB2DPCA	5	40	3×10	0.3471	0.2126	87.50
SNIB2DPCA	5	40	6×20	0.4716	0.2069	90.50
S2DPCA	5	40	74×16	0.4205	0.2108	88.50

表2 在 Yale 人脸库中不同训练样本下的识别率比较

方法	训练 样本数 /类	类别数	特征 维数	训练 时间 /s	识别 时间 /s	平均 识别率 /%
NIB2DPCA	3	15	2×20	0.1301	0.1926	83.33
SNIB2DPCA	3	15	4×40	0.1475	0.1843	87.17
S2DPCA	3	15	74×12	0.1414	0.1957	85.00
NIB2DPCA	4	15	3×10	0.1583	0.1895	87.62
SNIB2DPCA	4	15	6×20	0.1790	0.1899	90.48
S2DPCA	4	15	74×8	0.1761	0.1864	88.57
NIB2DPCA	5	15	3×20	0.1897	0.1948	88.89
SNIB2DPCA	5	15	6×40	0.2364	0.1806	91.11
S2DPCA	5	15	74×8	0.2263	0.1902	89.09

实验结果表明, 提出的方法比 S2DPCA 方法抽取的特征维数大幅度减少, 而且识别率是三种方法中最高的。原因如下: a) 人脸的镜像图像也包含一定的识别信息, 而提出的方法充分利用了人脸的镜像图像; b) 提出的方法采用 SNIB2DPCA 对一幅人脸图像从行和列两个方向同时抽取特征信息, 这样得到的特征更充分、更全面; c) 提出的方法通过奇偶加权因子对奇偶对称样本的特征矩阵进行了组合, 赋予偶对称信息较大的权重, 同时也保留了一定的奇对称信息, 这样能在一定程度上减少由于人脸姿态、视角、表情和光照变化等人脸图像中的非对称信息对识别所造成的影响, 因此获得了较好的识别效果。

3.2 实验 2

视角、光照不均、旋转等因素会带来人脸图像中的非对称信息。在此实验中研究 SNIB2DPCA 镜像奇特征、SNIB2DPCA 镜像偶特征与人脸图像对称性之间的关系。

本实验基于 YaleB 人脸库并根据一定的规则建立了新的人脸库。首先选出 YaleB 人脸库中每个人的 45 幅前视图, 将其裁剪为 64×64 大小并组成一个新的数据库。按照光源的方位角与高度角的大小, 把每个人的 45 张图像分为 4 个子集: 第 1 子集由光源方位角与高度角均小于 25° 的图像组成; 第 2 子集中光源方位角与高度角均小于 50° , 且方位角或高度角中至少有一个在 $45^\circ \sim 50^\circ$ 之间; 第 3 子集中光源方位角与高度角均小于 75° , 且方位角或高度角中至少有一个在 $60^\circ \sim 75^\circ$ 之间; 第 4 子集中光源方位角与高度角均小于 90° , 且方位角或高度角中至少有一个在 $80^\circ \sim 90^\circ$ 之间。这个新建的人脸库共有 10 类人, 第 1 子集、第 2 子集、第 3 子集中每类人都有 12 个样本, 第 4 子集中每类人有 9 个样本。图 3 给出了新建人脸库中某个人各个子集的人脸图像。从图中可以看出: 从子集 1 到子集 4, 受控光照的影响逐渐增强, 即人脸图像中的对称性信息逐渐减弱, 非对称性信息逐渐增强。



图2 Yale人脸库中某人的6幅图像



图3 YaleB人脸库中同一个人各个子集的人脸图像(64×64)

本实验分别采用 NIB2DPCA 特征、SNIB2DPCA 镜像奇、偶特征在 YaleB 人脸库上进行识别率的对比。实验时, 用第 1 子集作训练样本, 分别用第 2、3 和 4 子集作测试样本, 采用 2.2 节的最近邻分类器进行分类识别, 实验结果如图 4~6 所示。

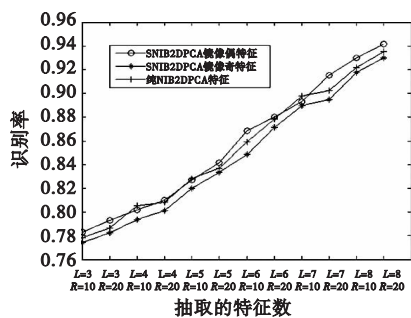


图4 NIB2DPCA特征和SNIB2DPCA镜像奇、偶特征在第2子集上的识别率对比

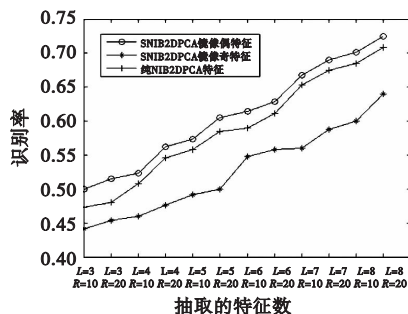


图5 NIB2DPCA特征和SNIB2DPCA镜像奇、偶特征在第3子集上的识别率对比

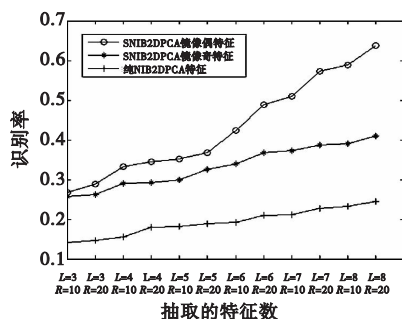


图6 NIB2DPCA特征和SNIB2DPCA镜像奇、偶特征在第4子集上的识别率对比

从图4~6可见,三者在第2子集上识别率的差别并不大;对于第3子集,三者的识别率有了一定的差异;而对于第4子集,三者识别率的差异相当大。整体来看,随着三个测试子集对称性信息逐渐减弱,非对称性信息逐渐增强,SNIB2DPCA 镜像偶特征对于光照影响的鲁棒性更加突出。由此可得到以下结论:SNIB2DPCA 镜像偶特征主要提取图像中的对称性信息,对于光照不均匀等带来的非对称信息的影响具有较强的不敏感性;而 SNIB2DPCA 镜像奇特征主要提取图像中的非对称性信息,光照不均对其影响很大。

3.3 实验3

从实验2可以看出,奇偶对称特征分量对光照等干扰表现出了不同的敏感性。一般情况下,视角、旋转、光照的不均匀等因素带来了人脸图像的非对称性,且这一非对称性完全体现在奇对称分量上,因而奇对称分量较易受到干扰因素的影响,偶对称分量则相对稳定。如果成对选择而不加以区别对待,则会削弱算法的鲁棒性。所以可以适当采用加权的方法来提高光照、视角等非对称信息影响下的人脸识别的正确率。实验3对这一思想进行了研究论证。

此实验在 Yale 人脸库上进行,选取 15 个人每人的前 3 幅图像做训练样本,后 8 幅图像做测试样本。表 3 列出的是当奇偶加权因子取不同值时的正确识别率。

表3 奇偶加权因子变化时本文方法在 Yale 人脸库上的正确识别率

奇加权因子 (W_o)	偶加权因子 (W_e)	识别率 /%	奇加权因子 (W_o)	偶加权因子 (W_e)	识别率 /%
1.0	0	77.14	0.3	0.7	88.57
0.9	0.1	77.14	0.2	0.8	90.48
0.8	0.2	78.10	0.1	0.9	88.57
0.7	0.3	81.90	0	1.0	84.34
0.6	0.4	87.62			

从表3可以看出,奇偶加权因子的大小对识别性能具有一定的影响,这表明奇偶对称分量对于识别的重要性是不同的。在受控环境下的人脸识别问题(如视角、光照变化不太大)中,人脸的对称性占主导地位,非对称性则相对较弱。因此,偶对称分量较奇对称分量更为重要,但是也不能完全舍弃奇对称分量,因为某些非对称成分包含了人脸重要的鉴别信息。所以,在人脸识别中应综合考虑奇偶对称分量。同时,适当地增强稳定性较好的偶对称分量,抑制稳定性较差的奇对称分量。

4 结束语

本文在引入镜像样本、应用镜像对称性的基础上,结合 NIB2DPCA 和奇偶分解原理,提出了 SNIB2DPCA 方法并将它应用于人脸识别之中。此方法合理地利用了镜像样本,既扩大了训练样本集,又显著提高了识别率,而且通过对奇偶对称样本的特征矩阵进行加权,将偶对称信息突出出来,同时又保留了一定的奇对称信息,因此使该算法对光照影响具有一定的不敏感性。在受控环境下利用镜像对称性来提高人脸识别性能可以取得较满意的效果,而且可以推广到其他对称模式。但是,较强的非对称性图像可能引起识别性能的退化。如何解决上述问题是未来需要研究的工作。

参考文献:

- [1] ZHAO W, CHELLAPPA R, ROSENFEL-A, et al. Face recognition; a literature survey[J]. *ACM Computing Surveys*, 2003, 35(4): 399-458.
- [2] TPLBA A S, ELBAZ A H, ELHARBY A A. Face recognition; a literature review[J]. *Signal Processing*, 2005, 2(1): 88-103.
- [3] 赵松,潘可,张培仁. 对称性在人脸识别中的应用: 对称 Fisherface[J]. *中国科学技术大学学报*, 2009, 39(11): 1183-1188.
- [4] 郑宇杰,杨静宇,吴小俊,等. 基于对称 ICA 的特征抽取方法及其在人脸识别中的应用[J]. *模式识别与人工智能*, 2006, 19(1): 116-121.
- [5] 王伟,张明. 基于对称线性判别分析算法的人脸识别[J]. *计算机应用*, 2009, 29(12): 3352-3356.
- [6] 赵丽红,张西礼,徐心和. 基于二维对称主成分分析的人脸识别[J]. *仪器仪表学报*, 2008, 29(6): 1290-1294.
- [7] 杨琼,丁晓青. 对称主分量分析及其在人脸识别中的应用[J]. *计算机学报*, 2003, 26(9): 1146-1151.
- [8] 边肇祺,张学工. 模式识别[M]. 2版. 北京:清华大学出版社, 2000.
- [9] 杨万扣,任明武,杨静宇. 基于对称二维主成分分析的人脸识别[J]. *模式识别与人工智能*, 2008, 21(3): 326-331.
- [10] TURK M, PENTLAND A. Eigenfaces for recognition[J]. *Journal of Cognitive Neuro-science*, 1991, 3(1): 71-86.
- [11] YANG Jian, ZHANG D, FRANGI A F, et al. Two-dimensional PCA: a new approach to appearance-based face representation and recognition[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(1): 131-137.
- [12] KONG Hui, LI Xu-chun, WANG Lei, et al. Generalized 2D principal component analysis[C]//Proc of IEEE International Joint Conference on Neural Networks. 2005: 108-113.
- [13] GUAN Ye-peng. Robust video foreground segmentation and face recognition[J]. *Journal of Shanghai University: English Edition*, 2009, 13(4): 311-315.