同时送取货车辆路径问题算法研究综述*

王科峰^{1,2}, 叶春明¹, 李永林¹

(1. 上海理工大学 管理学院, 上海 200093; 2. 河南理工大学 能源科学与工程学院, 河南 焦作 454000)

摘要: 针对同时送取货车辆路径问题的研究算法进行了评述。将该问题的求解方法分为精确算法、构造型启发式、现代启发式以及并行算法四个大类。从算法的原理、性能、适用环境, 以及算法之间差异性等方面对各类算法进行了较为全面的介绍。最后, 说明了 VRPSDP 算法研究在节点具有双重需求车辆路径问题理论研究方面的意义, 并提出未来 VRPSDP 算法研究的两个发展方向, 即适合多处理器上运行的并行现代启发式算法, 以及有效的混合算法如量子行为粒子群算法。

关键词: 车辆路径问题; 同时送取货; 精确算法; 构造型启发式算法; 现代启发式算法; 并行算法

中图分类号: O221; U116.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2013)02-0334-07

doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2013.02.004

Algorithm review of vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup

WANG Ke-feng^{1,2}, YE Chun-ming¹, LI Yong-lin¹

(1. Business School, University of Shanghai for Science & Technology, Shanghai 200093, China; 2. School of Energy Science & Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo Henan 454000, China)

Abstract: This paper gave a review about the algorithms for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup (VRPSDP). It divided the solving methods into four main classes: exact algorithm, constructive heuristics algorithm, meta-heuristics algorithm, and parallel algorithm. It also gave the detail introductions of the algorithms from the principle, performance, application environment, and the differences between them. In the end, it introduced the significance of the algorithm research of VRPSDP in the theory development of the vehicle routing problem with node having double demands. After that, it proposed two research directions in the future, which were parallel metaheuristics based on multiple processors, and the effective hybrid algorithm such as quantum-behaved particle swarm optimization.

Key words: vehicle routing problem; simultaneous delivery and pickup; exact algorithm; constructive heuristic algorithm; modern metaheuristics algorithm; parallel algorithm

0 引言

随着人们对环境问题给予越来越多的关注, 关于要求私营企业保护环境的法律条文相继地增加, 而减少废物的排放量和能源的消耗成为相关法律规定的两个主要内容。由于能源消耗直接关系到企业成本, 所以一直受到企业界的重视。随着新的法律法规的制定, 以及人们社会责任感的增强, 也使得废物的排放问题逐渐成为人们关注的焦点。

为了尽量减少废弃物的排放, 使用过的商品在它们生命周期结束的时候可以被部分或全部回收、拆卸、组装得以重新使用。此外, 包装和装载设备也可以再循环使用。许多国家已经就原材料的再循环率、产品包装的回收, 甚至产品全部生命周期(包括义务进行产品使用期结束后的回收), 对工业界提出一系列强制性的要求。所有这些活动导致了原材料从终端客户回溯到上游供应链的流动。

如果将正向和逆向物流分开考虑, 对于每一个方向, 是一个标准的车辆路径问题(VRP)。但是分开执行正向、逆向操作

可能会导致不必要的车辆被使用, 因此可以通过将在客户处的送货和取货两种操作同时进行来避免这种情况的发生。另外, 受环境保护意识的影响, 许多实际问题中, 顾客具有送货、取货两种需求, 考虑到操作的复杂程度, 他们可能不会接受两种需求被分开服务, 而同时执行送货、取货两种服务可以在很大程度上减少这种操作复杂度, 因此顾客要求只能被服务一次。以上问题的解决归结为求解同时送取货车辆路径问题(vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup, VRPSDP)。VRPSDP最早是由 Min^[1]在1989年提出的, 它是经典VRP的一个变种。但是与经典VRP所不同的是, 在VRPSDP中, 客户节点既具有送货需求(delivery demand), 也具有取货需求(pickup demand)。两种需求的大小都不超过车辆的容量, 当车辆服务客户的时候, 同时执行送货、取货两种操作从而保证每个客户只被服务一次。其目标是最小化总的行驶路径长度。正如上文所述, VRPSDP中客户节点具有发货、收货两种需求, 并且一辆车对节点的服务只能一次性完成, 这就导致车辆在访问这些节点的过程中的负载并不是像VRP中那样单调变化,

收稿日期: 2012-07-03; **修回日期:** 2012-08-19 **基金项目:** 国家教育部人文社会科学规划基金资助项目(10YJA630187); 高等学校博士点基金资助项目(20093120110008); 河南省自然科学基金资助项目(122300410347)

作者简介: 王科峰(1980-), 女, 河南安阳人, 博士研究生, 主要研究方向为车辆路径优化、物流系统优化(kthere@126.com); 叶春明(1964-), 男, 安徽宣城人, 副院长, 教授, 博导, 主要研究方向为工业工程、供应链管理; 李永林(1983-), 男, 山东青岛人, 博士研究生, 主要研究方向为生产调度、智能算法。

而是呈现不规则变化。所以 VRPSDP 解的负载能力可行性控制是区别于 VRP 求解的难点所在。

VRPSDP 在现实生活中也广泛存在。例如,在饮料工业中,空瓶必须被回收;在杂货店,特制的托盘或容器可重复用来运输商品。还有因为法律强制公司对产品的整个生命周期负责,因此他们对产品整个生命周期进行控制,进而提高返回产品的质量,这就需要周期性地替换放出去的产品,而执行这种替换的车辆路径问题也是 VRPSDP。另外,铸造厂用来形成模具的沙子在使用以后含有有毒物质,不能随意丢弃,而是应该对其循环再利用,因此对于已经使用过的材料的收集和净化过的可重新使用的材料的发送需要确定车辆路径。

由此可见,VRPSDP 在逆向物流领域应用广泛,这促使学者们竞相投入到对它的研究中来。VRPSDP 自提出以来至今 20 多年已经取得了大量的研究成果,随着 VRPSDP 的研究成果不断增长,对其求解方法进行整理就显得尤为必要。本文分别从精确算法、构造型启发式、现代启发式及并行算法四个方面对 VRPSDP 问题的算法原理进行了全面的梳理概括。

1 精确算法

由于车辆路径问题是一个比较复杂的组合优化问题,在问题中节点个数很多的情况下,许多启发式算法的求解都会变得非常缓慢而且得不到比较好的解。因为割平面的引入可将分支定界算法中树的尺寸大量缩减,在采用分支定界算法的时候加入割平面可以起到加速计算的作用,而列生成法在处理大规模问题的时候具有明显的优势。因此关于车辆路径问题精确算法的研究主要是围绕着分支定界(branch-and-bound)和列生成法(column generation)而发展的,于是有了分支切割(branch-and-cut)、分支定价(branch-and-price)算法。下面对它们的求解原理以及在 VRPSDP 中的应用加以介绍。

1.1 分支切割算法

整数线性规划的一个强有效不等式是它所有整数可行解的凸包中的一个面,如果凸包的所有面都已知,那么就可以通过求解在此凸包上的线性规划问题得到原整数线性规划问题的最优解(因为最优解一定在凸包的某个面上)。然而将整数可行解凸包中所有的面全部找出并不是件容易的事,尤其是 NP 难问题,这种问题面的数量是指数量级的,所以求解 NP 难问题是不会考虑将所有面对应的有效不等式找出再进行求解的。后来人们发现,如果在分支定界的框架内在某些节点处引入有效不等式(割平面),这样就可以大大减少分支的数量,从而提高搜索效率,加速算法收敛。正是基于这种思想,在 20 世纪 80 年代,产生了分支切割算法^[2,3]。分支切割算法的基本思想如下:

对于一个节点,首先求解其松弛问题(relaxed problem-RP)。如果 RP 不可行,则删掉此节点,并去寻找另外的没有搜索过的节点(active node);如果 RP 可行,先逐个检查割是否被违背,如果有一个割被违背,则将其加入 RP,重新求解。如此进行直到所有割都满足。如果在把所有割都加入之后重新求解问题不可行,说明这个节点不可行,将此节点删除,并去寻找另外的 active nodes。如果 RP 问题可行且所有割都满足,则进一步检查解的整数可行性。如果整数可行,则分两种情况:目标函数好于或者等于当前上界的,则更新当前节点目标值为当前上界,并选择新的 active node 继续搜索;如果目标函数坏于当前上界的,则删除此节点,并选择新的 active node 继续搜索。如果整数不可行,则根据某个非整数变量分支,生成子节点。

采用分支切割算法求解问题效果的好坏与割平面的选取和加入时机、分支策略选择、节点选择、割池管理等因素都有很大的关系。Mitchell^[4]讨论了一些利用分支切割算法成功求解组合优化问题的技巧。Lysgaard 等人^[5]针对 VRP 提出了一系列割平面的划分算法,同时对所采用分支切割算法的诸要素进行了讨论。文献[5]中的割平面包括 rounded capacity inequalities (RCIs)、framed capacity inequalities (FCIs)、generalized capacity inequalities (GCIs)、comb inequalities (CIs)、multistar inequalities (MIs)、partial multistar inequalities (PMIs)、hypotour inequalities (HIs)等,生成这些割平面的划分算法形成了一个 CVRPSEP 包^[6],并被用在求解其他 VRP 时产生割平面。

最近 Subramanian 等人^[7]建立了 VRPSDP 的无向和有向的两商品流模型,并与单商品流模型进行理论方面的比较。基于这三个模型,又分别采用 CVRPSEP 包得到了 RCI、MI 和 CI 作为割平面加入分支切割算法,结果表明无向两商品流模型能够持续得到较好的解。他们^[8]还提出了一种新的以边访问次数为决策变量的数学模型,并建立了一个 lazy 约束来消减路径上的不可行性。随后采用 CVRPSEP 包得到了 MI 和 CI 作为割平面,并采用分支切割算法进行求解。

最后需要注意的是,切割分支和分支切割算法是有区别的,前者是只在根节点处加入割平面。虽然切割分支法对于许多整数规划问题是一个不错的方法,但是对于比较复杂的问题,它没有分支切割算法求解能力强大。关于两者计算性能的讨论可以参看文献[9]。

1.2 列生成算法

列生成方法也称做修正单纯形法,是一种用来求解大规模线性规划(linear program, LP)问题的计算技术。当问题变量个数巨大的情况下,想将原 LP 问题的所有列写出或产生出来都是非常困难的,更不可能在采用单纯型方法求解的时候检查出哪一列应该成为进基列。然而,列生成方法解决了这一问题。

将原 LP 称为主规划(master program, MP)问题,列生成法求解大规模 LP 问题时,只需要研究受限制的 MP (restricted master program, RMP)问题。初始 RMP 问题中只包含原 MP 问题的一部分列,它们由 MP 问题的一个可行基本解中包含基变量的一组列构成。然后利用 RMP 问题的对偶变量构造定价子问题,确定 MP 问题的检验数的最小值。如果检验数最小值非负,则原问题达到最优,此时 RMP 问题也达到最优,且其最优解中将非基变量赋零即可扩充为原问题的最优解;如果检验数最小值为负,则将此列加入 RMP 问题的列中,并将此列作为进基列,同时选择出基列,进行换基。更新 RMP 问题,构成的新基用来重新求解子问题,如此循环下去,直到定价子问题的目标值非负。详细的算法步骤可参见文献[10,11]。

正是因为列生成方法这种将问题化繁为简的特点,使得它被广泛应用于大规模整数线性规划(integer linear program, ILP)、混合整数线性规划(mixed integer linear program, MILP)问题的求解过程中。

1.3 分支定价算法

分支定价算法是一种求解大规模 ILP 和 MILP 问题的方法。它的求解过程可以概括为:在分支定界法的框架下,在搜索树的每个节点使用列生成法求解松弛的 LP 问题。由于选择进基的列是在求解定价子问题的过程中产生的,因此称为分支定价算法。

Wilhelm^[12]将求解整数规划问题的列生成算法(用来求解整数规划问题的列生成法就是指分支定价算法)划分为三种

类型,并针对每一种类型给出了具有代表性的实例。文献[12]中将带时间窗 VRP (VRPTW) 的列生成算法归类为第二种类型,即采用定价子问题(price out problem, POP)与 RMP 问题的交互作用来确定需要加入的列。文中将 POP 转换为一个受约束的最短路,并采用动态规划算法来求解松弛的 POP,进一步讨论了分支策略。

Dell'Amico 等人^[13]为 VRPSDP 建立了一个单商品流模型,采用了 Dantzig-Wolfe 分解方法将问题分解为 MP 问题和一个定价子问题。对于定价子问题,采用了动态规划算法和状态空间松弛的方法进行求解并确定进基列。作为分支定价算法关键步骤之一的分支策略,文献[13]也对其进行了讨论。李晨^[14]也采用 Dantzig-Wolfe 分解和双向动态规划方法对带有协作机制的 VRP 进行了研究。

分支定价算法中很重要的一步是根节点的初始化。通常情况下,研究者们往往会应用启发式算法来生成初始列。启发式算法求得原 LP 问题的一个可行基本解,选取这个解中包含基变量的一组列构成根节点 RMP 问题的初始列。

尽管割平面及列生成技术的引入已经使得基于分支定界框架的精确算法的求解速度得到很大的提高,但是实验表明,相对于现在层出不穷的各种启发式算法,其求解耗时还是要高很多,尤其是在求解大规模的 VRP 时,在有限合理的时间要求内更不宜采用精确算法求解。而后者虽然速度快,但是不能保证得到的是最优解。所以两种方法各有所长,可以针对具体的需求环境选用不同的算法。

2 构造型启发式算法

构造型启发式算法通过为决策变量逐渐赋值进行解的构造。这类启发式算法的优点是计算复杂度较低,能够很快求出可行解,缺点是算法求得的可行解与最优解之间差距较大,因此一般作为寻求初始可行解的算法。但是如果算法设计合理,能够求出比较好的初始可行解,则非常有利于进一步优化。

2.1 先群聚后确定路径式

文献[1]研究了1个中心图书馆和22个分图书馆之间图书的收、发问题,并提出了一个先群聚后确定路径(cluster first and route second)的求解方法。算法首先按照一定的规则,将客户节点分成群,一个群中的每个客户由一辆车服务,然后对每一个群求解旅行商问题(travelling salesman problem, TSP)以确定路径。如果得到的解是不可行的,对超载边进行惩罚,重新求解 TSP。

2.2 插入式

Dethloff^[15]提出了基于剩余容量概念的最小费用插入式启发式算法。这种方法从构造一条新的路径开始,初始路径上不包含任何顾客,只包含服务中心两次,第一次是起点,第二次是终点。然后,计算每个尚未访问的顾客对每个可行的插入位置的插入费用。选取具有最小插入费用的位置将顾客插入,重复此过程,直到这条路径不能再插入顾客,再开始一条新的初始路径,直到最终所有顾客都被插入到各自的路径中,算法终止。

VRPSDP 最经典的插入式方法是将正向和逆向物流分开考虑。先只考虑发送需求,求解对应的 VRP。接着对 VRP 路径上的边插入具有接收需求的节点,一次只插入一个节点,直到所有具有接收需求的节点消失。这是一种单节点插入式方法。Salhi 等人^[16]将单节点插入式思想拓展到 cluster-insertion (群插入式),测试了四个插入式方法,即 1-insertion、2-inser-

tion、connected-graph-cluster-insertion (连通图插入式)和 complete-graph-cluster-insertion (完全图插入式)。

为方便测试算法性能,文献[15,16]各给出了一套 VRPSDP 的算例。通过算例测试表明,文献[15]的基于剩余容量的插入式算法其运算结果总体好于文献[16]中提出的方法。

2.3 发送、接收需求整合式

插入式算法对于小规模的问题比较有效,当问题规模增大时,需要考虑插入的节点增多,算法的计算复杂度也增加得很快。

Salhi 等人^[17]提出了将发送、接收需求整合考虑的一种启发式算法。算法首先求出问题的弱可行初始解,接着在维持解的弱可行性的基础上采用一系列操作改进问题的弱可行解。然后采用一系列操作将弱可行解变得强可行。最后在维持解的强可行的基础上改进强可行解。实验表明,这种将收、发两种需求整合考虑的方法无论从求得结果还是求解速度方面都优于文献[16]中基于插入的方法。

3 现代启发式算法

以上探讨了精确算法及比较容易的构造型启发式算法,接下来介绍现代启发式算法。现代启发式方法是一类求解 NP 难组合优化问题的近似方法。它具有跳出局部最优搜索的能力,从而能够有效找到近似最优或精确最优解。

3.1 邻域搜索算法

邻域搜索算法也称做局部搜索(local search)算法,在每一次迭代时,通过搜索当前解的邻域,得到改善的解。一般情况下,邻域越大,得到的局部最优解的质量越好,最后得到的解的精确度就越高。但是,邻域越大,就会花费更长时间进行搜索,所以单单考虑在一个较大的邻域内搜索不一定是一个有效的方法。因此对于邻域搜索算法,需要探讨使其既能在较大的邻域内搜索又能够比较快地找到近似或精确最优解的方法。目前常见的邻域搜索算法有下面几类。

3.1.1 可变邻域下降算法

可变邻域算法,就是指在算法的搜索过程中,邻域是不断变化的。可变邻域下降(variable neighborhood descent, VND)算法的基本思想是对于一组邻域结构 $N_1, \dots, N_{k_{\max}}$,从第一个邻域结构 N_1 开始搜索,如果局部最优解没有得到改善,就进入下一个邻域结构,否则就更新局部最优解再重新从邻域结构 N_1 开始搜索。这种方法因为局部最优解是逐渐减小的,因此称为可变邻域下降算法。

Bianchessi 等人^[18]提出了用 VND 算法求解 VRPSDP。他们也将禁忌搜索算法(tabu search, TS)和 VND 算法相结合提出了求解 VRPSDP 的混合算法。在邻域结构构造过程中,基于节点交换与基于边交换的操作均被采用。Crispim 等人^[19]提出了基于 TS 和 VND 的混合算法求解 VRPSDP。这也是首次将现代启发式算法用于求解 VRPSDP 问题。除了引进禁忌搜索之外,此混合算法区别于简单的 VND 算法的地方是在 3.1.2 节的步骤 d)中,后者是只要没有发生改进邻域结构就改变,而前者没有发生改进的迭代数达到一定限制的时候邻域结构才发生改变。

3.1.2 可变邻域搜索算法

Hansen 等人^[20]给出了可变邻域搜索算法(variable neighborhood search, VNS)的一般规则:

a) 初始化。先选定算法搜索过程中所用到的邻域结构 $N_k' (k=1, \dots, k'_{\max})$; 找到一个初始解 x ; 选择停机标准。

b) $k=1$ 。

c) 在 x 的第 k 个邻域 $N_k'(x)$ 中随机产生一个点 x' 。

d) 局部搜索。将 x' 作为初始解,在当前邻域内的小范围内(邻域嵌套)进行局部搜索,记 x'' 为所得到的局部最优解。

e) 如果由 x'' 对应的局部最优值好于 x 对应的目标值,令 $x \leftarrow x''$, $k=k+1$, 转 c); 否则令 $k \leftarrow k+1$, 转 c), 直到 $k=k_{\max}$, 算法停止。

通过步骤 d) 和 e) 的操作,在 c) 中初始解的一些好的特点(即已经达到最优值的变量)被保留下来并被用来产生有价值的邻域解 x' 。VNS 与 VND 的区别可以概括为:当邻域发生嵌套时,采用可变邻域搜索的算法称为 VNS;当邻域互为补充时,采用可变邻域搜索的算法称为 VND。上述基本可变邻域搜索本身是一个下降算法,对它还可以进行修正产生其他的变种,这一点在文献[20]中也有说明。

3.1.3 大邻域搜索算法

大邻域搜索(large neighborhood search)是可变邻域搜索的一种特殊情形。所不同的是可变邻域搜索是在一系列同种类型不同深度(即按照与当前初始解距离递增的原则构造的可变邻域结构)的邻域上进行搜索,而大邻域搜索是一系列结构不同的邻域。Ropke 等人^[21]将带回程的车辆路径问题的变种(包括 VRPSDP)用一个统一的模型来表示,并提出了求解它们的大邻域搜索算法。

3.2 禁忌搜索算法

禁忌搜索是一种已经被广泛使用的启发式算法,对于 VRPSDP 也不例外。TS 算法与一般的邻域搜索算法不同的地方主要在于三个概念的引入:禁忌表、禁忌长度和特赦准则。Montane 等人^[22]为求解 VRPSDP 提出了一个由路径间的 relocation、interchange、cross 操作和路径内的 2-opt 操作构成邻域结构的禁忌搜索算法,同时给出了一套求解 VRPSDP 的算例,并和文献[15,16]中的算例一起被大多数 VRPSDP 的研究者作为标准测试算例。Wassan 等人^[23]提出了一个包含 shift、swap、reverse 这些邻域结构的活性的禁忌搜索算法。所谓活性指的是禁忌表的长度根据解的重复率进行动态调整,这和以往的禁忌长度固定是不一样的。这种对禁忌列表尺寸的动态控制使得受之引导的搜索实现强化和多样化之间的平衡。

当把禁忌搜索的思想和其他邻域搜索准则一同使用时,这就形成了许多混合算法,例如上一章介绍的 TS + VND 算法。Chen 等人^[24]也提出了将禁忌搜索和一个基于 record-to-record travel 局部搜索准则相结合的算法。该方法在构造邻域结构时使用了 2-opt、2-exchange、or-opt 以及一系列 swap 和 shift 操作。Zachariadis 等人^[25]提出了一个将禁忌搜索和有导向的局部搜索相结合的混合算法。带有导向的局部搜索使得搜索过程具有正反馈特性,即能保证较好的解得到强化,有利于搜索向着好的方向进行。另外,Gribovskaja 等人^[26]在只使用一辆车的情形下为 VRPSDP 设计了 TS 算法。

3.3 群体智能算法

群体智能算法是基于群体行为对给定的目标进行寻优的启发式搜索算法,其寻优方式的实现是通过整个智能群体的总体优化特征来体现的,其寻优过程具有随机、并行、分布式等特点。

3.3.1 蚁群算法

蚁群算法(ant colony system, ACS)又称蚂蚁算法,是 20 世纪 90 年代提出的一种群体智能算法,灵感来源于蚂蚁在觅食过程中发现路径的行为。ACS 最先被用来求解 TSP,后来被用来求解许多 NP 困难的组合优化问题,如作业车间调度、图着

色、二次指派、列序、车辆路径问题。

ACS 求解 VRP 的基本思想是首先利用简单启发式算法构造初始解,计算初始信息素强度并给出停机条件。其次求蚂蚁解。根据 Dorigo^[27]和 Bullnheimer^[28]等人的结论,当蚂蚁数目等于客户数目,并且在客户处有一只蚂蚁的时候求解效果最好,所以将每个客户处放一只蚂蚁。蚂蚁从一个客户处出发,移动构成车辆路径,当没有可行的城市可以访问时,就选择 depot,开始一条新的路径。访问过的客户被放入禁忌列表中,每一只蚂蚁根据路径上的信息素强度概率性地选择移动的下一个节点,移动构成的所有路径形成一个蚂蚁解。选取所有蚂蚁解中的最优解记录下来。更新信息素强度,清空禁忌列表,重新开始下一次迭代。当达到停机条件或者所有蚂蚁解相同时,算法终止。

尽管 ACS 已经被成功地使用来求解 VRP,然而对于带回程的车辆路径问题(VRP with backhauls, VRPB)唯一采用 ACS 进行求解的是 Wade^[29,30]和 Reimann^[31]等人,并且他们的研究对象都是混合装载的情形,即 VRPBM(VRP with mixed backhauls)。VRPSDP 是 VRPB 当节点具有双重需求时的扩展。Gokce^[32]提出了一个四步蚁群算法求解 VRPSDP: a) 对每个客户建立下一个访问客户的候选列表; b) 找到一个初始解,利用初始解计算每条边上的初始信息素强度; c) 构造蚂蚁解并利用局部和全局信息素更新修改轨迹信息素强度; d) 通过 2-opt 操作改进解。Gajpal 等人^[33]也为 VRPSDP 提出了一个蚁群算法,它主要分为两个步骤: a) 通过一个最近邻域构造型启发式算法得到一个初始解,并利用它初始化轨迹信息素强度和参数; b) 利用轨迹信息素强度产生蚂蚁解,然后对每一个蚂蚁解利用邻域搜索算法进行改进,并更新精英蚂蚁和轨迹信息素强度。在 VRP 的蚁群算法中有两个基本的成分,即两点间的信息素强度和可视度,一般的蚁群算法采用两点间距离的逆作为两点间的可视度。Catay^[34]提出了一个新的基于节省的可视度函数和信息素强化过程。张涛等人^[35]将车辆剩余装载能力引入到蚁群算法的可视度函数中,从而在保证车辆最大负载量的前提下,使车辆在途负载量维持在较高的水平。

3.3.2 粒子群算法

粒子群(particle swarm optimization, PSO)算法是由 Kennedy 和 Eberhart^[36]在 1995 年共同提出的一种模仿鸟类群体行为的智能优化算法。该算法通过初始化一群随机粒子(每个粒子代表潜在的解),并利用迭代方式,使每个粒子向自身找到的最好位置和群体中最好粒子靠近,从而搜索最优解。PSO 是非线性连续优化、组合优化和混合整数非线性优化问题的有效优化工具。目前已经广泛应用于函数优化、神经网络训练、模糊系统控制以及其他遗传算法的应用领域^[37]。

PSO 算法概念简明、实现方便、收敛速度快、参数设置少,最近十年,用它求解 VRP 也逐渐成为研究热点之一。PSO 求解 VRP 的基本思想是: a) 随机生成若干粒子,粒子是根据 VRP 的特点编码产生的向量; b) 记录每个粒子的个体最优位置,并解码计算每个粒子的适应值,进而通过比较得到粒子群体的最优位置; c) 根据粒子的个体及群体最优位置,更新每个粒子的速度及位置数据; d) 解码测量新的粒子位置的适应值,再更新速度及位置,此过程重复进行直到达到停机标准; e) 最后将群体最优位置进行解码就是算法找到的近似最优解。

目前利用 PSO 算法对 VRPSDP 的研究却还不多。Ai 等人^[38]提出了一个具有多社会结构的 PSO 算法,这是首次将 PSO 算法用于求解 VRPSDP。如何进行解的表示及解码是使

用 PSO 算法的关键问题。在对 VRPSDP 解的表示方面,文献[38]用 $n+2m$ 维向量表示一个粒子。其中, n 表示客户的数量, m 表示车辆的数量。解码方法是通过将粒子的前 n 维即客户的优先列表与后 $2m$ 维对应的车辆对客户的优先矩阵相结合,将粒子转换成车辆路径。Zhang 等人^[39]也提出了一个修正的 PSO 算法,对具有 m 个客户的问题,用 $m+1$ 维向量表示一个粒子。解码时,利用扫描算法将粒子转换成车辆指派矩阵,接着确定同一辆车服务的客户优先矩阵,车辆路径的构造就是基于这两个矩阵。这个方法有利于减少车辆的使用数。Goksal 等人^[40]为 VRPSDP 提出了一种基于 PSO 和 VND 的混合算法。该算法用一个串型的编码,即 giant tour 来表示一个粒子,所谓 giant tour 指的是将一个解中所有的路径连接起来去掉 depot 点后形成的线路。初始解中一个是采用最近邻域启发式生成,其他随机生成。由于粒子编码表示要取整数值,因此在速度和位置模型的选择上与以往的 PSO 算法不同,新的模型中采用了遗传算子交叉和变异。在个体和全局最优位置更新以后,采用了 VND 算法,使用六种邻域结构对随机选择的解进行了改进。

3.3.3 遗传算法

遗传算法 (genetic algorithm, GA) 是一类借鉴生物界的适者生存、优胜劣汰的遗传机制演化而来的随机化搜索方法,是 20 世纪 70 年代由美国的 Holland 教授提出的。实验表明,GA 具有良好的全局优化能力,目前该算法已被人们广泛地应用于连续优化、组合优化、机器学习、信号处理、自适应控制和人工生命等领域。GA 的提出是群体智能算法及进化算法的开端,不仅对现代启发式算法的发展起着非常重要的基础性作用,同时算法本身因其良好的性能也成为现代启发式算法的关键技术。已经有大量研究采用 GA 求解各类组合优化问题,这里不再重复介绍算法的求解原理。Vural^[41]提出了两个 GA 算法,这是首次采用 GA 求解 VRPSDP。彭春林等人^[42]提出了一种改进的遗传算法求解该问题,实验表明该算法具有较好的优化效果及很强的稳定性。

现代启发式算法特别是群体智能算法目前处于高速发展时期,除了上面介绍的几类算法外,还有萤火虫算法、蝙蝠算法、细菌觅食算法等。对于这些算法,无法绝对地说好与不好,算法的性能与参数设置、算法中规则的变化、新机制的引进等因素息息相关,所以对算法性能的评价最后还需要结合数值实验,对具体问题具体分析。

4 并行算法

并行算法 (parallel algorithm) 就是用多台处理机联合求解问题的方法,执行过程是首先将给定的问题分解成若干个尽量相互独立的子问题,然后使用多台计算机同时求解^[43]。并行计算机产生自 20 世纪 70 年代初,经过几十年的迅猛发展,而今并行机已经得到了普及,双核、四核的个人计算机随处可见。虽然一些启发式算法和群体智能算法本身具有并行性的特点,但是如果不在多台处理器上实现的话,仍然属于串行算法。并行算法要么比串行算法花费的时间更少,要么能够获得比串行算法更高质量的解。而且并行算法具有较强的鲁棒性,对于问题的不同算例能够提供同样好的解。因此基于并行计算机设计有效的并行算法成为当前研究的热点。

并行算法关于精确算法和现代启发式算法都有其相应的对应体,分别称为并行精确算法 (parallel exact, PE) 和并行现代启发式算法 (parallel metaheuristics, PM)。PE 指的是并行分

支定界算法以及基于分支定界基础上的其他并行算法,如并行分支定价、并行分支切割算法。PE 和 PM 已经被成功地应用于许多组合优化问题中。

按照搜索过程中决策的制定是由中心处理器执行还是分开由几个处理器执行,以及每次的决策是基于完全信息还是部分信息,PE 可分为两种并行策略,分别是中心搜索控制 (centralized search control, CSC) 即经典的主从 (master-slave) 策略和分布搜索控制 (distributed search control, DSC) 策略。在过去的十五年间,关于使用并行策略求解 VRP 已经有一定数量的研究工作。Ralphs 等^[44-46]使用了并行分支切割 (定价) 算法研究了 VRP。他们采用了 CSC、DSC 两种策略进行实验,结果表明,虽然 CSC 保留了原来串行树开发的逻辑并避免了许多复杂的操作,但是由于主从策略处理器之间通信是同步的,而同步通信受处理器数量的限制,所以该策略只对一定数量的处理器有效。接着他们又提出了一个分级的并行策略,弥补了前面策略的不足。而关于 DSC 策略、异步通信情形的算法目前还在开发中。

对于 PM 算法,一些学者对他们所采用的某一种 PM 算法进行了分类^[47,48]。Crainic 等人^[49]为并行禁忌搜索算法给出了最全面的分类,而且这个分类也适用于许多其他 PM 算法。文献[49]的分类标准是按照三个维度进行的。第一维按照求解问题时搜索过程是如何被控制的将问题分为两类:若是由单个处理器控制的,称为 1-control (1C);若是由多个合作或不合作的处理器控制的,则称为 p -control (pC)。第二维按照搜索控制类型和信息交换,将问题分为四类,分别是 rigid synchronization (RS)、knowledge synchronization (KS)、collegial (C) 和 knowledge collegial (KC)。这一维强调交换信息的数量和质量以及基于这些交换得到的新知识。第三维按照搜索线程是从同一个初始解还是不同初始解开始搜索以及它们利用相同的还是不同的搜索策略,将问题分为四类,分别是:同一初始点,同一搜索 (same initial point/population, same search strategies, SPSS) 策略;同一初始点,不同搜索 (same initial point/population, different search strategies, SPDS) 策略;多个初始点,同一搜索 (multiple initial points/populations, same search strategies, MPSS) 策略;多个初始点,不同搜索 (multiple initial points/populations, different search strategies, MPDS) 策略。关于它们的详细解释可以参看文献[50,51]。

由于 VRP 是比较难的组合优化问题,因此采用并行算法求解侧重于使用现代启发式算法。Crainic^[52]对 VRP 的 PE、PM 两大类求解方法进行了介绍。目前,对于 VRPSDP 问题采用并行算法进行研究的只有 Subramanian^[53]。文献[53]采用了一个主从策略。一个主处理器控制从处理器负载的平衡,一旦某个分处理器执行完一次搜索需要进行下一次迭代的时候,它将迭代产生的解传递给主处理器,主处理器更新最好的解并指派新的迭代任务给这个分处理器或者通知它不需要进行迭代。当主处理器达到规定的迭代次数,而且已经不需要将迭代的信息传达给分处理器,算法终止。根据前面对于 PM 的分类标准以及参考文献中关于各种分类标准的解释,得出文献[53]中的算法属于 1C/MPSS/KS 类型。

5 其他算法

对于 VRPSDP 的求解,除了上面列举的几类使用得比较多的算法之外,还有一些其他的算法求解也收到了不错的效果。Zachariadis 等人^[54]为 VRPSDP 提出了一个自适应记忆算法,

该方法建立了一个自适应记忆算法框架来产生高质量的解。框架包含两个阶段,第一阶段是构造解池,也可叫做自适应记忆初始化,利用 Paessens^[55]构造初始解,然后使用禁忌搜索算法改善解,然后加入路径池中,反复使用这种方法直到池中路径数达到规模限制,且池中的路径数都不相同。第二阶段是利用自适应机制寻找改进的解,也叫做自适应记忆开发,这一阶段包括骨架提取、提取解的改进以及自适应记忆更新三个阶段,依次进行形成一个周期,周期循环往复直到达到最大迭代次数,最后返回最好的解。

Jun 等人^[56]提出了一个包含路径构造、路径改善和路径干扰过程的启发式算法。其中一个新的基于扫描算法的路径构造方法用来产生初始解。在路径改善阶段,一连串的路径间及路径内的改善方法被采用。而干扰过程通过去掉一个解中的一些路径或者节点,然后将其重新插入解中实现对一个解的干扰,从而避免陷入局部最优。

6 结束语

近年来,随着逆向物流逐渐为人们所关注,对于节点具有双重需求的车辆路径问题也成为研究的热点。除了本文所研究的 VRPSDP 之外,集送货需求可拆分车辆路径问题(split vehicle routing problem with delivery and pickup, SVRPDP)也是一类节点具有双重需求的车辆路径问题。文献^[57]给出了两种问题的定义并对它们的计算复杂性、可简化性、等价性等性质进行了研究。笔者也对带时间窗情形下的 SVRPDP 使用竞争决策算法等启发式算法进行了求解^[58,59]。然而,节点具有双重需求的车辆路径问题理论的发展仍不完善,这主要体现在:a)寻找 SVRPDP 的有效求解算法尚存在较大的发展空间;b)VRPSDP 相对于 SVRPDP 节省的成本与节点需求均值、方差、节点分布等因素之间的关系尚需探索;c)多个服务中心的扩展问题的研究尚未展开。

事实上,VRPSDP 及 SVRPDP 的算法研究是节点具有双重需求车辆路径问题理论研究的关键一环。因为只有寻找到的求解算法,才可以进一步进行节省成本分析,而通过节省成本分析则可以指导实际操作中根据具体的外部环境选择合适的运输策略。正是基于这样的思考,本文充分调研了 VRPSDP 的求解算法,从算法的原理、性能、适用环境、算法之间差异性等方面对各类算法进行了较为全面的介绍。

VRPSDP 作为一种难的组合优化问题,对其解的改良的研究永远是一个开放性的课题。该问题的并行算法在国内还没有被重视起来,今后应注重开发适合在多处处理器上运行的并行算法,尤其是 PM 算法,将现代启发式算法的并行性带来的性能提高更好地利用起来。另外,将不同算法组合起来构造混合算法也是一个研究方向,这样可以发挥不同算法的长处,更有利于问题求解。例如,粒子群算法虽然计算速度快但是容易早熟,而最近研究人员发现采用量子行为粒子群算法可以增大问题的搜索空间^[60],避免算法过早收敛到局部最优解,但是目前该算法还未被用来求解 VRPSDP,这也成为今后的一个研究方向。

参考文献:

[1] MIN H. The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points [J]. *Transportation Research Part A: General*, 1989, 23(5): 377-386.
[2] GROTSCHTEL M, HOLLAND O. Solution of large-scale travelling salesman problems [J]. *Mathematical Programming*, 1991, 51

(2): 141-202.

- [3] PADBERG M, RINALDI G. A branch-and-cut algorithm for the resolution of large-scale symmetric traveling salesman problems [J]. *SIAM Review*, 1991, 33(1): 60-100.
[4] MITCHELL E. Branch-and-cut algorithms for combinatorial optimization problem [J]. *Mathematical Sciences*, 1999, 53(23): 166-168.
[5] LYSGAARD J, LETCHFORD A N, EGGLESE R W. A new branch-and-cut algorithm for the capacitated vehicle routing problem [J]. *Mathematical Programming*, 2004, 100(2): 423-445.
[6] LYSGAARD J. CVRPSQP: a package of separation routines for the capacitated vehicle routing problem [D]. [S. l.]: Department of Business Studies, Aarhus School of Business, University of Aarhus, 2004.
[7] SUBRAMANIAN A, UCHOA E, OCHI L S. New lower bounds for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery [C]//Lecture Notes in Computer Science, vol 6049. 2010: 276-287.
[8] SUBRAMANIAN A, UCHOA E, PESSOA A A, et al. Branch-and-cut with lazy separation for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery [J]. *Operations Research Letters*, 2011, 39(5): 338-341.
[9] CORDIER C, MARCHAND H, LAUNDY R, et al. BC-opt: a branch-and-cut code for mixed integer programs [J]. *Mathematical Programming*, 1999, 86(2): 335-353.
[10] 朱道立. 大系统优化理论与应用 [M]. 上海:上海交通大学出版社, 1987.
[11] PAPANITRIOU C H, STEIGLITZ K. Combinatorial optimization algorithms and complexity [M]. New York: Prentice Hall, 1998.
[12] WILHELM WE. A technical review of column generation in integer programming [J]. *Optimization and Engineering*, 2001, 2(2): 159-200.
[13] DELL'AMICO M, RIGHINI G, SALANI M. A branch-and-price approach to the vehicle routing problem with simultaneous distribution and collection [J]. *Transportation Science*, 2006, 40(2): 235-247.
[14] 李晨. 带有协作机制的车辆路径问题的分支定价算法 [D]. 天津:南开大学, 2010.
[15] DETHLOFF J. Vehicle routing and reverse logistics: the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up [J]. *OR Spektrum*, 2001, 23(1): 79-96.
[16] SALHI S, NAGY G. A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauling [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1999, 50(10): 1034-1042.
[17] NAGY G, SALHI S. Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries [J]. *European Journal of Operational Research*, 2005, 162(1): 126-141.
[18] BIANCHETTI N, RIGHINI G. Heuristic algorithms for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery [J]. *Computers & Operations Research*, 2007, 34(2): 578-594.
[19] CRISPIM J, BRANDAO J. Metaheuristics applied to mixed and simultaneous extensions of vehicle routing problems with backhauls [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2005, 56(7): 1296-1302.
[20] HANSEN P, MLADENOVIC N. Variable neighborhood search: principles and applications [J]. *European Journal of Operational Research*, 2001, 130(3): 449-467.
[21] ROPKE S, PISINGER D. A unified heuristic for vehicle routing problems with backhauls [J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 171(3): 750-775.

- [22] MONTANE F A T, GALVAO R D. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service[J]. *Computers & Operations Research*, 2006, 33(3): 595-619.
- [23] WASSAN N A, WASSAN A H, NAGY G. A reactive tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries[J]. *Journal of Combinatorial Optimization*, 2008, 15(4): 368-386.
- [24] CHEN J F, WU T H. Vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2006, 57(5): 579-587.
- [25] ZACHARIADIS E E, TARANTILIS C D, KIRANOUDIS C T. A hybrid metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up service[J]. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36(2): 1070-1081.
- [26] GRIBKOVSKAIA I, HALSKAU Ø, LAPORTE G, *et al.* General solutions to the single vehicle routing problem with pickups and deliveries[J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 180(2): 568-584.
- [27] DORIGO M, MANIEZZO V, COLORNI A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents[J]. *IEEE Trans Systems, Man, and Cybernetics*, 1996, 26(1): 29-41.
- [28] BULLNHEIMER B, HARTL R F, STRAUSS C. Applying the ant system to the vehicle routing problem[C]//Proc of the 2nd International Conference on Metaheuristics. 1997.
- [29] WADE A, SALHI S. An ant system algorithm for the vehicle routing problems with backhauls[C]//Proc of the 4th Metaheuristics International Conference. 2001: 199-203.
- [30] WADE A, SALHI, S. An ant system algorithm for the mixed vehicle routing problem with backhauls[M]//Metaheuristics: Computer Decision Making. New York: Kluwer Academic Publishers, 2003: 699-719.
- [31] REIMANN M, ULRICH U. Comparing backhauling strategies in vehicle routing using ant colony optimization[J]. *Central European Journal of Operations Research*, 2006, 14(2): 105-123.
- [32] GOKCE E I. A revised ant colony system approach to vehicle routing problems[D]. Istanbul: Sabanci University, 2004.
- [33] GAJPAL Y, ABAD P. An ant colony system (ACS) for vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup[J]. *Computers & Operations Research*, 2009, 36(12): 3215-3223.
- [34] CATAY B. A new saving-based ant algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery[J]. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37(10): 6809-6817.
- [35] 张涛, 田文馨, 张钥杰, 等. 基于剩余装载能力的蚁群算法求解同时送取货车车辆路径问题[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(5): 546-549.
- [36] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization[C]//Proc of IEEE International Conference on Neural Networks. 1995: 1942-1948.
- [37] 纪震, 廖惠连, 吴青华. 粒子群算法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [38] AI T J, KACHITVICHYANUKUL V. A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery[J]. *Computers & Operations Research*, 2009, 36(5): 1693-1702.
- [39] ZHANG Nian-zhi, SUN Guo-hua, WU Yao-hua, *et al.* A modified particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery[C]//Proc of the 7th Asian Control Conference. 2009: 1679-1684.
- [40] GOKSAL F P, KARAOGLAN I, ALTIPARMAK F. A hybrid discrete particle swarm optimization for vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2012.
- [41] VURAL A V. A GA based meta-heuristic for capacitated vehicle routing problem with simultaneous pick-up and deliveries[D]. Istanbul: Sabanci University, 2003.
- [42] 彭春林, 梁春华, 周泓. 求解同时取货和送货车车辆路径问题的改进遗传算法[J]. *系统仿真学报*, 2008, 20(9): 2266-2270.
- [43] 陈国良. 并行算法的设计与分析[M]. 3版. 北京: 高等教育出版社, 2009.
- [44] RALPHS T K, LADANYI L, SALTZMAN M J. Parallel branch, cut, and price for large-scale discrete optimization[J]. *Mathematical Programming*, 2003, 98(1-3): 253-280.
- [45] RALPHS T K. Parallel branch and cut for capacitated vehicle routing[J]. *Parallel Computing*, 2003, 29(5): 607-629.
- [46] RALPHS T K, LADANYI L, SALTZMAN M J. A library hierarchy for implementing scalable parallel search algorithms[J]. *The Journal of Super Computing*, 2004, 28(2): 215-234.
- [47] GREENING D R. Parallel simulated annealing techniques[J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1990, 42(1-3): 293-306.
- [48] VERHOEVEN M G A, AARTS E H L. Parallel local search[J]. *Journal of Heuristics*, 1995, 1(1): 43-65.
- [49] CRAINIC T G, TOULOUSE M, GENDREAU M. Towards a taxonomy of parallel tabu search algorithms[J]. *INFORMS Journal on Computing*, 1997, 9(1): 61-72.
- [50] CRAINIC T G, TOULOUSE M. Parallel strategies for meta-heuristics[M]//Handbook in Metaheuristics. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 2003: 475-513.
- [51] CRAINIC T G. Parallel computation, co-operation, tabu search[M]//Metaheuristic Optimization Via Memory and Evolution: Tabu Search and Scatter Search. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 2005: 283-302.
- [52] CRAINIC T G. Parallel solution methods for vehicle routing problems[M]//The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges. Berlin: Springer, 2008: 171-198.
- [53] SUBRAMANIAN A, DRUMMOND L M A, BENTES C, *et al.* A parallel heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery[J]. *Computers & Operations Research*, 2010, 37(11): 1899-1911.
- [54] ZACHARIADIS E E, TARANTILIS C D, KIRANOUDIS C T. An adaptive memory methodology for the vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries[J]. *European Journal of Operational Research*, 2010, 202(2): 401-411.
- [55] PAESSENS H. The savings algorithm for the vehicle routing problem[J]. *European Journal of Operational Research*, 1988, 34(3): 336-344.
- [56] JUN Y, KIM B. New best solutions to VRPSD benchmark problems by a perturbation based algorithm[J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39(5): 5641-5648.
- [57] 王科峰, 叶春明, 唐国春. 节点具有双重需求的车辆路径问题及其性质[J]. *系统科学与数学*, 2011, 31(10): 1185-1196.
- [58] 王科峰, 叶春明, 唐国春. 一类新的车辆路径问题及其两阶段算法[J]. *运筹学学报*, 2010, 14(3): 55-63.
- [59] WANG Ke-feng, YE Chun-ming, NING Ai-bing. Competitive decision algorithm for the split vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery and time windows[C]//Proc of International Conference on Future Information Technology and Management Engineering. 2010: 371-375.
- [60] 孙俊, 方伟, 吴小俊, 等. 量子行为粒子群优化: 原理及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2011.