# 一种新型多局域世界网络模型分析

田 思<sup>1</sup>,李慧嘉<sup>2</sup>,赵 岳<sup>3</sup>

(1. 滨州学院 计算机科学技术系,山东 滨州 256603; 2. 中国科学院 数学与系统科学研究院,北京 100190; 3. 南京信息工程大学 信息与控制学院,南京 210044)

摘 要:从现实世界网络中存在的局域性质及联系强弱角度出发,研究一种新颖加权多局域世界网络模型 (WDLW)。该模型算法结合权重分析动力学及局域世界性质,能实现动态演化。均场理论及数值模拟仿真均验 证了该模型强度分布具有幂率性;实证数据检验了 WDLW 模型与 Internet 网络在拓扑结构和模块度上是吻合 的。由此可得出结论,WDLW 模型的强度分布呈现显著的幂率特性,并且能很好地模拟现实中的 Internet 网络。 关键词:多局域世界;WDLW;网络模型;强度分布;Internet 网络 中图分类号: TP393.04 文献标志码:A 文章编号: 1001-3695(2013)03-0869-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.03.058

## Analysis of novel multi-local world network model

TIAN Si<sup>1</sup>, LI Hui-jia<sup>2</sup>, ZHAO Yue<sup>3</sup>

(1. Dept. of Computer Science & Technology, Binzhou University, Binzhou Shandong 256603, China; 2. Academy of Mathematic & Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; 3. College of Information & Control, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China)

**Abstract**: Considering the local feature and the connection strength in the real world network, this paper presented a type of novel weighted multi-local world network model, which incorporated the weighted strength dynamic and local world property, and realized the dynamical evolution. The mean-field theory and numerical simulation verify the strength distribution's power-law characteristics. And empirical data verify that WDLW model is consistent with the Internet network on topology structure and modularity. It can be concluded that the strength distribution of the WDLW model will present the remarkable power-law characteristics, and WDLW model can simulate the Internet network in the real world better.

Key words: multi-local world; WDLW; network model; strength distribution; Internet network

近些年来,复杂网络研究的热潮已经进入白热化。不同学 科领域的专家学者都将复杂网络理论引入到本专业领域进行 研究,如物理学、统计学、生物学、数学等,并做出了卓有成效的 研究成果<sup>[1]</sup>。学者们为了揭示现实网络内部隐含的拓扑演化 规律和结构特征,将真实网络中的个体抽象成节点,个体与个 体之间的相互关系抽象成边,从复杂网络的角度对电力网 络<sup>[2]</sup>、航空网络<sup>[3]</sup>等作了深入研究。随着计算机技术的发展, 研究人员有能力对真实世界网络进行计算机建模,处理节点的 个数也越来越庞大。通过构建复杂网络演化模型来分析网络 的拓扑结构关系,如节点及边的连接关系、节点及边随时间演 化关系,一些经典的网络模型被提出,例如,Barabasi 等人<sup>[4]</sup>提 出了"富者更富"的无标度网络模型, Watts 等人<sup>[5]</sup>提出了"长 程连接"的小世界网络模型。随后对一些现实网络的拓扑结 构进行研究,从中也发现了幂率分布和小世界效应的特性,如 Internet 网络<sup>[6]</sup>、科学家合作网络<sup>[7]</sup>。这些网络的无标度特性 都是基于全局网络的优先附着,但现实网络节点的连边关系并 非遵循这个规律,而是呈现一定的局域特性,如世界贸易网 络<sup>[8]</sup>中各个国家根据国情经济发展水平与同类型的国家建立 贸易关系。因此,网络的局域优先附着更能模拟现实网络的发 展。Li 等人<sup>[9]</sup>提出了一个具有局域世界性质的演化网络模 型。目前,对局域世界网络模型的研究仅仅侧重于无权网络是

不够的。因为在某些情况下,节点关系或相互作用强度的差异 性也起着重要作用。例如,Yook等人<sup>[10]</sup>提出了第一个含权网 络的演化模型。Ma等人<sup>[11]</sup>从模型的局域世界特性和加权特 性角度出发,具体分析了并数学推导了网络模型的强度分布, 发现其强度分布服从幂率分布。夏承遗等人<sup>[12]</sup>则考虑了局域 世界网络上可能发生的流行病毒的传播的可能性,因而深入研 究了流行病传播的动态行为特性。李慧嘉等人<sup>[13]</sup>对加权局域 网络上的病毒传播行为作了更全面的研究,从中发现了不少复 杂加权局域网络传播新特性。对加权局域世界演化模型的研 究主要侧重节点的加入与去除、局域世界内连边的增加与去 除,以及局域世界与局域世界的连接。这种连接策略能够反映 真实网络的演化性质,但如果从另一个角度去考虑,还是具有 一定的局限性。如在科研合作网络中,并非一个研究者进入科 研合作团队,而是包括该研究者在内的整个团队进入科研合作 团队。这是很符合现实世界演化规律的。

### 1 加权多局域世界模型

### 1.1 算法构建

网络的初始状态为 m<sub>0</sub> 个孤立固定的、内部均有 m 个节点和 e<sub>0</sub> 条边的局域世界网络,并给每条边赋予初始权值1。取初

收稿日期: 2012-07-20; 修回日期: 2012-08-23

作者简介:田思(1974-),讲师,硕士,主要研究方向为复杂网络与复杂系统、图论等;李慧嘉(1985-),博士研究生,主要研究方向为复杂网络 与复杂系统、生物信息学(Lihuu2000@126.com);赵岳(1988-),硕士研究生,主要研究方向为复杂网络与复杂系统. 始的局域世界网络为加权 BA 网络。网络拓扑的变化过程如下:

a)新局域世界的增长。以概率  $p_1$ 增加一个有着 m 个节 点、 $e_0$ 条边的局域世界网络  $\Omega_1$ , *j*将新局域  $\Omega_1$ 加入原有加权 BA 网络,同时赋予  $\Omega_1$ 一个唯一的标号。

b)新节点的添加。以概率 p<sub>2</sub> 添加一个新节点 v 到一个已 存在的局域世界 Q<sub>2</sub>,与其内部的节点建立 m<sub>1</sub> 条连接,其中局 域世界的选取是随机的。根据强度优先概率:

$$\mathbf{p}(i) = \frac{S_i}{\sum\limits_{j \in \text{local}} S_j} \tag{1}$$

在局域内选取节点 i 与新节点 v 相连并以 BBV 连接的方式进 行权值演化,每次新增边的权值为1,不允许重连。通过前两 步的演化,经过 t 步,每个局域内的平均节点数为

$$M = \frac{m_0 m + p_1 m_0 t + p_2 t}{m_0 + p_1 t} = \frac{F_t + m_0 m}{m_0 + p_1 t}$$
(2)

其中: $F = p_1 m_0 + p_2$ 。

c)新连接的添加。以概率  $p_3$  在一个随机选取的局域世界  $\Omega_3$  内部添加  $m_2$  条连接,连接的一端点在  $\Omega_3$  内随机选取,概率 为  $q(i) = \frac{1}{M}$ ,另一端点在  $\Omega_3$  内根据强度优先  $p(i) = \frac{S_i}{\sum_{j \in local} S_j}$ 选 定,允许重连。若重连,则按此种方式连接的边的边权  $w_i$ 增加 1;若不重连,则按此种方式增加新边,新增边权值  $w_i$ 赋为 1。

d) 旧连接的删除。以概率  $p_4$  在一个随机选取的局域世界  $\Omega_4$  内部删除  $m_3$  条连接 e = uv,连接的一端 u 以概率  $r(i) = u_1 p$  $(i) + u_2 q(i), u_1 + u_2 = 1$  选取,另一端 v 随机选取。

e)局域间添加连接。以概率  $p_5$ 在两个随机选取的局域世 界  $\Omega_5$ 和  $\Omega_6$ 间添加  $m_4$ 条连接,连接的一端按照强度优先概率 在  $\Omega_5$ 和  $\Omega_6$  任一内选取,另一端随机选取,允许重连。若重 连,则按此种方式连接的边的边权  $w_{ij}$ 增加  $a_3$ 否则按此种方式 连接的边的边权  $w_{ij}$ 赋予  $a_0$  其中,各个概率满足  $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1_0$ 

可以推测出,经过时间 t 之后,网络中共有  $m_0m + p_3t$  个节 点和  $m_0e_0 + (p_1e_0 + p_2m_1 + p_3m_2 - p_4m_3 + p_5m_4)t$  条边,且当  $p_1 = 0, p_3 = 0, p_4 = 0, p_5 = 0, \delta = 0$  时,为加权 BA 网络,强度分布的幂 率系数  $\gamma$  为 3 且对于所有的节点 i 都有  $k_i \approx s_i$ 。为了验证,给出 节点强度的动力学方程。

#### 1.2 理论分析

根据加权局域网络的生成算法,用平均场理论<sup>[14]</sup>可以给 出其中的5步强度的动力学式,公式如下:

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} = p_2 \frac{m_1}{m_0 + p_1 t} (2\sigma + 1) \frac{S_i}{\sum\limits_{j \in \text{local}} S_j}$$
(4)

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} = p_3 \frac{m_2}{m_0 + p_1 t} \left( \frac{S_i}{\sum\limits_{j \in \text{local}} S_j} + \frac{1}{M} \right)$$
(5)

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} = -p_4 \frac{m_3}{m_0 + p_1 t} \left( \left( u_1 \frac{S_i}{\sum\limits_{j \in \text{Iscal}} S_j} + u_2 \frac{1}{M} \right) + \frac{1}{\langle k \rangle} \right)$$
(6)

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} = \frac{p_5 a m_4 S_i}{\sum\limits_{j \in \text{local}} S_j} \left(\frac{1}{m_0 + p_1 t} + \frac{1}{m_0 + p_1 t - 1}\right) \approx \frac{2 p_5 a m_4}{m_0 + p_1 t} \frac{S_i}{\sum\limits_{j \in \text{local}} S_j}$$
(7)

总的强度变化为

其中:

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} \approx \frac{1}{m_0 + p_1 t} \left( C \frac{S_i}{\sum\limits_{j \in \text{local}} S_j} + D \frac{1}{M} \right) \tag{8}$$

$$C = p_1 e_0 + p_2 (2\delta + 1) m_1 + p_2 m_2 - p_4 m_3 + a p_5 m_5$$
(9)

$$D = p_3 m_2 - p_4 m_3 \left(1 + \frac{M}{\langle k \rangle}\right) \tag{10}$$

在 t 时刻,网络中新增的总的强度对所有的局域世界网络 取其平均值,则有

$$\sum_{j \in \text{local}} S_j = \frac{t(p_1 e_0 + p_2(\delta + 1)m_1 + p_3 m_2 - p_4 m_3 + a p_5 m_4)}{m_0 + p_1 t} = \frac{Et}{m_0 + p_1 t}$$
(11)

其中设  $E = p_1 e_0 + p_2 (\delta + 1) m_1 + p_3 m_2 - p_4 m_3 + a p_5 m_4$  (12)

在 *t* 时刻,网络中总的节点数对所有的局域世界网络取平 均(当 *t*→∞ 时),有

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} \approx \left(S_i \frac{C}{Et} + \frac{D}{Ft}\right) = \left(S_i \frac{A}{t} + \frac{B}{t}\right) \tag{13}$$
$$\frac{C}{F} = A, \frac{D}{F} = B$$

其中设 🚽

因为
$$A \neq 0$$
,由于开始条件 $S_i(t_i) = m_1$ ,所以可得

$$S_i(t) = -\frac{B}{A} + \left(m_1 + \frac{B}{A}\right) \left(\frac{t}{t_i}\right)^A \tag{14}$$

进一步,由于节点 i 的时间概率密度为

$$p_i(t) = \frac{1}{m_0 m + t(1 + (m_0 - 1)p_1)}$$
(15)

因此,可以将
$$s_i(t)$$
小于 $s$ 的节点的概率 $P(s_i(t) < s)$ 写为

$$P(s_i(t) < s) = P[t_i > t(\frac{m_1 + D/A}{s + B/A})^{1/A}]$$
(16)

得到强度的概率分布为

$$P[t_{i} > t(\frac{m + B/A}{s + B/A})^{1/A}] = 1 - \frac{t}{(3m_{0} + (1 + 2p_{1})t)}(\frac{m_{1} + B/A}{s + B/A})^{1/A}$$
(17)

于是节点强度为s的概率为

$$p(s) = \frac{\partial P(s_i < s)}{\partial s} = \frac{t}{(3m_0 + (1 + 2p_1)t)} \frac{(m_1 + B/A)^{1/A}}{A(s + B/A)^{1 + 1/A}}$$
(18)

从而当t足够大时,强度分布近似为

$$p(s) \approx \frac{1}{1+2p_1} \frac{\left(m_1 + B/A\right)^{1/A}}{A\left(s + B/A\right)^{1+1/A}}$$
(19)

由式(19),该模型的强度的分布为幂律分布,幂率系数为 $\gamma = 1 + 1/A$ ,其中:

$$A = \frac{C}{E} = \frac{p_2 m_1 (1 + \delta) + p_3 m_2 u_1 - p_4 m_3 + 2a p_5 m_4}{p_1 e_0 + p_2 m_1 (1 + \delta) + p_3 m_2 - p_4 m_3 + a p_5 m_4}$$
(20)

从 A 的形式可以看出, 幂率系数的大小与初始网络的种 类无关, 而且  $p_1 = 0, p_3 = 0, p_4 = 0, p_5 = 0, \delta = 0$  时, 幂率系数  $\gamma$ 为 3, 这和加权 BA 网络是一致的, 因此完全符合分析结果, 也 证明了推导的正确性。

进一步分析两个重要的统计性质:期望值 E(s) 和方差值 D(s)。假设强度 s 的最大值为 S<sub>max</sub>,最小值为 1,那么

$$E(s) = \int_{1}^{m} sR(s + \frac{B}{A})^{-\gamma} ds = \frac{R}{1 - \gamma} (s(s + \frac{B}{A})^{1 - \gamma} |_{1}^{S_{\max}} - \frac{(s + \frac{B}{A})^{2 - \gamma}}{2 - \gamma} |_{1}^{S_{\max}})$$
(21)  
$$R = R = s = \frac{2(s + \frac{B}{A})^{2 - \gamma}}{2 - \gamma} (s + \frac{B}{A})^{2 - \gamma} (s$$

$$D(s) = \frac{R}{1 - \gamma} \left( s^{2} \left( s + \frac{B}{A} \right)^{1 - \gamma} |_{1}^{S_{\max}} - \frac{2(s + A)^{2}}{2 - \gamma} |_{1}^{S_{\max}} \right) - \left( \frac{R}{1 - \gamma} \left( s \left( s + \frac{B}{A} \right)^{1 - \gamma} |_{1}^{S_{\max}} - \frac{\left( s + \frac{B}{A} \right)^{2 - \gamma}}{2 - \gamma} |_{1}^{S_{\max}} \right) \right)^{2}$$
(22)

假设 *m* 的值变化不大,而且 γ 变化范围为 2 ~ 3,可以发现 期望 *E*(*s*)和方差 *D*(*s*)随着 γ 的增长而增长。实际上,这个结 果可以从 WDLW 模型的无标度性质中得出来:在无标度网络 中,幂率系数 γ 越大,大强度节点和小强度节点的强度差距越 大,因此根据定义,强度的期望 E(s)和方差 D(s)也随之增加。

#### 1.3 模拟仿真

为了验证上述对强度分布推导的正确性,对 WDLW 模型 进行实验模拟,图 1 和 2 是为了证明式(19)的正确性。图 1 (a)为节点数为 5000、初始局域网络规模 m = 30的加权局域网 络的强度分布、度势相关、权值分布和度分布。其中, $p_1 = p_3 = p_4 = p_5 = 0, p_2 = 1, m_0 = 3, e_0 = 60, m_1 = m_2 = m_4 = 3, m_3 = 2, a = 10, u_1 = 0.55, u_2 = 0.45, \delta = 1$ 。图 1(b)为节点数为 5000、初始 局域网络规模 m = 30的加权局域网络的强度分布。其中, $p_1 = p_3 = p_4 = p_5 = 0, p_2 = 1, m_0 = 3, e_0 = 60, m_1 = m_2 = m_4 = 3, m_3 = 2, a = 10, u_1 = 0.55, u_2 = 0.45, \delta = 0$ 。此时的加权局域网络相当 于加权 BA 网络。从图 1(b)可看出,度分的模拟值和理论值 较为符合且幂率系数为3。



图 1 不同参数下 WDLW 网络理论与实验值对比

图 1 展示了两种不同参数下的 WDLW 网络的理论值和实验值的对比情况。两种情况的节点数都为 5000。在实验中,为了消除实验结果的随机性,所有生成的数据结果都是取 100 个重复实验的平均值。从结果可以发现,理论值和实验值取得了很好的一致。

图 2 展示了两种不同参数下的 WDLW 网络的理论值和实验值的对比情况。两种情况的节点数都为 5000,结果取 100 次独立运行后的平均值。从仿真图可以发现,理论值和实验值取得了很好的一致性。





下面分别模拟节点数为 5000,初始局域网络规模 m = 30的两个 WDLW 网络。其中,图 2(a) 是网络特征为  $p_1 = 0.01$ ,  $p_2 = 0.49$ ,  $p_3 = 0.3$ ,  $p_4 = 0.18$ ,  $p_5 = 0.02$ ,  $e_0 = 60$ ,  $m_0 = 3$ ,  $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 3$ , a = 10,  $u_1 = 0.55$ ,  $u_2 = 0.45$ ,  $\delta = 1$  时的强度分 布;图 2(b) 是网络特征为  $p_1 = 0.1$ ,  $p_2 = 0.3$ ,  $p_3 = 0.3$ ,  $p_4 = 0.2$ ,  $p_5 = 0.1$ ,  $e_0 = 60$ ,  $m_0 = 3$ ,  $m_1 = m_2 = m_4 = 3$ ,  $m_3 = 2$ , a = 10,  $u_1 = 0$ . 55,  $u_2 = 0.45$ 和 $\delta = 1$ 时的强度分布。从图 2 可以看出,模拟值 和理论值较为吻合,不吻合之处产生于参数的选取造成的与理 论值之间的误差,通过不断扩大网络规模可以使得这种误差进 一步降低。

图 3 展示了参数为  $p_1 = 0.01$ ,  $p_2 = 0.49$ ,  $p_3 = 0.3$ ,  $p_4 = 0.18$ ,  $p_5 = 0.02$ ,  $e_0 = 60$ ,  $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 3$ ,  $m_0 = 3$ , m = 30, a = 10,  $u_1 = 0.55$ ,  $u_2 = 0.45$ ,  $\delta = 1$ 下的 WDLW 网络的强度 *s*和度 *k*的关系。两种情况的节点数都为 5000, 其数据取 100 次独立实验结果的平均值。实际上, 在这些特殊参数下的 WDLW 网络和 BBV 网络的性质是相似的, 但是从图 3(b)可以发现,

强度 s 和度 k 没有明显的线性关系。因此, WDLW 网络的模型 参数能够给出比简单二进制网络更多的信息。



图 3 不同参数下 WDLW 网络的强度 s 和度 k 的关系对比

图 4 分别为局域网络规模 m = 40 的 WDLW 网络的参数 a 和 $\delta$ 与幂率系数 $\gamma$ 之间的关系图,其中 $p_1 = 0.01, p_2 = 0.49, p_3 =$  $0.3, p_4 = 0.18, p_5 = 0.02, e_0 = 80, m_1 = m_3 = m_4 = 3, m_2 = 2,$ u<sub>1</sub>=0.55, u<sub>2</sub>=0.45。从图 4(a) 可以看出, 幂律系数 γ 随权值 a 的增大而减小;当 a 趋近 0 时,幂律系数趋近 2.65;当 a 趋近 无穷大时,幂律系数趋近2。权值 a 趋近于0,就相当于模型的 局域与局域外的连接是无效的,此时仅仅考虑的是局域世界的 内部演化与增长加权网络。当权值 a 趋近无穷大时,也就是 说,只要 $p_1$ 不为0(如图中取 $p_1 = 0.01$ ),一旦在局域内与局 域外各选一点,这两个点的强度立即变得很大。即使它们不是 老节点, 仅通过这次连接立刻变得很有优势。从图 4(b) 可以 看出,幂率系数 $\gamma$ 随 $\delta$ 的增大而减小。当 $\delta$ 趋近0时,幂律系数 趋近2.55;当δ趋近无穷大时,幂律指数趋近2。δ趋近于0意 味着新增节点时的 BBV 权值演化方式将变为加权 BA 方式。当 δ趋近于无穷时意味着在局域内新增一个节点就立即使与其相 连的原有的局域内节点的强度变得很大,让这些连接节点变得 很有优势。这对以往的优先连接(也就是富者越富)提出了挑 战,如较为年轻的节点因更富有竞争力而蓬勃发展。此时幂律 系数与统计出来的万维网、电话网的幂律系数是比较吻合的。



图4 a与增量 $\delta$ 以及幂率系数 $\gamma$ 之间的关系图

图 5 中(a) 为  $p_3/p_4$  与幂率系数  $\gamma$  之间的关系,(b) 为  $p_3/p_5$ 与幂率系数  $\gamma$  之间的关系。其中: $p_1$  = 0.01, $p_2$  = 0.49, $p_3$  = 0.3,  $p_4$  = 0.18, $p_5$  = 0.02,m = 40, $e_0$  = 80, $m_1 = m_3 = m_4 = 3, m_2 = 2, a =$ 10, $u_1$  = 0.55, $u_2$  = 0.45 和  $\delta$  = 1。从图 5(a) 可看出, 当  $p_1$ , $p_2$  和  $p_5$  为固定值( $p_1$  = 0.01, $p_2$  = 0.49, $p_5$  = 0.02) 时,幂律指数  $\gamma$  随  $p_3/p_4$ 的增大而增大,表明当边增加趋势大于边删减的趋势时会 导致  $\gamma$  的增大,并且  $\gamma$  在 2.55 ~ 2.71 的范围里。也就是说,增 加边的趋势会使原有网络的强度分布变得更加不平均,使得富 者更富,穷者更穷。从图 5(b) 可看出, 当  $p_1$ , $p_2$  和  $p_4$  为固定值 ( $p_1$  = 0.01, $p_2$  = 0.49, $p_4$  = 0.18) 时,幂律系数  $\gamma$  随  $p_3/p_5$ 的增大 而增大,表明局域世界内部与外部的联系增强会导致  $\gamma$  的降低, 并且  $\gamma$  在 1.6 ~ 0 的范围里。此现象表明增加局域间的连边会 使网络的强度分布变得均匀,从而中和网络中节点强度的贫富 差距,这与社会网络中人际关系现象较为吻合<sup>[15,16]</sup>。

#### 2 实证数据检验

为了说明模型的有效性,将该模型应用于 Internet 网

络<sup>[17]</sup>。根据俄勒冈实验室(Oregon Laboratory)于 1997 – 2004 年收集的关于 Internet 网络的数据,将 WDLW 模型与其数据进 行精确对比。为了分析,将 Internet 网络一个自治域(AS)定义 为一个节点,如果两个自治域之间有线路连接,则将两个点之 间连上一条边。表 1 展示了对比的结果,其中  $\gamma$  为度幂率系 数,d 为平均最短距离,c 为平均聚类系数,r = 1, r = 2 和r = 3分别表示度为 1、2 和 3 的节点的比例。



*	,					
Internet 1998	2.3	3.756 1	0.206 3	0.419 2	0.3354	0.099 9
WDLW	2.3	3.164 3	0.221 8	0.302 3	0.258 1	0.105 0
Internet 2001	2.3	3.705 6	0.2627	0.3807	0.302 6	0.100 5

从表1中可以发现,在节点数相同的情况下,WDLW 网络 会产生与 Internet 1998 和 Internet 2001 相同的聚类系数;它同 样会产生与 Internet 相似的聚类系数 *c* 和其他的一些拓扑性 质,如平均最短距离 *d* 和度为1~3节点的比例。从表1可以 看出,WDLW 网络具有与 Internet 网络非常相似的拓扑结构性 质。因为 WDLW 网络是基于局域连接性质而产生的,进一步 考虑 WDLW 和 Internet 网络的模块度的对比。模块度 *Q*<sup>[18]</sup>是 由 Newman 和 Girvan 共同提出的,用来衡量网络社团化的一个 数据量。*Q* 的定义如下:

$$Q = \sum_{i} \left( e_{ii} - \alpha_i^2 \right) \tag{23}$$

其中: $e_{ij}$ 表示连接社团 *i* 和社团 *j* 的边所占的比例, $a_i$  表示邻接 矩阵 E 第 *i* 列的和。在节点数相同、边数相近的前提下,将 WDLW 的模块度 Q 和 2004 年 1 月统计的 Internet 数据 (Skitter0401)及著名的 Internet 拓扑生成器 PFP 进行对比。如 表 2 所示,相对于 PFP,WDLW 网络具有与 Internet 更接近的模 块度,因此 WDLW 的局域性更加接近于真实的 Internet 网络。

表 2 WDLW 网络和 PFP、Skitter0401 的模块度对比

	number of $nodes(N)$	number of links( $\varepsilon)$	modularity(Q)
Skitter0401	9 204	28 904	0.420
PFP	9 204	28 922	0.301
WDLW	9 204	29 112	0.438

#### 3 结束语

本文考虑了现实网络世界中个体联系呈现小范围聚类分布的情况,构建了一个新型的演化网络模型——加权多局域世界网络模型(WDLW)。在这个网络模型中,为了能更好地模拟现实网络发展的规律,网络个体间的联系关系实现动态演化,包括新局域的增加、新节点的增加、新边的增加以及旧边的删除。本文通过平均场理论对该加权多局域世界网络模型的强度分布进行了详细推导,发现其呈现显著的幂率特性。随后,通过改变演化网络模型内的各参数,计算机数值仿真实验验证了理论推导的合理性,以及参数与幂率系数之间的关系。这些与现实世界中的网络,如科学家合作网络等是相类似的。进一步将WDLW演化网络模型与Internet 网络进行了对比。

比较发现,WDLW 网络与 Internet 网络在网络拓扑结构特性上 是相吻合的。引入用于衡量划分社团是否最佳的指标模块度, 发现在模块度对比上 WDLW 网络具有与 Internet 网络更接近 的模块度。WDLW 网络的局域特性更加接近于真实的 Internet 网络。如果能从另一个角度去看待 WDLW 网络模型,发现 WDLW 与多社团划分<sup>[19]</sup>是有相同之处的。多局域世界是将 有共同特征的个体聚集在一起,团内联系相对密集,团间联系 相对薄弱,然后根据时间序列形成网络的动态演化。从动态社 团划分的角度去分析多局域加权网络是目前还没有研究人员 去做的,这将是笔者下一步需要重点研究的方向之一。

#### 参考文献:

- ALBERT R, BARABASI A L. Statistical mechanics of complex networks[J]. Reviews of Modern Physics, 2002, 74(1);47-97.
- [2] XU T, CHEN R, HE Y, et al. Complex network properties of Chinese power gird[J]. International Journal of Modern Physics B,2004, 18(17-19):2599-2603.
- [3] GUIMERA R, MOSSA S, TURTSCHI A, et al. The worldwide air transportation network: anomalous centrality, community structure, and cities' global roles[J]. Proceedings of the Natlional Acadenny Sciences of the USA,2005,102(22):7794-7799.
- [4] BARABASI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999, 286(5439):509-512.
- [5] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of 'small-world' networks[J]. Nature, 1998, 393(6684):440-442.
- [6] VAZQUEZ A, SATORRAS R, VESPIGNANI P A. Large-scale topological and dynamical properties of the Internet [J]. Phys Rev E,2002,65 (6):1-12.
- [7] NEWMAN M E J. Scientific collaboration networks [I]: shortest paths, weighted networks , and centrality [J]. Phys Rev E, 2001, 64(1): 016132.
- [8] SERRANO M A, BOGUNA M. Topology of the world trade Web[J]. Phys Rev E, 2003, 68(1):015101(R).
- [9] LI Xiang, CHEN Guan-rong. A local-world evolving networks model [J]. Physica A,2003,328(1/2):274-286.
- [10] YOOK S H, JEONG H, BARABASI A L. Weighted evolving networks[J]. Physical Review Letters, 2001, 86(25):5835-5838.
- [11] MA Ying-hong, LI Hui-Jia, ZHANG Xiao-dong. Strength distribution of a noval weighted local-world network [J]. Physica A, 2009, 388 (21):4669-4677.
- [12]夏承遗,刘忠信,陈增强,等.局域世界网络上流行病传播的动态 行为研究[J].天津师范大学学报:自然科学版,2007,27(2): 66-68.
- [13] 李慧嘉,马英红. 加权局域网络上的病毒传播行为研究[J]. 计算 机工程与应用,2009,45(35):80-83.
- [14] BARABASI A L, ALBERT R. Mean-field theory for scale-free random networks[J]. Physical A, 1999, 272:173-187.
- [15] GUIMERA R, MOSSA S, TURTSCHI A, et al. The worldwide air transportation network: anomalous centrality, community structure, and cities' global roles [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA,2005,102(22):7794-7799.
- [16] YANG R, WANG B H, REN J, et al. Epidemic spreading on heterogeneous networks with identical infectivity [J]. Phys Lett A,2007,364 (3-4):189-193.
- [17] CHEN G, FAN Z P, LI X. Modeling the complex Internet topology [C]//Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
- [18] NEWMAN M E J, GIRVAN M. Finding and evaluating community structure in networks[J]. Phys Rev E ,2004,69(2):026113.
- [19] CAPOCCI A, SERVEDIO V D P, CALDARELLI G, et al. Detecting communities in large networks[J]. SIAM J Matrix Anal Appl, 1990, 11(3):430-452.