基于单亲遗传禁忌搜索算法的手术排程问题研究*

李　惠[1,2]，蒋大奎[1]

（1. 天津大学 管理与经济学部，天津 300072；2. 天津中医药大学 人文管理学院，天津 300193）

摘　要：针对规模较大的手术排程问题，分别以所有病人完成手术过程的最长时间和平均时间最小化为目标，构建了手术排程问题的数学模型。在分析解的最优化条件基础上，设计了一种将单亲遗传算法与禁忌搜索算法相结合的混合优化算法。按照个体的优劣及算法迭代情况设计了一种自适应选择机制，使个体自适应地选择执行变异操作或禁忌搜索算法。最后，仿真实验结果表明了所提算法的有效性和自适应选择机制的可行性。

关键词：手术排程；单亲遗传算法；禁忌搜索；自适应选择

中图分类号：TP18；F224.3　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1001-3695(2013)03-0699-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.03.014

Research on operating room scheduling problem based on partheno-genetic tabu search algorithm

LI Hui[1,2], JIANG Da-kui[1]

(1. *School of Management & Economics, Tianjin University, Tianjin* 300072, *China*; 2. *College of Humanity & Management, Tianjin University of Traditional Chinese Medicine, Tianjin* 300193, *China*)

Abstract: This paper studied a large-scale operation room scheduling problem to minimize the longest operation time and the average operation time for operating on all patients respectively, and built the mathematical model. Based on optimal condition analysis, it designed an integrated heuristic algorithm, which combined partheno-genetic algorithm and tabu search algorithm. Furthermore, it also proposed an adaptive selection mechanism and selected individuals by which to perform mutation operation or tabu search algorithm according to the value of individual fitness and iteration of algorithm. Finally, simulation results demonstrate the efficiency of the designed algorithm and the feasibility of the adaptive selection mechanism.

Key words: operating room scheduling; partheno-genetic algorithm(PGA); tabu search(TS); adaptive selection

0　引言

作为医院医疗工作的重要保障科室，手术室不仅是医疗资源耗用最密集的单元，也是医院收入和支出的重要来源和组成部分。Jackson[1]研究结果显示手术收入占医院总收入的2/3，同时，Denton 等人[2]也指出手术室成本占医院总成本的40%以上。手术室高昂的固定资产配置，人力成本、维护成本，严重的手术室空闲状况等原因都导致了大量的无效成本支出。因此，充分发挥现有资源的能力，提高手术室资源利用率，已成为降低医院运营成本、提升医院综合效益和保证医疗服务质量的关键环节。

实现手术室资源利用率最大化的主要途径是进行合理有效的手术排程。手术排程是以特定的排程法则在一个排程周期内确定各个科室的各项手术进行的时间和地点，以及安排相应的医护人员及医疗设备的过程[3]。手术排程已经得到了学术界与医学界的普遍关注，Kwak 等人[4]最先研究手术室与术后观察室间的调度问题，利用模拟几个简单的排程法则进行排序预手术的病人，指出不同排程规则对手术室及麻醉恢复室(PACU)的利用率有显著影响；Ozkarahan 等人[5~7]采用目标规划、线性规划及混合整数规划方法以确定病人组合优化手术管理；Pham 等人[8]采用基于生产调度的方法研究手术排程问题，并采用 CPLEX 对问题进行求解。国内对手术排程的研究起步较晚，蒋安国等人[9]最早应用数学规划方法，整合各科室手术室，规划手术室开放数量，并提供手术排程方案；舒文等人[3]以手术室利用率最大化为目标，建立了目标规划模型以优化手术排程。由于手术排程问题的解空间规模与问题规模呈指数关系，采用上述精确式算法不适合求解规模较大的问题。

对于规模较大的问题，元启发式算法已经广泛应用于生产和运输调度领域，并取得了较好的成果[10,11]。本文分别选择了与手术成本相关的完成所有手术过程最长时间最小化、与病人满意度相关的完成所有手术过程平均时间最小化为手术排程优化目标，构建了手术排程数学规划模型并分析了解的最优化条件；通过综合禁忌搜索算法局部搜索能力强和单亲遗传算法全局优化能力强的优点，提出了一种将单亲遗传算法与禁忌搜索算法相结合的混合优化算法来解决手术排程问题，并为算法设计了一种自适应选择机制；最后，通过仿真实验验证了该算法的有效性。

1　问题描述及最优化条件

本文研究的手术排程问题描述如下：考虑某手术室拥有 m

收稿日期：2012-07-16；**修回日期**：2012-08-26　　**基金项目**：国家自然科学基金资助项目(70871086)

作者简介：李惠(1978-)，女，河北保定人，讲师，博士研究生，主要研究方向为医院工业工程、成本管理（lyllh2005@126.com）；蒋大奎(1981-)，男，辽宁铁岭人，博士，主要研究方向为运营管理、启发式算法.

张手术台、充足的术后观察室及医护人员,手术室集合记为 $M=\{1,2,\cdots,m\}$。在计划期内,手术室需要为 n 位病人做手术,病人集合记为 $N=\{1,2,\cdots,n\}$。如图 1 所示,手术过程分为病人等候阶段、手术阶段和术后观察阶段。病人 j 的手术时间为 p_j,术后观察时间为 q_j。病人在任何一个手术台手术时不允许中断。手术室需要对如何分配病人给各个手术台、安排病人的手术顺序及手术时间进行决策,以分别实现完成所有手术过程的最长时间最小化和平均时间最小化。为了方便起见,完成所有手术过程的最长时间最小化为目标的手术排程问题简记为 P_1,完成所有手术过程的平均时间最小化为目标的手术排程问题简记为 P_2。

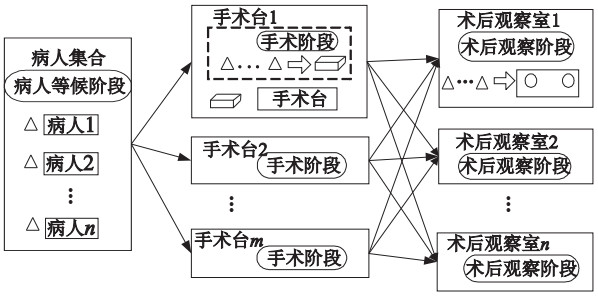

图1 手术过程示意图

为了简化问题,本文作以下假设:

a)不考虑病人从病房至手术台的时间;

b)病人手术完成后立即进入术后观察室;

c)不考虑手术台术后清洁时间;

d)不考虑病人从术后观察室返回病房的时间。

通过对解的最优化条件进行分析,本文得到以下结论。

定理 1 问题 P_1 和 P_2 存在具有以下性质的最优排程:同一张手术台上的两个病人手术之间没有空闲。

定理 2 对于问题 P_1,当病人已经分配给不同手术台后,存在满足下述性质的最优排程方案:分配给手术台 i 的所有病人,其手术排序按病人的术后观察时间降序排列,$i\in M$。

定理 3 对于问题 P_2,当病人已经分配给不同手术台后,存在满足下述性质的最优排程方案:分配给手术台 i 的所有病人,其手术排序按病人的手术时间升序排列,$i\in M$。

定理 1 的结论显然成立,定理 2 和 3 可以通过将分配给相同手术台的病人两两交换的方式进行证明。

通过定理 1,病人的手术时间可以由病人的手术顺序得到,因此,问题 P_1 和 P_2 得到简化。问题 P_1 和 P_2 的决策变量为

$x_{ijk}=1$:病人 j 在手术台 i 的倒数第 k 个位序做手术,否则为 0;

问题 P_1 和 P_2 的数学模型可以表示为

$$P_1:G_1=\min\left\{\max_{\substack{i\in M\\k\in N}}\left\{\sum_{l=kj\in N}^{n}\sum_{i\in M}x_{ijl}p_j+\sum_{j\in N}x_{ijk}q_j\right\}\right\} \tag{1}$$

$$P_2:G_2=\min\left\{\frac{1}{n}\sum_{k\in N}\sum_{i\in M}\sum_{j\in N}(kp_j+q_j)x_{ijk}\right\} \tag{2}$$

$$\text{s.t.}\quad \sum_{i\in M}\sum_{k\in N}x_{ijk}=1\quad \forall j\in N \tag{3}$$

$$\sum_{j\in N}x_{ijk}\leqslant 1\quad \forall i\in M;\forall k\in N \tag{4}$$

$$x_{ijk}\times\sum_{l=kj'}^{n}\sum_{j'\in N}x_{ij'l}=x_{ijk}\times k\quad \forall i\in M;\forall j\in N;\forall k\in N \tag{5}$$

$$x_{ijk}\in\{0,1\},\forall k\in N\quad \forall i\in M;\forall j\in N \tag{6}$$

其中:目标函数式(1)表示最小化完成所有病人手术过程的最长时间;目标函数式(2)表示最小化完成所有病人手术过程的平均时间;约束式(3)表示所有病人的手术要求均需得到满足;约束式(4)表示同一张手术台不允许同时为多个病人做手术;约束式(5)表示了同一张手术台的任意两个病人的手术之间没有空闲。

2 混合优化算法设计

对于 m 张手术台、n 位病人的手术排程问题,所有可行手术排程方案中,满足定理 1 的方案数量 r 为

$$r=\begin{cases}(m+n-1)!/(m-1) & m\neq 1\\ n! & m=1\end{cases}$$

在这 r 个手术排程方案中,有 m^n 个手术排程方案满足定理 2,记这些手术排程方案组成的集合为 Θ_1;有 m^n 个手术排程方案满足定理 3,记这些手术排程方案组成的集合为 Θ_2。显然,问题 P_1 的最优解在集合 Θ_1 中,问题 P_2 的最优解在集合 Θ_2 中。

遗传算法(genetic algorithm,GA)与禁忌搜索(tabu search,TS)算法相结合的混合优化策略是一种常用的策略[12,13],将局部搜索能力强的 TS 应用于 GA 的变异操作,能够有效克服 GA 局部搜索能力差的弱点,还能够保持 GA 全局优化能力强的优势,从而大幅度提高了全局优化和局部搜索的能力及效率。对于排序问题,采用序数编码会比非序数编码更直接、更方便。单亲遗传算法(partheno-genetic algorithm, PGA)[14]是一种基于序数编码的 GA,其仅在一条染色体上操作遗传算子,通过选择和变异操作繁殖后代,从而简化了遗传操作,提高了计算效率。因此,本文设计了一种将 PGA 与 TS 相结合的单亲遗传禁忌搜索算法(PGATS),以分别在集合 Θ_1 和 Θ_2 中搜索问题 P_1 和 P_2 的最优解。同时,为了提高算法每一次迭代的效用,本文为 PGATS 设计了一种自适应选择机制,针对种群个体的优劣情况,随着迭代次数自适应地选择个体执行不同操作。

2.1 编码结构

本文采用基于序数编码的向量组编码结构[15]对手术排程方案进行描述,其中,每张手术台由一个向量表示,病人的手术顺序由病人在向量中的存储位序表示。

以 2 张手术台 4 位病人的手术排程问题为例,若当前手术排程方案为:第 1 位病人和第 2 位病人先后在第 1 号手术台做手术;第 3 位病人和第 4 位病人先后在第 2 号手术台做手术,则向量组如图 2(a)所示;当手术排程方案作如下变更时:第 3 位病人改在第 1 号手术台的第 3 个位序做手术,则向量组作如图 2(b)所示改变。

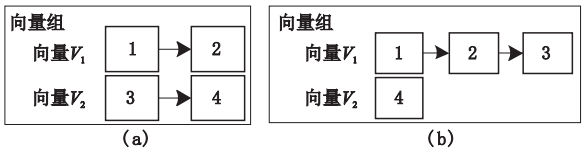

图2 向量组编码示意图

向量组转换为决策变量 x_{ijk} 的方法为:首先,设置决策变量 $x_{ijk}=0,i\in M,j\in N,k\in N$;然后,对于向量组中的每个向量 $i,i\in M$,如果存储在向量 i 第 k 个位置的元素为第 j 位病人,那么设置 $x_{ijk}=1$。

2.2　生成初始种群

对于初始种群的每个个体,本文采用以下步骤生成:

a)将所有病人随机分配给各张手术台。

b)对于问题 P_1,按定理 2 对分配给每张手术台的病人按术后观察时间降序排列;对于问题 P_2,按定理 3 对分配给每张手术台的病人按手术时间升序排列。

c)按照分配及排序结果生成向量组。

对于问题 P_1,个体的适应度函数为目标函数式(1);对于问题 P_2,个体的适应度函数为目标函数式(2)。适应值越小的个体,其适应度越高。

2.3　选择与变异操作

PGATS 只通过选择和变异操作繁殖后代。其中,选择操作采用与 TS 相同的轮盘赌方法,变异操作则采用基因移位策略[14]。根据向量组编码结构特点和解的最优化条件,本文为变异操作设计基因移位算子。

基因移位算子的具体操作步骤为:

a)在向量组中随机选取两个向量 V_x 和 V_y,$x \neq y$,且 V_x 非空;

b)在 V_x 中随机选择一个子串,将该子串移动到 V_y 的指定位置,使得移动后 V_y 的元素顺序仍然满足解的最优化条件,即对于问题 P_1,V_y 的元素顺序仍然满足定理 2;对于问题 P_2,V_y 的元素顺序仍然满足定理 3。

2.4　自适应选择机制

为了提高算法每一次迭代的效用,本文设计了一种自适应选择机制。自适应选择机制的设计思想为:在 PGATS 迭代的初始阶段,考虑到变异操作会破坏种群中优良个体的结构,因此适应度较差的个体应以较高的概率进行变异操作,适应度较高的个体则以较高的概率执行 TS;在算法迭代到一定次数后,考虑到算法容易陷入局部最优,在保持适应度较差的个体以较高概率进行变异操作的同时,需要调高适应度较高的个体进行变异操作的概率。因此,本文针对种群个体的适应度情况,随着算法的迭代过程,以一定的概率对个体自适应地选择变异操作,如式(7)所示:

$$\begin{cases} G \geqslant G_{\text{avg}} & \text{以概率 } p_1 \text{ 选择} \\ G < G_{\text{avg}} & \text{以概率 } p_2 \text{ 选择} \end{cases} \tag{7}$$

其中:G_{avg} 为当前种群中个体的平均适应度;p_1 为接近于 1 的常数;$p_2 = \exp((G - G_{\text{avg}})/t)$ 为关于迭代次数 t 的增函数。当前种群中的最优个体不执行变异操作,直接执行 TS。

2.5　禁忌搜索(TS)算法

TS 用于在当前个体的邻域中搜索优于当前个体的个体。TS 的邻域操作采用插入操作。插入操作是将向量组中任意非空向量 V_x 的任意一个元素 j 插入到向量 V_y 中,对于问题 P_1,要使插入元素 j 的 V_y 仍然符合定理 2;对于问题 P_2,要使插入元素 j 的 V_y 仍然符合定理 3,$V_x \neq V_y$。

算法的禁忌规则为:如果元素 j 被选择执行插入操作,则在接下来的 λ 代中不允许再被选择。如果经过插入操作得到比当前解更好的解,则不管该邻域是否被禁忌,都采用该邻域作为当前邻域。终止条件为连续 t' 代最优解没有改变则终止循环。

2.6　算法框架

PGATS 算法的框架如图 3 所示。

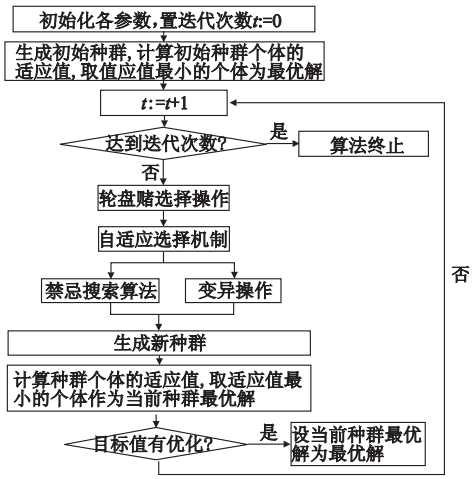

图3　PGATS算法框架

3　仿真实验及分析

3.1　算例

一个拥有 10 张手术台的手术室需要在计划期内为 200 位病人安排手术。为了避免具体算例对算法性能可信度的影响,本文通过随机方式生成以下数据:病人手术时间服从均匀分布 $U[100,1000]$,病人术后观察时间服从均匀分布 $U[500,1000]$。

3.2　不同算法比较

由于 PGA 与 TS 相结合的集成优化算法已有较多研究成果证明其有效性,本文不再赘述,本节仅对本文所提算法 PGATS 与 IBM 公司开发的商用软件 ILOG CPLEX 12.2 对随机算例进行对比实验。算法通过 Visual C++2005 实现并使用 C++标准模板库。PC 为 AMD Athlon® Ⅱ X2 245,4 GB RAM。PGATS 的参数设置如下:PGA 种群大小为 20,TS 禁忌表长度为 10,TS 候选解集大小为 10,$t = 200$,$t' = 10$,$p_1 = 0.95$。

针对五组随机算例,对问题 P_1 和 P_2 分别运算 10 次,比较结果如表 1 所示。

表 1　不同算法的比较结果

问题	算例	PGATS 最优解 B_R	PGATS 平均解 M_R	PGATS 标准差 S_R	CPLEX 平均计算时间 T_{avg}	CPLEX 解值 R	CPLEX 计算时间 T	解值偏差率/%	时间偏差率/%
P_1	1	11 909	11 934.1	19.576	2.187	11 909	20.142	0.21	-89.14
	2	11 912	11 929.1	12.957	2.295	11 912	19.231	0.14	-88.06
	3	11 912	11 937	23.4	2.308	11 904	20.143	0.27	-88.54
	4	11 907	11 930.8	16.525	2.391	11 907	19.783	0.19	-87.91
	5	11 911	11 933.6	28.025	2.314	11 911	19.894	0.18	-88.36
P_2	1	955	1 158.7	84.439	0.833	948.8	21.001	22.12	-96.03
	2	1 008.7	1 158.6	79.288	0.877	1 008.7	19.229	14.86	-95.43
	3	986.7	1 193.4	117.868	0.938	986.7	20.004	20.94	-95.31
	4	977.6	1 108.6	103.674	0.939	977.6	19.492	13.4	-95.18
	5	993.5	1 111.3	63.446	0.852	993.5	21.004	11.85	-95.94

注:解值偏差率 = $(MR - R)/R100\%$;时间偏差率 = $(T_{avg} - T)/T100\%$

由表 1 可知,对于问题 P_1,算法 PGATS 得到的平均解与 CPLEX 得到的最优解的偏差保持在 0.2% 左右,但运算时间上却缩短了约为 88%;对于问题 P_2,算法 PGATS 得到的平均解与 CPLEX 得到的最优解的偏差保持在 17% 左右,但运算时间上却缩短了约为 95%。因此,算法 PGATS 能够在较短的时间

内得到较为满意的结果。

3.3 选择机制比较

为了验证本文所提自适应选择机制的有效性,本节对采用自适应选择机制的 PGATS 与采用固定概率选择的 PGATS 进行了对比实验。在两种算法中,p_1 均取 0.95。在采用固定概率选择的算法中,概率 p_2 分别取 0.2 和 0.8。

针对五组随机算例,对问题 P_1 和 P_2 分别运算 10 次,比较结果如表 2 所示。

表 2 不同选择机制的比较结果

问题	算例	自适应				$p_2=0.2$				$p_2=0.8$			
		B_R	M_R	S_E	T_{avg}	B_R	M_R	S_E	T_{avg}	B_R	M_R	S_E	T_{avg}
P_1	1	11909	11934.1	19.576	2.187	11909	11940.5	18.911	3.995	11932	11991.8	34.123	2.111
	2	11912	11929.1	12.957	2.295	11914	11942.2	28.039	3.777	11958	11999.7	30.966	2.053
	3	11912	11937	23.4	2.308	11904	11928.8	13.198	3.6	11942	11988.4	22.237	2.147
	4	11907	11930.8	16.525	2.391	11929	11945.5	15.379	4	11990	12007.4	13.083	2.247
	5	11911	11933.6	28.025	2.314	11932	11942.9	11.628	3.759	11965	12000.5	20.962	2.276
P_2	1	955	1158.7	84.439	0.833	948.8	1293.7	95.356	0.902	1379.1	1497.9	102.811	0.847
	2	1008.7	1158.6	79.288	0.877	1103.9	1185.7	76.757	1.379	1297	1957.9	161.099	0.754
	3	986.7	1193.4	117.868	0.938	1067.2	1205.5	90.528	1.178	1123.4	1405.1	198.634	0.884
	4	977.6	1108.6	103.674	0.939	998.4	1171.8	148.563	1.229	977.6	1108.6	103.674	0.829
	5	993.5	1111.3	63.446	0.852	1132.8	1235.1	71.113	1.176	1236.5	1401.1	139.529	0.839

由表 2 可知,从解值方面考虑,采用自适应机制和采用 $p_2=0.2$ 的 PGATS 能够得到较优的解,而采用 $p_2=0.8$ 的 PGATS 得到的解值较差;从运算时间上考虑,采用 $p_2=0.8$ 的 PGATS 运算时间最短,采用自适应机制的 PGATS 次之,采用 $p_2=0.2$ 的 PGATS 运算时间最长。在 PGATS 算法的每一次迭代中,禁忌搜索会耗费较多的计算时间,因此,当 $p_2=0.2$ 时,选择执行禁忌搜索的概率较大,同时也会有更大的概率得到较优的解。再对这三种机制的收敛性进行分析。本文选取算例 2 求解 P_1 问题的一组结果进行分析,如图 4 所示,采用自适应机制后,PGATS 的搜索效率得到了较好的改善。

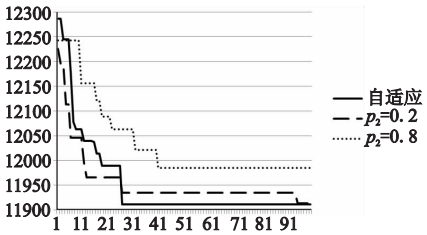

图4 三种选择机制的收敛性分析

4 结束语

针对规模较大的手术排程问题,本文分别以完成所有手术过程的最长时间最小化和完成所有手术过程的平均时间最小化为目标,建立了问题的数学模型,设计了将单亲遗传算法与禁忌搜索算法相结合的集成优化算法,并为算法设计了一种自适应选择机制以提高算法的搜索效率。

本文研究的问题中尚未考虑手术时间不确定、术后观察室或医护人员有限等情况,考虑这些情况将使问题研究更具有实际应用价值,值得进一步研究。

参考文献:

[1] JACKSON R L. The business of surgery[J]. Health Management Technology,2002,23(7):20-22.

[2] DENTON B, VIAPIANO J, VOGL A. Optimization of surgery sequencing and scheduling decisions under uncertainty[J]. Health Care Management Science,2007,10(1):13-24.

[3] 舒文,罗利. 基于目标规划的外科手术排程研究[J]. 技术与市场,2008(2):42-44.

[4] KWAK N K, KUZDRALL P J, SCHMITZ H H. The GPSS simulation of scheduling policies for surgical patients[J]. Management Science,1976,22(9):982-989.

[5] OZKARAHAN I. Allocation of surgeries to operating rooms by goal programming[J]. Journal of Medical Systems,2000,24(6):339-378.

[6] MULHOLLAND M W, ABRAHAMSE P, BAHL V. Linear programming to optimize performance in a department for surgery[J]. Journal of the American College of Surgeons,2005,200(6):861-868.

[7] JEBALI A, ATIDEL B, ALOUANE H, *et al*. Operating room scheduling[J]. Production Economics,2006,99(1):52-62.

[8] PHAM D N, KLINKERT A. Surgical case scheduling as a generalized job shop scheduling problem[J]. European Journal of Operational Research,2008,185(3):1011-1025.

[9] 蒋安国,蒋安仁,杨克平,等. 医院手术房之整合以提升其使用率[C]//经营管理论丛第一届管理与决策学术研讨会特刊. 2005.

[10] 王金鹏,朱洪俊,周俊. 最优子种群遗传算法求解柔性流水车间调度问题[J]. 计算机应用研究,2012,29(2): 442-444,526.

[11] 蒋大奎,李波. 基于禁忌搜索的平行机多工厂供应链调度[J]. 中国机械工程,2012,23(6):688-693.

[12] BCHIRA B M, HAMADI H, ZAHER M. On a parallel genetic-tabu search based algorithm for solving the graph colouring problem[J]. European Journal of Operational Research,2009,197(3):1192-1201.

[13] 黄林. 一种基于遗传禁忌混合策略的时延约束组播路由算法[J]. 运筹与管理,2010,19(6):157-164.

[14] 李茂军,童调生. 单亲遗传算法及其全局收敛性分析[J]. 自动化学报,1999,25(1):68-72.

[15] 蒋大奎,李波. 基于混合禁忌搜索算法的供应链排序问题[J]. 机械工程学报,2011,47(20):53-59.

(上接第 698 页)

[19] EVANS T S, LAMBIOTTE R. Line graphs, link partitions and overlapping communities[J]. Physical Review E,2009,80(1): 016105-016112.

[20] LÁZÁR A, ÁBEL D, VICSEK T. Modularity measure of networks with overlapping communities[J]. Europhysics Letters,2010,90(1): 18001.

[21] FARKAS I J, ÁBEL D, PALLA G, *et al*. Weighted network modules[J]. New Journal of Physics,2007,9(6):180.

[22] FARKAS I J, POLLNER P, *et al*. Directed network modules[J]. New Journal of Physics,2007,9(6):186.

[23] ALBERT R, BARABBSI A L. Statistica imechanics of complex networks[J]. Review of Morden Physics,2002,74(1):47-97.

[24] LINTON C, FREEMAN. The development of social network analysis: a study in the sociology of science[M]. Vancouver, BC: Empirical Press,2004.

[25] CHAKRABARTI S, DOM B E, GIBSON D, *et al*. Mining the link structure of the World Wide Web[J]. IEEE Computer, 1999, 32(8):60-67.

[26] ZACHARY W W. An information flow model for conflict and fission in small groups[J]. Journal of Anthropological Research, 1977, 33(4):452-473.