一种改进重采样的粒子滤波算法*

常天庆, 李 勇, 刘忠仁, 董田沼
(装甲兵工程学院 控制工程系, 北京 100072)

摘 要: 针对粒子滤波重采样过程中存在的粒子多样性丧失问题,提出一种改进重采样的粒子滤波算法。按照局部重采样算法对粒子进行分类,中等权值的粒子保持不变,大、小两种权值的粒子采用 Thompson-Taylor 算法进行随机线性组合产生新粒子。实验结果表明,该算法能在降低计算复杂度的同时不丧失粒子多样性,提高了滤波性能。

关键词: 局部重采样; Thompson-Taylor 算法; 粒子滤波
中图分类号: TP301.6 **文献标志码**: A **文章编号**: 1001-3695(2013)03-0748-03
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.03.026

Particle filter algorithm based on improved resampling

CHANG Tian-qing, LI Yong, LIU Zhong-ren, DONG Tian-zhao
(*Dept. of Control Engineering, Academy of Armored Force Engineering, Beijing* 100072, *China*)

Abstract: In order to solve the loss of particle diversity exiting in resampling process of particle filter, this paper presented a particle filter algorithm based on improved resampling. It classified the particles to different groups according to partial resampling. It kept the particles with medium weight values same, and combined the other two groups with high and low weight values linearly and randomly to generate new particles using Thompson-Taylor algorithm. Experimental results show that the improved algorithm can reduce computational complexity and keep the diversity of particles and it also enhances the performance of filter.

Key words: partial resampling; Thompson-Taylor algorithm; particle filter

粒子滤波采用序贯 Monte Carlo 方法来解决非线性非高斯动态系统的状态估计问题,其核心思想是用一组加权随机样本(称做粒子)来逼近所要估计状态的后验概率密度函数[1]。近年来,粒子滤波被广泛应用于经济预测[2]、目标跟踪[3]、国防军事[4]等领域。粒子滤波是一种序贯重要性采样方法,其最大问题是粒子退化,即经过若干次迭代后,重要性权值可能集中到少数粒子上,这些粒子已不能有效表达后验概率密度函数。为了避免这种退化,Gordon 等人[5]提出了重采样方法,其思想是减少权值较小的粒子数,增加权值较大的粒子数。常用的重采样方法包括正则化采样[6](regularized particle filter, RPF)、马尔可夫链蒙特卡罗(Markov chain Monte Carlo, MCMC)移动算法[7]、分层采样[8]、进化算法[9]等。重采样虽然可以在一定程度上缓解权值退化现象,但同时会带来粒子贫化问题,即在迭代少数几次后,重要性权值有可能集中到少数粒子上,导致粒子的多样性迅速下降。重采样过程是以牺牲粒子多样性来减少计算量和提高鲁棒性,难以得到正确的状态估计[10]。针对粒子滤波重采样导致的粒子贫化问题,本文在局部重采用粒子滤波算法的基础上提出改进重采样过程的粒子滤波算法,在局部重采样算法中引入 Thompson-Taylor 算法,在大权值粒子和小权值粒子间进行随机线性组合得到新粒子。

1 粒子滤波算法

1.1 贝叶斯估计

动态系统的状态空间模型可描述为

状态方程 $$x_t = f(x_{t-1}, w_{t-1}) \tag{1}$$

观测方程 $$y_t = h(x_t, v_t) \tag{2}$$

其中:$f(\cdot)$和$h(\cdot)$分别为非线性函数;x_t 表示 t 时刻的系统状态;y_t 表示 t 时刻的观测值;w_t 为过程噪声;v_t 为观测噪声。

从贝叶斯估计来看,可以将状态估计问题视为一个概率推理过程,即利用贝叶斯公式求解后验概率密度 $p(x_t|y_{1:t})$。贝叶斯滤波包含预测和更新两个阶段,假设初始概率密度函数 $p(x_0)$为先验知识,$p(x_t|y_{1:t})$可以通过预测过程和更新过程递推得到[11]。

a)预测过程。使用从起始时刻到 $t-1$ 时刻所获得的全部观测值 $y_{1:t-1}$来推导状态的后验概率密度函数 $p(x_t|y_{1:t-1})$,即

$$p(x_t|y_{1:t-1}) = \int p(x_t|x_{1:t-1})p(x_{t-1}|y_{1:t-1})\mathrm{d}x_{t-1} \tag{3}$$

b)更新过程。使用当前时刻 t 的观测值 y_t 对预测过程得到的后验概率密度函数进行修正,得到 t 时刻的后验概率密度函数 $p(x_t|y_{1:t})$,即

$$p(x_t|y_{1:t}) = \frac{p(y_t|x_t)p(x_t|y_{1:t-1})}{p(y_t|y_{1:t-1})} \tag{4}$$

式(3)和(4)中,$p(x_t|x_{1:t-1})$由状态方程确定,称为状态转移概率;$p(y_t|x_t)$由观测方程确定,称为似然函数,表征系统状态向量由 x_{t-1}转移到 x_t 后和观测值 y_t 的相似程度;$p(y_t|y_{1:t-1})$为归一化常数,定义为

$$p(y_t|y_{1:t-1}) = \int p(y_t|x_t)p(x_t|y_{1:t-1})\mathrm{d}x_t \tag{5}$$

预测和更新两个过程构成了一个由先验概率密度函数

收稿日期: 2012-07-25; **修回日期**: 2012-09-11 **基金项目**: 军队科研预研项目

作者简介:常天庆(1963-),男,河南郑州人,教授,博导,主要研究方向为装备自动化系统检测与故障诊断(changtianqing@263.net); 李勇(1983-),男,湖南浏阳人,博士研究生,主要研究方向为装备智能故障诊断、预测与健康管理;刘忠仁(1973-),男,河南巩义人,讲师,主要研究方向为测控技术;董田沼(1987-),男,山东淄博人,硕士,主要研究方向为检测技术与自动化装置.

$p(x_{t-1}|y_{1:t-1})$计算后验概率密度函数 $p(x_t|y_{1:t})$的递推过程。首先由 t 时刻的先验概率密度函数 $p(x_{t-1}|y_{1:t-1})$出发,利用系统状态空间模型来预测系统状态的后验概率密度函数 $p(x_t|y_{1:t-1})$,再使用当前的观测值对其进行修正,从而得到 t 时刻的后验概率密度函数 $p(x_t|y_{1:t})$。但是,由于求解概率密度函数的积分运算很难实现,因此以上计算过程不可能得到解析解。粒子滤波是贝叶斯滤波的变种,它将 Monte Carlo 方法引入到贝叶斯估计中,形成了序贯 Monte Carlo 方法,即通过采用一组加权粒子来近似状态的后验概率密度函数。

1.2　基本粒子滤波算法

基本的粒子滤波算法中最重要的步骤是重要性采样、权值更新和重采样,具体实现步骤描述如下。假设 $t-1$ 时刻的状态后验分布的粒子集为$\{x_{t-1}^{(i)},\omega_{t-1}^{(i)}\}$,则:

a)初始化。对于 $i=1,2,\cdots,N$,由先验信息 $p(x_0)$初始化粒子状态$\{x_0^{(i)}\}_{i=1}^N$。

b)重要性采样。对于 $i=1,2,\cdots,N$,从重要性概率密度函数中采样新粒子$\{\tilde{x}_t^{(i)}\}_{i=1}^N$。

c)权值更新。根据当前观测值 y_t,计算粒子的权值$\tilde{\omega}_t^{(i)}$,并归一化权值。

d)重采样。计算有效粒子数 N_{eff},判断是否需要重采样。若不需要,则转入步骤 e);否则,对粒子集$\{\tilde{x}_t^{(i)},\tilde{\omega}_t^{(i)}\}$进行重采样,重采样后的粒子集为$\{x_t^{(i)},1/N\}$。

e)状态估计

$$\hat{x}_t=\sum_{i=1}^{N}x_t^{(i)}w_t^{(i)} \tag{6}$$

2　改进重采样的粒子滤波算法

2.1　算法描述

局部重采样(partial resampling,PR)算法是在每个时刻只对部分权值进行修正的一种算法[12],其基本思想是将粒子按权值大小分为大、中、小三种权值的粒子,在进行重采样时,小权值粒子直接舍弃,中等权值的粒子重采样后权值不变,大权值粒子重采样后被复制。虽然局部重采样只对部分粒子进行运算,提高了计算速度,但是由于直接抛弃了小权值粒子,所以仍然存在粒子贫化问题,不能保证粒子的多样性。

Thompson-Taylor 算法[13,14]无须估计未知的概率分布,也无须对该分布进行高斯假设,它通过将某个随机选取的样本最邻近的若干个样本进行随机线性组合得到新样本,适合从已有样本中产生新的随机样本。

本文提出一种改进重采样粒子滤波算法,其思路是:将某一时刻 t 获得的加权粒子按照权值大小分成大、中、小三类,在重采样过程中,中等权值的粒子权值不变。采用 Thompson-Taylor 算法将大、小两类粒子进行随机线性组合产生新粒子。具体的实现步骤描述如下:

a)定义粒子权值划分边界 W_h 和 W_l,并对粒子空间按权值划分为大权值粒子域、中权值粒子域以及小权值粒子域。

b)对于中权值粒子域内的粒子,直接保留。

c)将大权值粒子域和小权值粒子域合并构成暂存粒子域,在暂存粒子域中按照 Thompson-Taylor 算法,产生新粒子:

(a)从暂存粒子域中随机选取粒子 $x^{(i)}$,并找到距离 $x^{(i)}$ 最近的 m 个样本,$S=\{x_j^{(i)}\}(j=1,2,\cdots,m)$;

(b)计算相应样本的均值 $\bar{x}^{(i)}$:

$$\bar{x}^{(i)}=\sum_{j=1}^{m}\omega_j x_j^{(i)} \tag{7}$$

(c)产生 m 个均匀分布随机数 u_j:

$$u_j\sim U[-\sqrt{3\omega_j},\sqrt{3\omega_j}] \tag{8}$$

其中:$j=1,2,\cdots,m$;ω_j 为粒子归一化权值。

(d)利用 u_j 产生伪随机样本:

$$s=\sum_{j=1}^{m}u_j(x_j^{(i)}-\bar{x}^{(i)})+\bar{x}^{(i)} \tag{9}$$

即为产生的新粒子。

以上算法步骤中,需要确定的参数是 m。m 被称为平滑系数,它的选择与样本数有关。当已有样本较多时,应该取较大的值,反之则取较小的值。一般通过实验,比较不同 m 值的采样效果,最终选择一个合适的 m 值。另外,样本间的距离测度也是需要考虑的。本文选取欧氏距离计算样本之间的距离,即

$$d(x,y)=\sqrt{(x-y)^2} \tag{10}$$

2.2　算法评价

为了评价数据之间的偏差程度,选用信息论中的鉴别信息来衡量,即 KL(Kullback-Leibler)距离。设 p 是问题域 V 上一个概率密度函数,另一个概率密度函数为 q,则 q 与 p 之间的距离定义为[15]

$$d_{\text{KL}}(p\parallel q)=\sum_{x\in V}p(x)\log\frac{p(x)}{q(x)} \tag{11}$$

KL 距离的大小表示 q 与 p 之间的接近程度,若 d_{KL}的值越小,表示 p 越近似于 q。对于 q 和 p 来说,本身大小没有实际物理意义,所以在计算距离时采用对数似然值代替。通过 KL 距离可以衡量局部重采样算法和改进重采样算法得到的粒子分布与重采样前的粒子分布的接近程度。局部重采样算法得到的粒子分布与重采样前的粒子分布之间的 KL 距离为

$$d_{\text{KL}}(p\parallel q)=\sum_{k=1}^{m}\frac{n_k}{N}\log\frac{n_k}{Nw_q^{i_k}} \tag{12}$$

其中:n_k 为大权值粒子被复制次数。$w_q^{i_k}$ 为重采样前粒子的权值。改进重采样算法得到的粒子分布与重采样前的粒子分布之间的 KL 距离为

$$d_{\text{KL}}(r\parallel q)=\sum_{k=1}^{m}\frac{n_k-Kn_k^{\frac{m-1}{m}}}{N}\log\frac{n_k-Kn_k^{\frac{m-1}{m}}}{Nw_q^{i_k}}+\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_k}\frac{K}{Nn_k^{1/m}}\log\frac{K}{Nn_k^{1/m}w_q^{i_k}} \tag{13}$$

比较式(12)和(13)可知,$d_{\text{KL}}(r\parallel q)$的前半部分小于 $d_{\text{KL}}(p\parallel q)$;又由于当 $w_q^{i_k}>\frac{K}{Nn_k^{1/m}}$时,$d_{\text{KL}}(r\parallel q)$的后半部分小于 0,从而得到 $d_{\text{KL}}(r\parallel q)<d_{\text{KL}}(p\parallel q)$。式(13)中引入了步长系数 K,以消除欧氏距离带来的影响。通过选取合适的 K 值可以使重采样后的近似概率分布与重采样前的概率分布更接近。因此,改进的重采样粒子滤波算法要优于局部重采用粒子滤波算法。采用按权值大小对粒子分类的方法,有效地降低算法的复杂度,采用随机线性组合方法增加了粒子的多样性,并且选取合适的 K 值可有效提高粒子滤波算法的精度。

3　实验及分析

为了验证改进算法的优越性,通过对纯角度跟踪(bearing-only-tracking,BOT)模型进行仿真实验。BOT 模型是在有噪声情况下,跟踪在二维平面内做匀速运动的目标,而使用的传感器只能测量目标相对于它的角度,不能测量它们之间的距离。

给定目标的状态空间模型：

$$\begin{cases} X(k+1) = F(k)X(k) + \Gamma(k)W(k) \\ z(k) = \arctan(y(k)/x(k)) + v(k) \end{cases} \tag{14}$$

其中：状态变量 $X(k) = (x(k), \dot{x}(k), y(k), \dot{y}(k))^{\mathrm{T}}$；$F$ 和 Γ 由二阶常速运动模型确定；$W(k) \sim N(0,1)$；$v(k) \sim N(0,R)$。

系统参数设置如下：目标的初始状态 $X(0) = (1.8\ \mathrm{km}, 0.2\ \mathrm{km/s}, 3\ \mathrm{km}, -0.3\ \mathrm{km/s})^{\mathrm{T}}$；过程噪声协方差 $Q = \mathrm{diag}(16\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^4, 20\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^4)$；方位角观测标准差为 $R = 0.02$ rad；粒子数目 $N = 500$；Monte Carlo 仿真次数 $M = 50$。图 1 给出了 PF、局部重采样粒子滤波（PRPF）和改进重采样粒子滤波（IRPF）的相对均方根误差（RMSE）曲线。表 1 给出了三种算法的平均 RMSE 性能评价，从图 1 和表 1 可以明显看出，本文提出的改进算法性能优于 PF 和 PRPF。

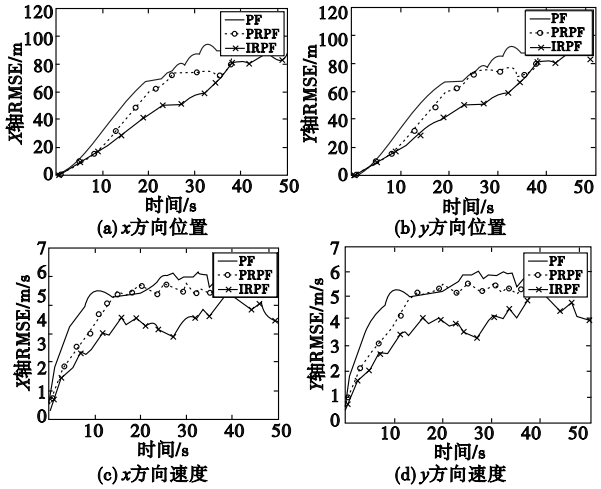

图1 三种算法的RMSE曲线

表 1 目标位置、速度均方根误差

算法	x 方向位置/m	x 方向速度/m/s	y 方向位置/m	y 方向速度/m/s
PF	69.440 7	5.360 8	64.986 0	5.350 6
PRPF	55.760 0	4.164 4	57.551 2	4.663 1
IRPF	47.509 3	3.385 8	48.517 7	3.284 5

4 结束语

本文参照局部重采样将粒子按权值分类，采用 Thompson-Taylor 算法对大权值粒子和小权值粒子进行随机线性组合产生新粒子，在保证粒子有效性的同时提高了粒子的多样性，有效地解决了粒子的有效性和多样性之间存在的矛盾，提高了滤波精度。纯角度跟踪仿真实验表明，改进算法的跟踪性能优于基本粒子滤波算法和局部重采用粒子滤波算法。

参考文献：

[1] 刘文静，于金霞，汤永利. 粒子滤波自适应部分系统重采样算法研究[J]. 计算机应用研究，2011，28(3)：912-914.
[2] 程水英，张敛云. 粒子滤波评述[J]. 宇航学报，2008，29(4)：1099-1111.
[3] 周尚波，何革，柳玉炯. 一种改进的粒子滤波目标跟踪算法[J]. 计算机应用研究，2010，27(7)：2757-2759.
[4] VALYRAKIS A, TSAKONAS E E, SIDIROPOULOS N D, *et al*. Stochastic modeling and particle filtering algorithms for tracking a frequency-hopped signal [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2009，57(8)：3108-3118.
[5] GORDON N, SALMOND D. Novel approach to non-linear and non-Gaussian Bayesian state estimation [J]. Proceedings of Institute Electric Engineering，1993，140(2)：107-113.
[6] BELVIKEN E, ACKLAM P J. Monte Carlo filters for non-linear state estimation[J]. Automatica，2001，37(1)：177-183.
[7] GILIKS W R, BERZUINI C. Following a moving target Monte Carlo inference for dynamic Bayesian models [J]. Journal of the Royal Statistical Society，2001，63(1)：127-146
[8] CARPENTER J, CLIFFORD P, FEARNHEAD P. An improved particle filter for non-linear problems[J]. IEEE Proceedings on Radar Sonar Navigation，1999，146(1)：2-7.
[9] 李翠芸，姬红兵. 新遗传粒子滤波的红外弱小目标跟踪与检测[J]. 西安电子科技大学学报，2009，32(4)：619-623.
[10] 王朝辉，徐一兵. 一种基于优化的自适应遗传算法的粒子滤波算法[J]. 计算机安全，2012(3)：13-16.
[11] 程松. 一种利用粒子滤波的实时交通状态估计方法[D]. 上海：复旦大学，2008.
[12] BOLIC M, DJURICJ P M, HONG S. Resampling algorithms and architectures for distributed particle filters[J]. IEEE Trans on Signal Processing，2005，53(7)：2442-2450.
[13] TAYLOR M S, THOMPSON J R. A data based algorithms for the generation of random vectors[J]. Computational Statistics & Data Analysis，1986，4(2)：93-101.
[14] 罗飞腾. 目标跟踪的粒子滤波技术研究[D]. 杭州：中国科学技术大学，2010.
[15] 许丽佳，王厚军，龙兵. 一种状态监测与健康评估方法及其在模拟电路中的应用[J]. 计算机辅助设计与图形学学报，2008，20(12)：1550-1556.

（上接第 744 页）所需样本量少，充分利用已有的评价信息，能减少人为的误差，能够比较客观、公正地得出供应商企业的信任值，对云环境下核心企业供应商的选择提供了一个直观的数值参考。但是，该模型目前只是对企业实体的综合信任值进行评估，虽然子证据的相对权重一般情况下是不会发生改变的，但很多子证据的基础数值是要随着时间的积累才能计算出来的。因此，如何对云环境下供应商实体信任值进行更新是进一步研究的内容。

参考文献：

[1] TAI S. Cloud service engineering[C]//Proc of the 18th IEEE International Workshops on Enabling Technologies：Infrastructures for Collaborative Enterprises. Washington DC：IEEE Computer Society, 2009：3-4.
[2] 冯国登，张敏，张妍. 云计算安全研究[J]. 软件学报，2011，22(1)：71-83.
[3] BETH T, BORCHERDING M, KLEIN B. Valuation of trust in open networks [C]//Proc of the 3rd European Symposium on Reseach in Computer Security. Berlin：Springer-Verlag，1994：3-18.
[4] JOSANG A. A logic for uncertain probabilities[J]. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based System，2001，9(3)：279-311.
[5] ABDUL-RAHMAN A, HAILES S. A distributed trust model[C]// Proc of Workshop on New Security Paradigms. New York：ACM Press, 1997：48-60.
[6] 张徐，高承实，戴青，等. 网格环境下基于灰色理论多属性综合信任评价模型[J]. 计算机应用研究，2009，26(6)：2148-2150.
[7] 邓聚龙. 灰色系统理论教程[M]. 武汉：华中理工大学出版社，1990.
[8] 李勇军，代亚非. 对等网络信任机制研究[J]. 计算机学报，2010，33(3)：390-405.
[9] 徐兰芳，胡怀飞，桑子夏，等. 基于灰色系统理论的信誉报告机制[J]. 软件学报，2007，18(7)：1730-1737.
[10] 徐兰芳，张大圣，徐凤鸣，等. 基于灰色系统理论的主观信任模型[J]. 小型微型计算机系统，2007，28(5)：801-804.
[11] DICKSON G W. An analysis of vendor selection systems and decisions[J]. The Journal of Supply Chain Management-Supplier Performance，1966，2(1)：5-17.
[12] 冀铁果，田立勤，胡志兴，等. 可信网络中一种基于 AHP 的用户行为评估方法[J]. 计算机工程与应用，2007，43(19)：123-126.
[13] 赵焕臣，许树柏，和金生. 层次分析法[M]. 北京：科学出版社，1986：22-26.