离散空间中正交小波分解重构算法的实现*

蒋英春
（桂林电子科技大学 数学与计算科学学院，广西 桂林 541004）

摘　要：针对目前离散空间中分解重构算法的过程较为复杂，主要研究离散空间中周期小波和非周期小波分解重构算法的实现。首先证明离散空间中的多层小波分解重构算法可以按照 Mallat 分解重构算法的塔式结构实现，从而将离散序列空间与函数空间中的小波理论联系起来；其次，举例说明离散空间中的分解重构算法比函数空间中的 Mallat 分解重构算法在滤波器的选择上更加灵活；最后，数值结果表明基于离散小波对信号进行处理在很多应用中可以取得更好的效果。

关键词：离散周期小波；离散非周期小波；分解算法；重构算法
中图分类号：TP391　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1001-3695(2013)02-0420-03
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.02.028

Realization of decomposition and reconstruction algorithms for discrete orthogonal wavelets

JIANG Ying-chun
(*School of Mathematics & Computational Science*, *Guilin University of Electronic Technology*, *Guilin Guangxi* 541004, *China*)

Abstract: In view of the complex process of the current algorithms, this paper mainly studied the realization of decomposition and reconstruction algorithms for periodic and nonperiodic wavelets in discrete spaces. Firstly, one proved that the multilevel algorithms could be realized by pyramid frame as Mallat algorithms, which connected the wavelet theory of the discrete sequence spaces to that of the function spaces. Then, it took an example to show that the decomposition and reconstruction algorithms in discrete spaces were more flexible than Mallat algorithms in function spaces. Finally, numerical experiments show better effects of discrete wavelets in some applications of signal processing .

Key words: discrete periodic wavelets; discrete nonperiodic wavelets; decomposition algorithm; reconstruction algorithm

小波分析在过去的二十多年取得了巨大成就，但大部分工作集中在函数空间，尤其是 Hilbert 空间 $L^2(R)$[1~4]。由于实际采集到的信号都是离散的，所以从应用的角度看，研究离散空间中的小波更自然，也更重要。在这一领域主要有周期和非周期两类小波，详见文献[5~9]。

虽然离散小波的理论框架基本完善，但是目前所见到的分解重构算法的实现似乎与函数空间中的 Mallat 算法不同，且过程较为复杂，这也是困扰许多应用工作者的问题。本文证明离散空间中的小波分解重构算法可以按照 Mallat 分解重构算法的塔式结构实现，而且在实际应用中比经典 Mallat 算法更加灵活有效。

1　离散周期小波的分解重构算法

设 N 为正整数，定义 N 维离散周期空间 $l^2(Z_N)=\{z=(z(0),z(1),\cdots,z(N-1):z(j)\in C,0\leqslant j\leqslant N-1)\}$，并约定 $z(j+N)=z(j),j\in Z$。在下文中 R 表示平移算子，D 和 U 分别表示下采样和上采样算子，$\tilde{z}$ 表示 z 的共轭反射，即 $\tilde{z}(n)=\overline{z(-n)}$。

设 N 可被 2^p 整除，$u_1,v_1,u_2,v_2,\cdots,u_p,v_p$ 为一组 p 阶小波滤波器序列，即 $u_l,v_l\in l^2(Z_{N/2^{l-1}})$，且对 $n=0,1,\cdots,N/2^l-1$，系统矩阵：

$$A_l(n)=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\hat{u}_l(n) & \hat{v}_l(n)\\ \hat{u}_l\left(n+\frac{N}{2^l}\right) & \hat{v}_l\left(n+\frac{N}{2^l}\right)\end{pmatrix}$$

为酉矩阵。定义 $f_1=v_1,g_1=u_1$。对 $l=2,3,\cdots,p$，递推定义 f_l，$g_l\in l^2(Z_N)$ 为

$$\begin{cases}f_l=g_{l-1}*U^{l-1}(v_l)\\ g_l=g_{l-1}*U^{l-1}(u_l)\end{cases}$$

则 $f_1,f_2,\cdots,f_p,g_p$ 为 $l^2(Z_N)$ 的 p 阶小波基，即 $B=\{R_{2k}f_1\}_{k=0}^{N/2-1}\cup\{R_{2^2k}f_2\}_{k=0}^{N/2^2-1}\cup\cdots\cup\{R_{2^pk}f_p\}_{k=0}^{N/2^p-1}\cup\{R_{2^pk}g_p\}_{k=0}^{N/2^p-1}$ 构成 $l^2(Z_N)$ 的标准正交基。因此，对 $\forall z\in l^2(Z_N)$，有展开式：

$$z=\sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1}\langle z,R_{2k}f_1\rangle R_{2k}f_1+\sum_{k=0}^{\frac{N}{4}-1}\langle z,R_{4k}f_2\rangle R_{4k}f_2+\cdots+\sum_{k=0}^{\frac{N}{2^p}-1}\langle z,R_{2^pk}f_p\rangle R_{2^pk}f_p+\sum_{k=0}^{\frac{N}{2^p}-1}\langle z,R_{2^pk}g_p\rangle R_{2^pk}g_p$$

文献[5,6]中给出的分解算法为：对 $l=1,2,\cdots,p$，有

$$x_l(k)=\langle z,R_{2lk}f_l\rangle=z*\tilde{f}_l(2^lk)=D^l(z*\tilde{f}_l)(k),k=0,1,\cdots,\frac{N}{2^l}-1$$

$$y_p(k)=\langle z,R_{2^pk}g_p\rangle=z*\tilde{g}_p(2^pk)=D^p(z*\tilde{g}_p)(k),k=0,1,\cdots,\frac{N}{2^p}-1$$

相应的重构算法为

$$z=f_1*U(x_1)+f_2*U^2(x_2)+\cdots+f_p*U^p(x_p)+g_p*U^p(y_p)$$

收稿日期：2012-06-20；**修回日期**：2012-07-30　**基金项目**：国家“863”计划资助项目(2012AA011005)；广西自然科学基金创新研究团队项目(2012jjGAG0001)；国家自然科学基金资助项目(11161014,11201094)；广西教育厅科研项目(201012M9094,201102ZD015,201106LX172)

作者简介：蒋英春(1980-)，女，山西朔州人，副教授，博士，主要研究方向为小波分析、信号处理(guilinjiang@126.com).

下面证明上述多层分解重构算法具有塔式结构,且 p 层算法的实现只依赖于 p 阶小波滤波器序列。为了简便,令 $p=2$。一方面:

$$\hat{x}_2(n)=[D^2(z*\tilde{f}_2)]^\wedge(n)=$$
$$\frac{1}{2}\left[(D(z*\tilde{f}_2))^\wedge(n)+(D(z*\tilde{f}_2))^\wedge\left(n+\frac{M}{2}\right)\right]=$$
$$\frac{1}{4}(z*\tilde{f}_2)^\wedge(n)+\frac{1}{4}(z*\tilde{f}_2)^\wedge\left(n+\frac{M}{2}\right)+$$
$$\frac{1}{4}(z*\tilde{f}_2)^\wedge(n+M)+\frac{1}{4}(z*\tilde{f}_2)^\wedge\left(n+\frac{3M}{2}\right)=$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}(n)\overline{\hat{f}_2(n)}+\frac{1}{4}\hat{z}\left(n+\frac{M}{2}\right)\overline{\hat{f}_2\left(n+\frac{M}{2}\right)}+$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}(n+M)\overline{\hat{f}_2(n+M)}+\frac{1}{4}\hat{z}\left(n+\frac{3M}{2}\right)\overline{\hat{f}_2\left(n+\frac{3M}{2}\right)}=$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}(n)\overline{\hat{u}_1(n)\hat{v}_2(n)}+\frac{1}{4}\hat{z}\left(n+\frac{M}{2}\right)\overline{\hat{u}_1\left(n+\frac{M}{2}\right)\hat{v}_2\left(n+\frac{M}{2}\right)}+$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}(n+M)\overline{\hat{u}_1(n+M)\hat{v}_2(n+M)}+\frac{1}{4}\hat{z}\left(n+\frac{3M}{2}\right)\overline{\hat{u}_1\left(n+\frac{3M}{2}\right)\hat{v}_2\left(n+\frac{3M}{2}\right)}=$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}(n)\overline{\hat{u}_1(n)\hat{v}_2(n)}+\frac{1}{4}\hat{z}\left(n+\frac{M}{2}\right)\overline{\hat{u}_1\left(n+\frac{M}{2}\right)\hat{v}_2\left(n+\frac{M}{2}\right)}+$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}(n+M)\overline{\hat{u}_1(n+M)\hat{v}_2(n)}+\frac{1}{4}\hat{z}\left(n+\frac{3M}{2}\right)\overline{\hat{u}_1\left(n+\frac{3M}{2}\right)\hat{v}_2\left(n+\frac{M}{2}\right)}$$

最后的等式成立是因为 $v_2\in l^2(Z_M)$。另一方面:

$$[D(D(z*\tilde{u}_1)*\tilde{v}_2)]^\wedge(n)=$$
$$\frac{1}{2}[D(z*\tilde{u}_1)*\tilde{v}_2]^\wedge(n)+\frac{1}{2}[D(z*\tilde{u}_1)*\tilde{v}_2]^\wedge\left(n+\frac{M}{2}\right)=$$
$$\frac{1}{2}[D(z*\tilde{u}_1)]^\wedge(n)\overline{\hat{v}_2(n)}+\frac{1}{2}[D(z*\tilde{u}_1)]^\wedge\left(n+\frac{M}{2}\right)\overline{\hat{v}_2\left(n+\frac{M}{2}\right)}=$$
$$\frac{1}{4}[(z*\tilde{u}_1)^\wedge(n)+(z*\tilde{u}_1)^\wedge(n+M)]\overline{\hat{v}_2(n)}+$$
$$\frac{1}{4}\left[(z*\tilde{u}_1)^\wedge\left(n+\frac{M}{2}\right)+(z*\tilde{u}_1)^\wedge\left(n+\frac{3M}{2}\right)\right]\overline{\hat{v}_2\left(n+\frac{M}{2}\right)}=$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}(n)\overline{\hat{u}_1(n)\hat{v}_2(n)}+\frac{1}{4}\hat{z}\left(n+\frac{M}{2}\right)\overline{\hat{u}_1\left(n+\frac{M}{2}\right)\hat{v}_2\left(n+\frac{M}{2}\right)}+$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}(n+M)\overline{\hat{u}_1(n+M)\hat{v}_2(n)}+\frac{1}{4}\hat{z}\left(n+\frac{3M}{2}\right)\overline{\hat{u}_1\left(n+\frac{3M}{2}\right)\hat{v}_2\left(n+\frac{M}{2}\right)}$$

因此,$x_2=D(D(z*\tilde{u}_1)*\tilde{v}_2)$。类似地,可得

$$y_2=D(D(z*\tilde{u}_1)*\tilde{u}_2)$$

图 1 和 2 给出分解重构算法的图示。

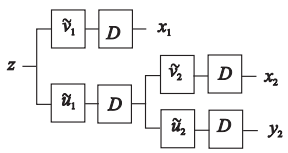

图1　二层分解

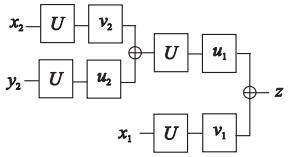

图2　二层重构

2　离散非周期小波的分解重构算法

令

$$l^2(Z)=\{z=(z(n))_{n\in Z}:z(n)\in C,\sum_n|z(n)|^2<+\infty\}$$

设 $u_1,v_1,u_2,v_2,\cdots,u_p,v_p$ 为 $l^2(Z)$ 中的一组 p 阶小波滤波器序列,即 $u_l,v_l\in l^2(Z)$, 且对 $\theta\in[0,\pi)$,系统矩阵:

$$A_l(\theta)=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\hat{u}_l(\theta) & \hat{v}_l(\theta)\\ \hat{u}_l(\theta+\pi) & \hat{v}_l(\theta+\pi)\end{pmatrix}$$

是酉矩阵。定义 $f_1=v_1,g_1=u_1$。对 $l=2,3,\cdots,p$,定义 $f_l=g_{l-1}*U^{l-1}(v_l)$, $g_l=g_{l-1}*U^{l-1}(u_l)$,则 $B=\{R_{2lk}f_l:k\in Z,l=1,2,\cdots,p\}\cup\{R_{2^pk}g_p:k\in Z\}$ 是 $l^2(Z)$ 的标准正交基,称为 p 阶小波基。

因此,对 $\forall z\in l^2(Z)$,有展开式:

$$z=\sum_{k\in Z}\langle z,R_{2k}f_1\rangle R_{2k}f_1+$$
$$\sum_{k\in Z}\langle z,R_{22k}f_2\rangle R_{22k}f_2+\cdots+$$
$$\sum_{k\in Z}\langle z,R_{2^pk}f_p\rangle R_{2^pk}f_p+\sum_{k\in Z}\langle z,R_{2^pk}g_p\rangle R_{2^pk}g_p$$

文献[5,6]中给出的分解算法为:对 $l=1,2,\cdots,p$, 有

$$x_l(k)=\langle z,R_{2lk}f_l\rangle=z*\tilde{f}_l(2^lk)=D^l(z*\tilde{f}_l)(k)$$
$$y_p(k)=\langle z,R_{2^pk}g_p\rangle=z*\tilde{g}_p(2^pk)=D^p(z*\tilde{g}_p)(k)$$

重构算法为

$$z=f_1*U(x_1)+f_2*U^2(x_2)+\cdots+f_p*U^p(x_p)+g_p*U^p(y_p)$$

事实上,上面多层分解重构算法同样具有塔式结构,不妨令 $p=2$。一方面:

$$\hat{x}_2(\theta)=[D^2(z*\tilde{f}_2)]^\wedge(\theta)=$$
$$\frac{1}{2}\left[(D(z*\tilde{f}_2))^\wedge\left(\frac{\theta}{2}\right)+(D(z*\tilde{f}_2))^\wedge\left(\frac{\theta}{2}+\pi\right)\right]=$$
$$\frac{1}{4}(z*\tilde{f}_2)^\wedge\left(\frac{\theta}{4}\right)+\frac{1}{4}(z*\tilde{f}_2)^\wedge\left(\frac{\theta}{4}+\frac{\pi}{2}\right)+$$
$$\frac{1}{4}(z*\tilde{f}_2)^\wedge\left(\frac{\theta}{4}+\pi\right)+\frac{1}{4}(z*\tilde{f}_2)^\wedge\left(\frac{\theta}{4}+\frac{3\pi}{2}\right)=$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}\left(\frac{\theta}{4}\right)\overline{\hat{f}_2\left(\frac{\theta}{4}\right)}+\frac{1}{4}\hat{z}\left(\frac{\theta}{4}+\frac{\pi}{2}\right)\overline{\hat{f}_2\left(\frac{\theta}{4}+\frac{\pi}{2}\right)}+$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}\left(\frac{\theta}{4}+\pi\right)\overline{\hat{f}_2\left(\frac{\theta}{4}+\pi\right)}+\frac{1}{4}\hat{z}\left(\frac{\theta}{4}+\frac{3\pi}{2}\right)\overline{\hat{f}_2\left(\frac{\theta}{4}+\frac{3\pi}{2}\right)}=$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}\left(\frac{\theta}{4}\right)\overline{\hat{u}_1\left(\frac{\theta}{4}\right)\hat{v}_2\left(\frac{\theta}{2}\right)}+\frac{1}{4}\hat{z}\left(\frac{\theta}{4}+\frac{\pi}{2}\right)\overline{\hat{u}_1\left(\frac{\theta}{4}+\frac{\pi}{2}\right)\hat{v}_2\left(\frac{\theta}{2}+\pi\right)}+$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}\left(\frac{\theta}{4}+\pi\right)\overline{\hat{u}_1\left(\frac{\theta}{4}+\pi\right)\hat{v}_2\left(\frac{\theta}{2}\right)}+\frac{1}{4}\hat{z}\left(\frac{\theta}{4}+\frac{3\pi}{2}\right)\overline{\hat{u}_1\left(\frac{\theta}{4}+\frac{3\pi}{2}\right)\hat{v}_2\left(\frac{\theta}{2}+\pi\right)}$$

另一方面:

$$[D(D(z*\tilde{u}_1)*\tilde{v}_2)]^\wedge(\theta)=\frac{1}{2}[D(z*\tilde{u}_1)*\tilde{v}_2]^\wedge\left(\frac{\theta}{2}\right)+$$
$$\frac{1}{2}[D(z*\tilde{u}_1)*\tilde{v}_2]^\wedge\left(\frac{\theta}{2}+\pi\right)=\frac{1}{2}[D(z*\tilde{u}_1)]^\wedge\left(\frac{\theta}{2}\right)\overline{\hat{v}_2\left(\frac{\theta}{2}\right)}+$$
$$\frac{1}{2}[D(z*\tilde{u}_1)]^\wedge\left(\frac{\theta}{2}+\pi\right)\overline{\hat{v}_2\left(\frac{\theta}{2}+\pi\right)}=$$
$$\frac{1}{4}\left[(z*\tilde{u}_1)^\wedge\left(\frac{\theta}{4}\right)+(z*\tilde{u}_1)^\wedge\left(\frac{\theta}{4}+\pi\right)\right]\overline{\hat{v}_2\left(\frac{\theta}{2}\right)}+$$
$$\frac{1}{4}\left[(z*\tilde{u}_1)^\wedge\left(\frac{\theta}{4}+\frac{\pi}{2}\right)+(z*\tilde{u}_1)^\wedge\left(\frac{\theta}{4}+\frac{3\pi}{2}\right)\right]\overline{\hat{v}_2\left(\frac{\theta}{2}+\pi\right)}=$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}\left(\frac{\theta}{4}\right)\overline{\hat{u}_1\left(\frac{\theta}{4}\right)\hat{v}_2\left(\frac{\theta}{2}\right)}+\frac{1}{4}\hat{z}\left(\frac{\theta}{4}+\frac{\pi}{2}\right)\overline{\hat{u}_1\left(\frac{\theta}{4}+\frac{\pi}{2}\right)\hat{v}_2\left(\frac{\theta}{2}+\pi\right)}+$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}\left(\frac{\theta}{4}+\pi\right)\overline{\hat{u}_1\left(\frac{\theta}{4}+\pi\right)\hat{v}_2\left(\frac{\theta}{2}\right)}+$$
$$\frac{1}{4}\hat{z}\left(\frac{\theta}{4}+\frac{3\pi}{2}\right)\overline{\hat{u}_1\left(\frac{\theta}{4}+\frac{3\pi}{2}\right)\hat{v}_2\left(\frac{\theta}{2}+\pi\right)}$$

因此,$x_2=D(D(z*\tilde{u}_1)*\tilde{v}_2)$,$y_2=D(D(z*\tilde{u}_1)*\tilde{u}_2)$。

$l^2(Z)$ 中的多层分解重构算法与 $l^2(Z_N)$ 中的算法具有相同的结构,只是所使用的 p 阶小波滤波器序列不同而已。而且 $l^2(Z)$ 中的 p 阶小波滤波器可取重复滤波器,即 $u_l=u,v_l=v$,而 $l^2(Z_N)$ 中的 p 阶小波滤波器不能取重复滤波器。

3　对比分析

由上面分析可以看出,利用离散空间中的小波对信号进行分解要比函数空间中的小波分解更具灵活性,具体表现为:

a)函数空间中的小波分解一旦小波基选定,多层分解过程中各层所使用的低通滤波器和高通滤波器均相同。而在离散空间中,图 1 的分解过程表明各层分解可使用不同的滤波器。

b)在离散空间 $l^2(Z)$ 中,当取重复滤波器,即

$$u_l=u,v_l=v\quad l=1,2,\cdots,p$$

而且 u 和 v 分别为函数空间中某正交小波的低通和高通滤波器时,图 1 的分解过程即为函数空间中的 Mallat 分解。但并不是所有的重复滤波器中的小波生成元(u,v)都对应函数空间中的某个正交小波。

例 1

$$u=\frac{1}{\sqrt{2}}\delta_0+\frac{1}{\sqrt{2}}\delta_3,\ v=\frac{1}{\sqrt{2}}\delta_0-\frac{1}{\sqrt{2}}\delta_3$$

容易验证它们的系统矩阵为酉矩阵。另设

$$\phi(x)=\begin{cases}\frac{1}{3},0\leqslant x<3\\ 0,x<0\text{ 或 }x\geqslant 3\end{cases}$$

则有细分方程 $\varphi(x)=\varphi(2x)+\varphi(2x-3)$。但是可以验证 $\{\varphi(x-k):k\in Z\}$ 不是正交的,所以 u 并不是函数空间中某正交小波的低通滤波器。

下面选取一段语音信号(图 3(a)),加入强度为 0.05 的噪声(图 3(b)),然后对其作三层小波分解后进行阈值消噪。图 3 给出了基于不同小波的消噪效果。图 3(c) ~ (e)和(f)分别是三层小波分解均选用 db3、db4、db5 和 db6 小波的消噪结果,(g)和(h)是三层小波分解分别选用 db3、db4、db5 和 db4、db5、db6 的消噪结果。

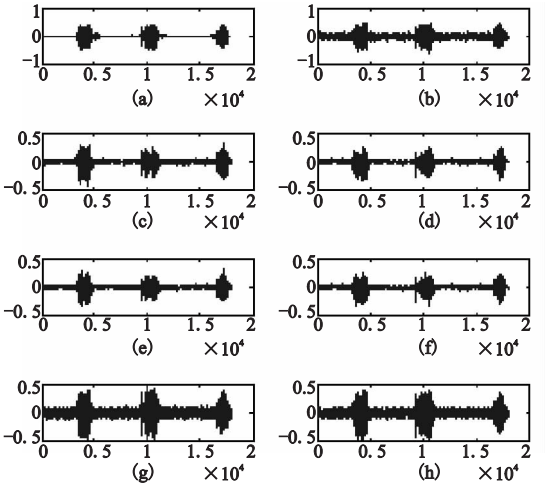

图3 基于不同小波的消噪结果

为了对比以上六种算法的去噪效果,选取信噪比(SNR)、均方误差(RMSE)和剩余噪声标准偏差(RNSD)作为去噪性能的对比指标。去噪后,SNR 越大,RMSE 和 RNSD 越小,则去噪信号就越接近原始信号,去噪效果和质量就越好。表 1 给出以上算法的指标对比,结果表明:各层使用不同小波去噪后 SNR 大,RMSE 和 RNSD 小,消噪效果优于各层均使用同一种小波。事实上,小波函数 dbn 中的 n 反映的就是小波函数的消失矩,消失矩越高,将使小波变换之后的高频小波系数越小,小波分解后的能量也就越集中。因此,通常总是选用消失矩较高的小波函数,但并不是消失矩的阶数越高越好,随着消失矩的增加,一个负面的影响是其支撑长度变大,使得对边缘信息和奇异点的定位不准确,且运算量增加。同时,不同的信号对消失矩的要求不一样,同一信号在不同分解层对消失矩的要求也不一样,目前还没有一个关于如何选取消失矩的准则。尽管如此,上述实验结果说明:在很多情况下,各层分解选择不同的小波基进行小波变换可以取得更好的处理效果,同时避免了额外的运算量。

表 1 指标对比

指标	图像 3					
	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)
SNR	2.988 3	4.258 0	4.389 9	4.231 0	4.452 5	4.410 2
RMSE	0.049 1	0.042 4	0.041 7	0.042 9	0.041 4	0.041 6
RNSD	6.597 2	5.703 6	5.619 0	5.728 3	5.579 2	5.602 1

4 结束语

本文首先证明了离散空间中的周期小波和非周期小波变换同样可以按照 Mallat 算法的塔式结构实现,从而将离散小波分析与连续小波分析的实现联系起来;其次,通过对比分析说明离散小波变换在滤波器的选择上更加灵活;最后,数值算例表明,在实际应用中可以考虑在多层小波分解中选用不同的小波函数,在很多情况下可以取得更好的处理效果。本文结果还有需要改进的地方,即没有一个标准来确定什么样的信号适合在不同分解层上选择不同的小波。

参考文献:

[1] DAUBECHIES I. Ten lectures on wavelets[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics,1992.

[2] 张德丰. MATLAB 小波分析[M]. 北京:机械工业出版社,2012.

[3] 王大凯,彭进业. 小波分析及其在信号处理中的应用[M]. 北京:电子工业出版社,2006.

[4] MALLAT S. 信号处理的小波导引:稀疏方法[M]. 戴道清,杨力华,译. 北京:机械工业出版社,2012.

[5] 陈仲英,巫斌. 小波分析[M]. 北京:科学出版社,2007.

[6] FRAZIER M W. An introduction to wavelets through linear algebra [M]. New York: Springer, 1999.

[7] 彭宝瑜. 二维离散点集上的小波[D]. 西安:西安建筑科技大学,2010.

[8] 蒋英春,刘有明. 离散空间 $l^2(Z)$ 中正交小波系的完备性[J]. 数学学报,2006,49(5): 1075-1085.

[9] 蒋英春,刘勇. 离散正交小波的性质兼容性[J]. 北京工业大学学报,2006,32(4): 375-379.

(上接第 419 页)

[7] CHANG F, DEAN J, GHEMAWAT S, *et al*. Bigtable: a distributed storage system for structured data[C]//Proc of the 7th USENIX Symposium on Operating Systems Design and Implementation. New York: ACM Press,2006:205-218.

[8] HadoopMapReduce [EB/OL]. (2012-04-12). http://wiki.apache.org/hadoop/HadoopMapReduce.

[9] 陆嘉恒. Hadoop 实战[M]. 北京:机械工业出版社,2012.

[10] ZAHARIA M, KONWINSKI A, JOSEPH A D, *et al*. Improving mapReduce performance in heterogeneous environments[C]//Proc of the 8th USENIX Conference on Operating Systems Design and Implementation. Berkeley, CA: USENIX Association,2008:29-42.

[11] HE Chen, LU Ying, SWANSON D. Matchmaking: a new mapreduce scheduling technique[C]//Proc of the 3rd IEEE International Conference on Cloud Computing Technology and Science. Washington DC: IEEE Computer Society,2011:40-47.

[12] ZHANG Xiao-hong, ZHONG Zhi-yong, FENG Sheng-zhong, *et al*. Improving data locality of Mapeduce by scheduling in homogeneous computing environments [C]//Proc of the 9th IEEE International Symposium on Parallel and Distributed Processing with Applications. Washington DC: IEEE Computer Society,2011:120-126.

[13] POLO J, CARRERA D, BECERRA Y, *et al*. Performance-driven task co-scheduling for mapreduce environments[C]//Proc of the 12th IEEE/IFIP Network Operations and Management Symposium. Piscataway: IEEE Press,2010:373-380.

[14] RAO B T, SRIDEVEI N V, REDDY V K, *et al*. Performance issues of heterogeneous Hadoop clusters in cloud computing[J]. Global Journal Computer Science & Technology,2011,11(8):81-87.

[15] ANANTHANARYANAN G, KANDULA S, GREENBERG A, *et al*. Reining in the outliers in MapReduce clusters using mantri[C]//Proc of the 9th USENIX Conference on Operating Systems Design and implementation. Berkeley, CA: USENIX Association,2010: 1-16.