

交通流多格点预估格子模型与数值仿真*

彭光含

(湖南文理学院 物理与电子科学学院, 湖南 常德 415000)

摘要: 考虑驾驶员对多格点交通流量预估效应,建立了新的交通流多格点预估格子模型。通过线性稳定性分析获得了改进模型的稳定性条件。通过非线性分析得到了扭结—反扭结密度波解,得到了交通流相空间的三个区域:稳定区域、亚稳定区域和不稳定区域。数值仿真验证了考虑驾驶员对多格点的预估效应,能够进一步提高交通流的稳定性。

关键词: 交通流; 格子模型; 预估效应; 数值仿真

中图分类号: TP301.5 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2013)03-0754-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.03.028

Multi-anticipation lattice model of traffic flow and numerical simulation

PENG Guang-han

(College of Physics & Electronics, Hunan University of Arts & Science, Changde Hunan 415000, China)

Abstract: This paper constructed a new multi-anticipation lattice model of traffic flow by considering the driver anticipation effect on traffic flux of multi-lattice. It obtained stability condition of improved model by linear stability analysis and derived kink-antikink solution through nonlinear analysis. Therefore it divided the space into three regions: stable, metastable and unstable. Numerical simulation shows that the stability of traffic flow can be further enhanced with the consideration of the driver anticipation effect on traffic flux of multi-lattice.

Key words: traffic flow; lattice model; anticipation effect; numerical simulation

随着经济的快速发展,交通流量剧增,交通拥堵问题日趋严峻。于是,许多学者提出了各种交通流模型来解决交通问题。其中,Nagatani^[1,2]提出的交通流格子模型可以简便地模拟交通拥堵和交通相变,得到了广泛关注。近年来,一些学者通过考虑不同交通环境因素,提出了一系列扩展的交通流格子模型^[3-9]。特别是随着智能交通技术的发展,驾驶员能够探测更多的交通信息。于是,借助智能交通系统,Ge等人^[4]提出了考虑前方多个格点信息的合作驾驶格子模型。同时,驾驶员在行驶过程中,往往会对方交通状况进行预估以避免危险的驾驶行为。虽然有部分成果^[10-14]探讨了交通预测行为对交通流的影响,但对多格点预估研究不够深入。本文借助合作驾驶格子模型的思想,考虑驾驶员对前方多格点交通流量的预估,提出了新的交通流格子模型。对改进模型进行线性与非线性分析,采用数值仿真手段验证改进模型的合理性和必要性。

1 模型

驾驶员在行驶过程中,对前方交通状况变化反应很敏感,当感觉到前方交通流量变化有增大趋势时,驾驶员往往选择加速,反之选择减速。因此,考虑驾驶员对前方多格点交通流量变化的预估效应,提出如下的交通流多格点预估格子模型:

$$\partial_t \rho + \rho_0 \partial_x (\rho v) = 0 \quad (1)$$

$$\partial_t \rho v = a \rho_0 V(\rho(x+\delta), \dots, \rho(x+n\delta)) - a \rho v + \kappa a \frac{\partial G[Q(\rho(x+\delta)), \dots, Q(\rho(x+n\delta))]}{\partial x} \quad (2)$$

其中: ρ_0 、 a 和 κ 分别为平均密度、敏感系数和反应系数; $\delta = 1/\rho_0$ 为平均车头间距; $\rho(x+n\delta)$ 和 $Q(\rho(x+n\delta))$ 分别表示 t 时刻 $x+n\delta$ 处的局部密度和流量。优化速度函数 $V(\cdot)$ 采用如下线性函数形式:

$$V(\cdot) = p_1 V(\rho(x+\delta)) + p_2 V(\rho(x+2\delta)) + \dots + p_n \rho(x+n\delta) \quad (3)$$

流量梯度项 $\partial_x G(\cdot)$ 表示预估项,采用如下线性形式:

$$G(\cdot) = q_1 Q(\rho(x+\delta)) + q_2 Q(\rho(x+2\delta)) + \dots + q_n Q(\rho(x+n\delta)) \quad (4)$$

其中:
$$\sum_{l=1}^n p_l = 1, p_l = \begin{cases} \frac{p-1}{p^l} & \text{for } l \neq n \\ \frac{1}{p^{l-1}} & \text{for } l = n \end{cases}, q_l = \frac{1}{q^{l-1}} \quad (5)$$

对模型式(1)和(2)采用无量纲化($\tilde{x} = x/\delta$,并将 \tilde{x} 记为 x)和离散化处理,得到如下离散形式:

$$\rho_j(t+\tau) - \rho_j(t) + \tau \rho_0 (\rho_j v_j - \rho_{j-1} v_{j-1}) = 0 \quad (6)$$

$$\rho_j(t+\tau) v_j(t+\tau) = \rho_0 \sum_{l=1}^n p_l V(\rho_{j+l}) + \kappa \rho_0 \sum_{l=1}^n q_l (Q_{j+l} - Q_{j+l-1}) \quad (7)$$

其中: $Q_j = \rho_j v_j$ 表示 t 时刻格点 j 的流量。当 $\kappa = 0$ 时,模型式(6)和(7)就退化为合作驾驶格子模型^[4]。优化速度函数 $V(\rho)$ 采用如下形式^[1,2]:

$$V(\rho) = (v_{\max}/2) [\tanh(1/\rho - h_c) + \tanh(h_c)] \quad (8)$$

其中: h_c 和 v_{\max} 表示安全距离和最大速度。消去模型式(6)和(7)的速度 v ,得到密度演化方程如下:

$$\rho_j(t+2\tau) - \rho_j(t+\tau) + \tau \rho_0^2 \sum_{l=1}^n p_l [V(\rho_{j+l}) - V(\rho_{j+l-1})] -$$

收稿日期: 2012-07-17; 修回日期: 2012-08-24 基金项目: 国家教育部科学技术研究重点项目(211123); 湖南省教育厅优秀青年项目(10B072); 湖南文理学院博士科研启动项目(BSQD1010); 湖南文理学院重点项目(JJZD0902)

作者简介: 彭光含(1973-),男(侗族),湖南洞口人,副教授,博士,主要研究方向为控制理论与控制工程、智能交通系统(pengguanghan@yahoo.com.cn).

$$\kappa\rho_0 \sum_{l=1}^n q_l [\Delta\rho_{j+l}(t+\tau) - \Delta\rho_{j+l}(t)] = 0 \quad (9)$$

其中: $\Delta\rho_{j+l} = \rho_{j+l} - \rho_{j+l-1}$

2 稳定性分析

假设初始均匀的稳态交通流密度为 ρ_0 , 优化速度为 $V(\rho_0)$, 偏离格点 j 处稳态交通流的小扰动为 y_j , 即 $\rho_j(t) = \rho_0 + y_j(t)$, 代入密度演化方程式(9)并线性化处理, 得到

$$y_j(t+2\tau) - y_j(t+\tau) + \tau\rho_0^2 V'(\rho_0) \sum_{l=1}^n p_l \Delta y_{j+l}(t) - \kappa\rho_0 \sum_{l=1}^n q_l (\Delta y_{j+l}(t+\tau) - \Delta y_{j+l}(t)) = 0 \quad (10)$$

其中: $\Delta y_{j+l} = y_{j+l} - y_{j+l-1}$, $V'(\rho_0) = dV(\rho)/d\rho|_{\rho=\rho_0}$. 设小扰动 $y_j = A \exp(ikj + zt)$, 代入上式并进行傅里叶级数展开, 得到

$$(e^{z\tau} - 1) [e^{z\tau} - \kappa\rho_0 \sum_{l=1}^n q_l (e^{ikl} - e^{ik(l-1)})] + \tau\rho_0^2 V'(\rho_0) \sum_{l=1}^n p_l (e^{ikl} - e^{ik(l-1)}) = 0 \quad (11)$$

将 $z = z_1(ik) + z_2(ik)^2 + \dots$ 代入式(11), 得到系数 z_1 和 z_2 :

$$z_1 = -\rho_0^2 V'(\rho_0) \quad (12)$$

$$z_2 = - \left[\frac{\sum_{l=1}^n p_l (2l-1)}{2} + \frac{3\rho_0^2 V'(\rho_0)\tau}{2} + \kappa\rho_0 \sum_{l=1}^n q_l \right] \rho_0^2 V'(\rho_0) \quad (13)$$

当 $z_2 < 0$ 时, 初始稳态交通流将变得不稳定; 反之, 将保持原有的稳态交通流不变。由此, 得到稳定状态下的中性稳定性条件:

$$\tau = - \frac{\sum_{l=1}^n p_l (2l-1) + 2\kappa\rho_0 \sum_{l=1}^n q_l}{3\rho_0^2 V'(\rho_0)} \quad (14)$$

因此, 得到均匀交通流不稳定的条件:

$$\tau > - \frac{\sum_{l=1}^n p_l (2l-1) + 2\kappa\rho_0 \sum_{l=1}^n q_l}{3\rho_0^2 V'(\rho_0)} \quad (15)$$

当 $\kappa = 0$ 时, 就是合作驾驶格子模型的不稳定条件。

图1是密度与敏感系数关系($\rho; a$)相图。其中 $h_c = 4, a = 1/\tau, v_{\max} = 2, p = 5, q = 3$ 。图中实线表示中性稳定曲线, 虚线表示共存线(见非线性分析3)。中性稳定性顶点表示临界点 (ρ_c, a_c) 。从图1可知, 考虑预估效应后稳定区域明显增大, 说明预估效应能够有效提高交通流格子模型的稳定性。并且随着考虑格点信息越多, 稳定区域进一步增大, 说明考虑多格点预估效应进一步增强了交通流的稳定性。但当考虑前方格点 $n = 3, 4$ 时, 相应的共存线和中性稳定曲线几乎重合, 说明考虑三个格点信息就可以有效增强交通流的稳定性。因此, $n = 3$ 可认为是多格点预估格子模型的优化状态。

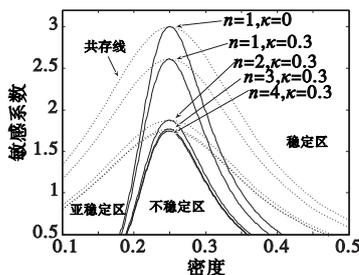


图1 密度—敏感系数关系相图

3 非线性分析

假设临界点 (ρ_c, a_c) 附近小参数为 ε , 定义慢变量 X, T 为

$$X = \varepsilon(j + bt), T = \varepsilon^3 t \quad (16)$$

$$\rho_j = \rho_c + \varepsilon R(X, T) \quad (17)$$

其中: b 为常数。代入式(9), 并按傅里叶级数展开至 ε^5 , 得到

$$\varepsilon^2 k_1 \partial_X R + \varepsilon^3 k_2 \partial_X^2 R + \varepsilon^4 (\partial_T R + k_3 \partial_X^3 R + k_4 \partial_X R^3) + \varepsilon^5 (k_5 \partial_T \partial_X R + k_6 \partial_X^4 R + k_7 \partial_X^2 R^3) = 0 \quad (18)$$

其中: 系数 $k_i (i = 1, 2, \dots, 7)$ 见表1; $V' = dV(\rho)/d\rho|_{\rho=\rho_c}$; $V'' = d^2 V(\rho)/d\rho^2|_{\rho=\rho_c}$. 在临界点 (ρ_c, a_c) 附近有 $\tau/\tau_c = 1 + \varepsilon^2$ 和 $b = -\rho_c^2 V'$, 得到

$$\varepsilon^4 (\partial_T R - g_1 \partial_X^3 R + g_2 \partial_X R^3) + \varepsilon^5 (g_3 \partial_X^2 R + g_4 \partial_X^4 R + g_5 \partial_X^2 R^3) = 0 \quad (19)$$

其中: 系数 $g_i (i = 1, 2, \dots, 5)$ 如表2所示。借鉴文献[15]的方法, 得到扭结—反扭结密度波的传播速度:

$$c = 5g_2 g_3 / (2g_2 g_4 - 3g_1 g_5) \quad (20)$$

于是得到密度波解:

$$\rho_j(t) = \rho_c + \sqrt{\frac{g_1 c}{g_2} \left(\frac{\tau}{\tau_c} - 1 \right) \tanh \sqrt{\frac{c}{2} \left(\frac{\tau}{\tau_c} - 1 \right)}} \times [j + (1 - c g_1 \left(\frac{\tau}{\tau_c} - 1 \right)) t] \quad (21)$$

密度波振幅为 $A = \sqrt{\frac{g_1 c}{g_2} \left(\frac{\tau}{\tau_c} - 1 \right)}$ (22)

扭结—反扭结波解代表共存相, 包括低密度自由运动相和高密度阻塞相。因此, 根据 $\rho_j = \rho_c \pm A$ 可在相图($\rho; a$) 绘出共存曲线(如图1虚线所示)。于是相空间被分成三个不同区域: 稳定区域、亚稳定区域和不稳定区域。由图1可知, 考虑预估效应后, 相应的临界点、共存线和中性稳定曲线下降, 且随着考虑前方格点信息越多, 曲线越低, 表明多格点预估信息进一步增强了交通流的稳定性。

表1 模型系数 k_i

k_i	表达式
k_1	$b + \rho_c^2 V'$
k_2	$\frac{3b^2\tau}{2} + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m p_l \rho_c^2 V' - \kappa\rho_c b \tau \sum_{l=1}^n q_l$
k_3	$\frac{1}{6} [\rho_c^2 V' \sum_{l=1}^m p_l (3l^2 - 3l + 1) - 3\kappa\rho_c b \sum_{l=1}^n q_l (b\tau + 2l - 1) + 7b^3\tau^2]$
k_4	$\rho_c^2 V''/6$
k_5	$3b\tau - \kappa\rho_c$
k_6	$\frac{5b^4\tau^3}{8} + \frac{\rho_c^2 V'}{24} \sum_{l=1}^m p_l (4l^3 - 6l^2 + 4l - 1) - \frac{\kappa\rho_c}{24} \times \sum_{l=1}^n q_l [4b^3\tau^2 + 6b^2\tau(2l-1) + 4b(3l^2 - 3l + 1)]$
k_7	$\rho_c^2 V'''/12$

表2 模型系数 g_i

g_i	表达式
g_1	$-\frac{7b^3\tau_c^2}{6} - \frac{\rho_c^2 V'}{6} \sum_{l=1}^m p_l (3l^2 - 3l + 1) + \frac{b\kappa\rho_c}{2} \sum_{l=1}^n q_l \times (2l - 1 + b\tau_c)$
g_2	$\frac{\rho_c^2 V''}{6}$
g_3	$\frac{3b^2\tau_c}{2}$
g_4	$\frac{\rho_c^2 V'}{24} \sum_{l=1}^m p_l (4l^3 - 6l^2 + 4l - 1) - \frac{b\tau_c \rho_c^2 V'}{2} \sum_{l=1}^m p_l (3l^2 - 3l + 1) + \frac{3b^2\tau_c \kappa\rho_c (1 + b\tau_c)}{2} \sum_{l=1}^n q_l - \frac{\kappa\rho_c}{12} \sum_{l=1}^n q_l [2b^3\tau_c^2 + 3b^2\tau_c(2l-1) + 2b(3l^2 - 3l + 1)] - \frac{23b^4\tau_c^3}{8}$
g_5	$\frac{1}{12} \rho_c^2 V''' (\sum_{l=1}^m p_l (2l-1) - 6b\tau_c + 2\kappa\rho_c \sum_{l=1}^n q_l)$

4 数值仿真

为验证上述理论分析, 数值仿真采用周期边界条件, 初始

条件选取如下形式:

$$\begin{cases} \rho_j(1) = \rho_j(0) = \rho_0 & j \neq 50, 51 \\ \rho_j(1) = \rho_j(0) = \rho_0 - 0.1 & j = 50 \\ \rho_j(1) = \rho_j(0) = \rho_0 + 0.1 & j = 51 \end{cases} \quad (23)$$

其他参数选取如下: $N = 100, a = 1/\tau = 1.86, \rho_c = \rho_0 = 1/h_c, h_c = 4, v_{max} = 2, p = 5, q = 3$ 。

图2是 $t = 10\ 000$ 时步后密度时空演化图。图2(a)表示没有考虑预估效应的仿真图, (b)~(e)表示考虑不同格点($n = 1, 2, 3, 4$)预估效应的仿真图。从图2(a)和(b)中可知, 考虑预估效应后, 交通流振荡减少, 稳定性增强。从图2(b)~(e)发现, 随着格点数目 n 的增大, 密度波的幅度逐渐减小。从图2(d)和(e)进一步发现, 当 $n = 3, 4$ 时, 交通流幅度迅速减小, 小扰动下的交通流迅速恢复到原有的稳态交通流, 进一步验证改进模型的优化状态 $n = 3$ 。数值仿真与理论分析结果一致。

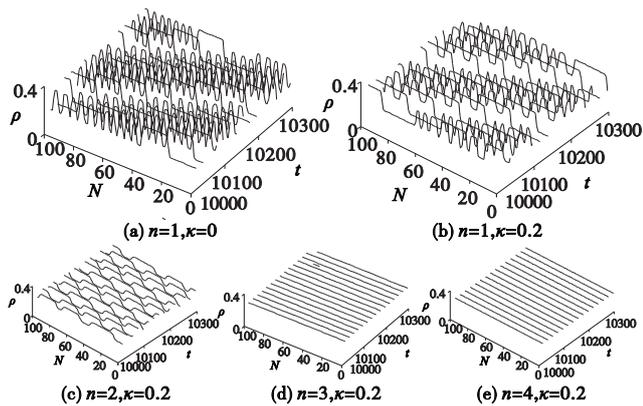


图2 密度时空演化图

5 结束语

通过预估前方交通状态, 使驾驶员提前对交通行为作出抉择, 从而避免频繁的加减速驾驶行为, 提高交通流的稳定性。本文通过考虑驾驶员对前方多格点交通流量的预估效应, 提出新的交通流多格点预估格子模型。理论分析得到了线性稳定性条件和拥堵交通下的扭结—反扭结密度波解, 得到了三个格点是改进模型的优化状态。数值仿真证实了考虑多格点预估效应后改进模型能够有效舒缓交通拥堵。

参考文献:

[1] NAGATANI T. Modified KdV equation for jamming transition in the continuum models of traffic[J]. *Physica A*, 1998, 261(3-4): 599-607.

[2] NAGATANI T. TDGL and MKdV equations for jamming transition in the lattice models of traffic[J]. *Physica A*, 1999, 264(3): 581-592.

[3] 薛郁. 优化车流的交通流格子模型[J]. *物理学报*, 2004, 53(1): 25-30.

[4] GE Hong-xia, DAI Shi-qiang, XUE Yu, et al. Stabilization analysis and modified Korteweg-De Vries equation in a cooperative driving system[J]. *Physical Review E*, 2005, 71(6): 066119.

[5] LI Zhi-peng, LI Xing-li, LIU Fu-qiang. Stabilization analysis and modified KdV equation of lattice models with consideration of relative current[J]. *International Journal Modern Physics C*, 2008, 19(8): 1163-1173.

[6] TIAN Jun-fang, JIA Bin, LI Xing-gang, et al. Flow difference effect in the lattice hydrodynamic model[J]. *Chinese Physics B*, 2010, 19(4): 040303.

[7] PENG Guang-han, CAI Xin-hua, CAO Bin-fang, et al. Non-lane-based lattice hydrodynamic model of traffic flow considering the lateral effects of the lane width[J]. *Phys Lett A*, 2011, 375(30-31): 2823-2827.

[8] PENG Guang-han, CAI Xin-hua, LIU Chang-qin, et al. A new lattice model of traffic flow with the consideration of the honk effect[J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2011, 22(9): 967-976.

[9] PENG Guang-han, CAI Xin-hua, CAO Bin-fang, et al. A new lattice model of traffic flow with the consideration of the traffic interruption probability[J]. *Physica A*, 2012, 391(3): 656-663.

[10] PENG Guang-han, CAI Xin-hua, LIU Chang-qin, et al. A new lattice model of traffic flow with the consideration of the driver's forecast effects[J]. *International Journal of C*, 2011, 375(22): 2153-2157.

[11] 孙棣华, 四川. 考虑驾驶员预估效应的交通流格子模型与数值仿真[J]. *物理学报*, 2011, 60(6): 068901.

[12] TIAN Chuan, SUN Di-hua, YANG Shu-hong. A new lattice hydrodynamic traffic flow model with a consideration of multi-anticipation effect[J]. *Chinese Physics B*, 2011, 20(8): 088902.

[13] ZHAO Min, SUN Di-hua, TIAN Chuan. Density waves in a lattice hydrodynamic traffic flow model with the anticipation effect[J]. *Chinese Physics B*, 2012, 21(4): 048901.

[14] PENG Guang-han. A study of wide moving jams in a new lattice model of traffic flow with the consideration of the driver anticipation effect and numerical simulation [J]. *Physica A*, 2012, 391(23): 5971-5977.

[15] GE Hong-xia, CHENG Rong-jun, DAI Shi-qiang. KdV and kink-antikink solitons in car following models[J]. *Physica A*, 2005, 357(3-4): 466-476.

[1] HAWKINS D. Identification of outliers[M]. London: Chapman and Hall, 1980.

[2] ESTER M, KRIEGEL H P, SANDER J. A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise[C]//Proc of the 2nd International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. 1996:226-231.

[3] GAO Jun, HU Wei-ming, LI Wei, et al. Local outlier detection based on kernel regression[C]//Proc of International Conference on Pattern Recognition. 2010:585-588.

[4] TSAI C, LIN C. A triangle area based nearest neighbors approach to intrusion detection [J]. *Pattern Recognition*, 2010, 43(1): 222-229.

[5] VRIES T, CHAWLA S, HOULE M E. Finding local anomalies in very high dimensional space[C]//Proc of the 10th IEEE International Conference on Data Mining. 2010:128-137.

(上接第753页)

6th Pacific-Asia Conference Advances in Knowledge Discovery and Data Mining. Berlin: Springer-Verlag, 2002: 535-548.

[9] HUANG J Z, CAO L, SRIVASTAVA J. Robust kernel-based local outlier detection [C]//Proc of the 16th Pacific-Asia Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. Berlin: Springer-Verlag, 2011: 270-283.

[10] ZHANG K, HUTTER M, JIN H. A new local distance-based outlier detection approach for scattered real-world data[C]//Proc of the 13th Pacific-Asia Conference on Advances in Knowledge Discovery and Data Mining. Berlin: Springer-Verlag, 2009: 813-822.