基本主方向关系的反关系推理*

王 淼[1], 何 莉[1], 李 松[2]
(1. 河南工程学院 计算机科学与工程系, 郑州 451191; 2. 哈尔滨理工大学 计算机科学与技术学院, 哈尔滨 150080)

摘 要: 在深入研究了基于 MBR 的主方向关系的反关系推理的基础上,提出了一种基于区域对象本身的基本主方向关系的反关系推理算法。在理论上对该算法的正确性和完备性进行了证明,并通过与实际情形逐一对比验证了该算法的正确性。

关键词: 定性空间推理; 主方向关系的反关系; 一致性检验; 矩形主方向关系
中图分类号: TP311.13;TP181 **文献标志码**: A **文章编号**: 1001-3695(2013)01-0138-04
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.01.034

Research on inversing basic cardinal direction relation

WANG Miao[1], HE Li[1], LI Song[2]
(1. *Dept. of Computer Science & Engineering*, *Henan Institute of Engineering*, *Zhengzhou* 451191, *China*; 2. *College of Computer Science & Technology*, *Harbin University of Science & Technology*, *Harbin* 150080, *China*)

Abstract: After deeply researching on reasoning about the inverse of cardinal direction relation in MBR model, this paper proposed the concept of original relation of rectangular cardinal direction relation, and then devised an algorithm for computing the inverse of the basic cardinal direction relation between regions in a more direct way. The results of both analyzing in theory and confirming through comparing the result of the algorithm with the actual situation for each basic cardinal direction relation show that this algorithm is correct and complete.

Key words: qualitative spatial reasoning; inverse of cardinal direction relation; consistency checking; MBR model

定性空间推理在 GIS 空间查询、空间分析、规划决策等过程中发挥着极其重要的作用,近年来逐渐成为地理信息系统[1]、人工智能[2]、数据库[3]和多媒体[4]等领域研究的热点和难点。定性空间推理的研究主要针对空间拓扑关系[3,4]、方向关系[5,6]和距离关系[7,8]。主方向关系的反关系推理是定性空间推理中的一个基本问题,是主方向关系推理的重要手段,在节约空间方向关系存储空间和提高方向关系推理效率及一致性检验等方面发挥着极其重要的作用。文献[6]利用代数理论给出了点对象间的主方向关系及其反关系的相关性质和运算法则。文献[1] 将基于点对象的主方向关系的反关系推理应用到主方向关系一致性检验中并最终实现了空间方向关系的层次推理,但并没有对区域对象间主方向关系的反关系推理进行研究。文献[9]给出了一个检验两方向关系矩阵对应的主方向关系是否互为反关系的算法,但并未对反关系推理进行研究。文献[10] 提出了一种基于 MBR 的主方向关系与矩形代数关系相结合的推理方法,实现了矩形对象间 36 种基本主方向关系的反关系推理。文献[11]从点对象间主方向关系的反关系推理出发,研究了基于 MBR 模型的 36 种基本主方向关系的反关系推理规则。综上所述,已有的主方向关系的反关系推理的研究将空间对象视为点或利用对象的最小外包矩形代替对象本身,这样虽然在一定程度上降低了问题的难度,但同时也大大降低了表达和推理的精度。目前尚没有文献对基于空间对象本身的主方向关系的反关系推理进行研究。

随着空间方向关系表达模型的日益完善和推理技术的发展,迫切需要对基于对象本身的主方向关系的反关系推理进行研究。Goyal 等人[12]提出的主方向关系表达模型已被证明是目前较合理、较真实地反映对象间方向关系的模型,但该模型下主方向的反关系推理,一直是一个研究和探索中的问题。本文在深入研究了矩形对象间主方向关系的反关系推理的基础上对该模型下 218 种基本主方向关系的反关系推理进行了研究。本文首先引入了矩形主方向关系的原关系概念,并给出了 36 种基本的矩形主方向关系的原关系求解算法,进而给出了 218 种基本主方向关系的反关系推理算法,对该算法的正确性和完备性进行了证明;最后通过将该算法的结果与实际情形进行对比,验证了该算法的正确性和完备性。

1 基本知识

1.1 主方向关系

Goyal 等人提出的方向关系表达模型已被证明是目前较合理、较好的模型。该模型定义区域是由一些非空的、有限相连的点的集合组成的。空间区域对象有两类:a) 区域是封闭、连通的以及有连通边界的,这些区域的集合记为 REG;b) 不相连、中间可以有洞的这些区域的集合,并上 REG,记为 REG^*。对象 $a,b \in REG$,其中 a 为参考对象,b 为主对象。设参考对象 a 在 x 轴投影的最大、最小值分别用 $\sup_x(a)$、$\inf_x(a)$ 表示;在 y 轴投影的最大、最小值分别用 $\sup_y(a)$、$\inf_y(a)$ 表示。a 的最小外包矩形(minimum bounding rectangular),记为 mbr(a),是

收稿日期: 2012-05-18; **修回日期**: 2012-06-25 **基金项目**: 河南省科技厅科技发展计划资助项目(122300410323); 河南省教育厅自然科学研究重点资助项目(12A520014);河南工程学院博士基金资助项目(D2012015)

作者简介: 王淼(1981-),男,河南光山人,讲师,博士,主要研究方向为空间数据库理论及应用(wmscan@tom.com);何莉(1982-),男,讲师,博士,主要研究方向为数据库应用、物联网等; 李松(1977-), 男, 副教授, 博士,主要研究方向为空间数据库理论及应用.

由直线 $x=\inf_x(a)$, $x=\sup_x(a)$, $y=\inf_y(a)$ 和 $y=\sup_y(a)$ 围成的矩形,这四条直线将空间分成九个区域,这九个区域分别记为 NW(a),N(a),NE(a),W(a),B(a),E(a),SW(a),S(a),SE(a),如图 1 所示。如果 b 包含在区域 NW(a)中,则称 b 在 a 的西北方,记为 b NW a;类似可定义北(N)、东北(NE)、西(W)、同一方向(B)、东(E)、西南(SW)、南(S)、东南(SE)等方向关系,这些方向关系称为原子主方向关系。

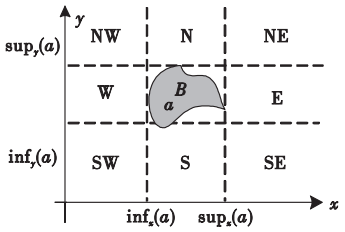

图 1　参考对象空间方向分区

定义 1[13]　基本主方向关系是一个形如 $R_1:\cdots:R_k$ 的表达式。其中 $R_1,\cdots,R_k\in\{S, SW, W, NW, N, NE, E, SE, B\}$, $1\leqslant k\leqslant 9$,且满足 $1\leqslant i,j\leqslant k$,且 $i\neq j$ 时 $R_i\neq R_j$,且对于任意参考对象 $a\in$ REG, $\exists b_1,\cdots,b_k\in$ REG 使得 $b_1\in R_1(a),\cdots,b_k\in R_k(a)$ 且 $b_1\cup\cdots\cup b_k\in$ REG。基本主方向关系的集合有 218 种元素,记为 D。

定义 2[13]　设 $R\in 2^D$,R 的反关系记为 inv(R),它是一个主方向关系且满足如条件:对于任意给定的区域 $a,b\in$ REG,a inv(R) b 当且仅当 b R a。

定义 3[13]　设 $R_1=R_{11}:\cdots:R_{1k}$,$R_2=R_{21}:\cdots:R_{2l}$ 为主方向关系。其中 $1\leqslant k,l\leqslant 9$,$R_1$ 包含 R_2 当且仅当 $\{R_{21},\cdots,R_{2l}\}\subseteq\{R_{11},\cdots,R_{1k}\}$。

定义 4[13]　一个基本主方向关系 R 是矩形的当且仅当存在两个矩形 a 和 b(其边都与 x、y 轴平行)使得 a R b,否则称为非矩形的。基本矩形主方向关系的集合有 36 种元素,记为 D_{rec}。

定义 5[13]　R 是一个基本主方向关系, R 的边界关系是包含 R 的最小矩形关系,记为 $Br(R)$。

1.2　基于 MBR 的主方向关系的反关系推理

基于 MBR 的主方向关系模型,本质上是在 Goyal 等人的模型中将空间对象用其最小外包矩形进行近似代替,该模型下共有 36 种基本主方向关系[14]。文献[10]利用区间代数和矩形代数对基于 MBR 模型的基本主方向关系的反关系推理进行了研究。区间代数中两个有限区间共有 13 种基本的关系 p、m、o、s、d、f、pi、mi、oi、si、di、fi、eq,这 13 种基本关系的集合记为 A_{int}[15]。矩形代数中两矩形共有 169 种基本的关系,这些基本关系的集合记为 A_{rec},其中 $A_{rec}=A_{int}\times A_{int}$。文献[11]给出了 36 种基本主方向关系与矩形代数的对应关系如表 1 所示。

定理 1　设 $R,S\in 2^{A_{int}}$,取反运算用(-1)来表示,则由 R, S 组成的矩形代数关系满足 $(R\times S)^{-1}=R^{-1}\times S^{-1}$[16]。

由 36 种基本主方向关系与矩形代数的一一对应关系及定理 1,文献[11]给出了基于 MBR 的主方向关系的反关系推理方法,下面给出该算法。

```
inv mbr (R)
输入:基于 MBR 的基本主方向关系 R。
输出:基于 MBR 的基本主方向关系 R 的反关系。
begin
    查表 1 得到 R 对应的矩形代数 S×T(S,T⊂A_int);
  for all s∈S
    for all t∈T
    {查表 1 得到(s^-1,t^-1)对应的基本主方向关系 R*;
    R0 =: R0∪R*; /* R0 的初始值为空 */}
  return R0;
end
```

表 1　基于 MBR 的基本主方向关系与矩形代数的对应关系

$Y\times X$	$\{p,m\}$	$\{o,fi\}$	$\{di\}$
$\{p,m\}$	SW	SW:S	SW:S:SE
$\{o,fi\}$	W:SW	W:B:SW:S	W:B:E:SW:S:SE
$\{di\}$	NW:W:SW	NW:N:W:B:SW:S	all
$\{eq,s,d,f\}$	W	W:B	W:B:E
$\{si,oi\}$	NW:W	NW:N:W:B	NW:N:NE:W:B:E
$\{pi,mi\}$	NW	NW:N	NW:N:NE
$Y\times X$	$\{eq,s,d,f\}$	$\{si,oi\}$	$\{pi,mi\}$
$\{p,m\}$	S	S:SE	SE
$\{o,fi\}$	B:S	B:E:S:SE	E:SE
$\{di\}$	N:B:W	N:NE:B:E:S:SE	NE:E:SE
$\{eq,s,d,f\}$	B	B:E	E
$\{si,oi\}$	N:B	N:NE:B:E	NE:E
$\{pi,mi\}$	N	N:NE	NE

2　区域对象主方向关系的反关系推理

2.1　矩形主方向关系的原关系

为了实现 REG 区域对象间基本主方向关系的反关系推理,本文首先引入了矩形主方向关系原关系的概念,下面给出其形式化定义。

定义 6　R 为矩形主方向关系,以 R 为边界关系的基本主方向关系称为矩形关系 R 的原关系,R 的所有原关系的集合记为 ORG(R)。

下面给出任意矩形主方向关系 R 的原关系 ORG(R)的推理算法,在给出算法之前给出相关的记号、定义和定理。相关的记号如下:若矩形的对角线的两顶点分别为 p、q,该矩形记为 rec(p,q);对于任意的主方向关系 R,R 包含的原子主方向关系的数目记为 R_{num}。

定理 2　$R\in D_{rec}$,若 $R_{num}=1$,$R_{num}=2$ 或 $R_{num}=3$,则 ORG(R) = R。

证明　$R\in D_{rec}$。若 $R_{num}=1$,则 R 为原子主方向关系,$Br(R)=R$,则 ORG(R) = R;若 $R_{num}=2$,假设 $R=r_1:r_2$,则 $B_r(r_1)=r_1\neq R$,$Br(r_2)=r_2\neq R$,因此,$r_1,r_2\notin$ ORG(R),$Br(R)=R$,故 ORG(R) = R;若 $R_{num}=3$,假设 $R=r_1:r_2:r_3$,同上可得 r_1, r_2, r_3, $r_1:r_2$, $r_2:r_3\notin$ ORG(R) , $r_1:r_3\notin D$,$Br(R)=R$,故 ORG(R) = R。证毕。

定理 3　$R\in D_{rec}$,$R_{num}=4$,假设 $R=r_1:r_2:r_3:r_4$,则 ORG(R) = $\{r_i:r_j:r_k\mid r_i, r_j, r_k\in\{r_1, r_2, r_3, r_4\}\cup\{R\}$。

证明　$R\in D_{rec}$,$R_{num}=4$,则 R = W:B:SW:S,R = B:E:S:SE,R = NW:N:W:B 或 R = N:NE:B:E。R = W:B:SW:S 时,W:S,B:SW $\notin D$, $r\in$ {W:B:SW, W:B:S, W:SW:S,B:SW:S},$Br(r)=R$,$Br(R)=R$。故 ORG(W:B:SW:S) = $\{r_i:r_j:r_k\mid r_i, r_j, r_k\in\{W,B,SW,S\}\cup\{R\}$。命题成立。对于其他三种情形,同理均可证明命题成立。证毕。

表 2　R 和 S、T 的对应关系

R	S, T
NW:N:NE:W:B:E	NW:N:NE, W:B:E
W:B:E:SW:S:SE	W:B:E, SW:S:S
N:NE:B:E:S:SE	N:B:S, NE:E:SE
NW:N:W:B:SW:S	NW:W:SW, N:B:S

引理 1　$R\in D_{rec}$, $R_{num}=6$,S, $T\in D_{rec}$, $S_{num}=T_{num}=3$,假设 $S=s_1:s_2:s_3$,$T=t_1:t_2:t_3$,则存在唯一的一组 S,T 使得

$R = s_1 : s_2 : s_3 : t_1 : t_2 : t_3$。表 2 给出了所有满足条件的 R 对应的满足条件的 S、T。

证明 由 36 种基本的矩形主方向关系可得。证毕。

定理 4 $R \in D_{rec}$, $R_{num} = 6$, 假设 $S, T \in D_{rec}$, $S = s_1 : s_2 : s_3$, $T = t_1 : t_2 : t_3$ 使得 $R = s_1 : s_2 : s_3 : t_1 : t_2 : t_3$, 则 $ORG(R) = \{s_1 : s_2 : s_3 : t \mid t \in \{t_1, t_2, t_3\}\} \cup \{s_1 : s_2 : s_3 : t : r \mid t, r \in \{t_1, t_2, t_3\}\} \cup \{t_1 : t_2 : t_3 : s \mid s \in \{s_1, s_2, s_3\}\} \cup \{t_1 : t_2 : t_3 : s : r \mid s, r \in \{s_1, s_2, s_3\}\} \cup \{R, s_1 : s_2 : t_2 : t_3, s_2 : s_3 : t_1 : t_2\}$。

证明 $R \in D_{rec}$, $R_{num} = 6$, 则 $R = NW:N:NE:W:B:E$, $R = W:B:E:SW:S:SE$, $R = N:NE:B:E:S:SE$ 或 $R = NW:N:W:B:SW:S$。对以上四种情形,同定理 3 的方法,可逐一证明命题均成立,故该命题成立。证毕。

定理 5 若 $R = NW:N:NE:W:B:E:SW:S:SE$, 则 $ORG(R) = D - \bigcup_{r \in D_{rec}, r \neq R} ORG(r)$。

证明 由 218 种基本主方向关系可得: $\bigcup_{r \in D_{rec}} ORG(r) = D$, 对于任意的 r, $s \in D_{rec}$, $ORG(r) \cap ORG(r) = \varnothing$。因此, $ORG(R) = D - \bigcup_{r \in D_{rec}, r \neq R} ORG(r)$。故该命题成立。证毕。

由以上定理给出矩形主方向关系的原关系推理算法。

```
算法 ORG(R)
输入:矩形主方向关系 R。
输出:R 的原关系。
begin
  if (R_num = 1 or R_num = 2 or R_num = 3)
    {R* := R; return R*;}
  if (R_num = 4)
    {R* := {r_i : r_j : r_k | r_i, r_j, r_k ∈ {r_1, r_2, r_3, r_4} ∪ {R};
/* R = r_1 : r_2 : r_3 : r_4 */
    return R*;}
  if (R_num = 6)
    {查表 2 得 S = s_1 : s_2 : s_3, T = t_1 : t_2 : t_3 且 S, T ∈ D_rec 使得
R = s_1 : s_2 : s_3 : t_1 : t_2 : t_3;
    由定理 4 得到的结果赋值给 R*;
    return R*;}
  if (R_num = 9)
    R* := D
  for all r ∈ (D_rec - {R})
    R* := R* - ORG(r); /* 递归调用 */
  return R*
end
```

定理 6 矩形主方向关系的原关系推理算法 ORG ( ) 是正确的、完备的。

证明 对于任意的 $R \in D_{rec}$, 则有 $R_{num} = 1$, $R_{num} = 2$, $R_{num} = 3$, $R_{num} = 4$, $R_{num} = 6$ 或 $R_{num} = 9$。定理 2 ~ 5 分别给出了 $R_{num} = 1, 2, 3$, $R_{num} = 4$, $R_{num} = 6$ 和 $R_{num} = 9$ 时 R 的原关系推理方法,其正确性在相应的定理中给出了证明。算法中四个条件语句分别实现了定理 2 ~ 5 给出的结果。因此, $\forall R \in D_{rec}$, 均可由算法 ORG ( ) 得到正确的推理结果。故算法 ORG ( ) 是正确的、完备的。证毕。

2.2 主方向关系的反关系推理算法

定义 7 R_1、R_2 为基本的主方向关系, R_1 和 R_2 的边界关系是同时包含 R_1、R_2 的最小矩形关系,记为 $Br(R_1, R_2)$。

定理 7 $a, b \in REG$, 其中 b 为矩形,设 p、q 分别为 b 的左下顶点和右上顶点,如果 $p\ R_1 a$, $q\ R_2 a$, R_1、$R_2 \in \{N、NE、E、SE、S、SW、W、NW、O\}$, 那么 $b Br(R_1, R_2)\ a$。

证明 已知 p、q 分别为 b 的左下顶点和右上顶点且 $p\ R_1\ a$, $q\ R_2 a$。因此,若 $R_1 = SW$, 则 $R_2 \in \{N, NE, E, SE, S, SW, W, NW, O\}$; 若 $R_1 = S$, 则 $R_2 \in \{N, O, S, NE, E, SE\}$; 若 $R_1 = SE$, 则 $R_2 \in \{NE, E, SE\}$; 若 $R_1 = W$, 则 $R_2 \in \{W, O, E, NW, N, NE\}$; 若 $R_1 = O$, 则 $R_2 \in \{O, E, N, NE\}$; 若 $R_1 = E$, 则 $R_2 \in \{E, NE\}$; 若 $R_1 = NW$, 则 $R_2 \in \{NW, N, NE\}$; 若 $R_1 = N$, 则 $R_2 \in \{N, NE\}$; 若 $R_1 = NE$, 则 $R_2 = NE$。

$R_1 = SW$, $R_2 = O$ 时命题成立,证明如下:设点 p、q 的坐标分别为 (l, d), (r, t), 若 $R_1 = SW$, $R_2 = O$, 则有 $l < \inf_x(a)$, $\inf_x(a) < r < \sup_x(a)$, $d < \inf_y(a)$, $\inf_y(a) < t < \sup_y(a)$, 那么 $rec((l, d), (\inf_x(a), \inf_y(a)))\ SW\ a$, $rec((\inf_x(a), d), (r, \inf_y(a)))\ S\ a$, $rec((l, \inf_y(a)), (\inf_x(a), t))\ W\ a$, $rec((\inf_x(a), \inf_y(a), (r, t))\ O\ a$ 且 $rec((l, d), (\inf_x(a), \inf_y(a)) \cup rec((\inf_x(a), d), (r, \inf_y(a)) \cup rec((l, \inf_y(a)), (\inf_x(a), t)) \cup rec((\inf_x(a), \inf_y(a), (r, t)) = b$, 故 $b\ SW:S:W:O\ a$。$Br(SW, O) = SW:S:W:O$, 故此情形下命题成立。以上 36 种情形可逐一证明命题成立。证毕。

定理 8 $a, b \in REG$, 如果 $b\ R\ a$, $R \in D$, 那么 $mbr(b)\ Br(R)\ a$。

证明 首先证明 $R = W:SW:S$ 时命题成立。证明如下:设 $mbr(b)$ 在空间 x 轴上投影的最小、最大值,在 y 轴上投影的最小、最大值分别为 l、r、d、t, 若 $R = W:SW:S$, 则 $l < \inf_x(a)$, $\inf_x(a) < r < \sup_x(a)$, $d < \inf_y(a)$, $\inf_y(a) < t < \sup_y(a)$。因此,对于 $mbr(b)$ 的左下顶点 (l, d), 右上顶点 (r, t), 分别有 $(l, d)\ SW\ a$, $(r, t)\ O\ a$。由定理 3 得 $mbr(b)\ Br(SW, O)\ a$, 即 $mbr(b)\ SW:S:W:O\ a$。$Br(R) = SW:S:W:O$, 故 $mbr(b)\ Br(R)\ a$。故 $R = W:SW:S$ 时命题成立。$\forall R \in D$, 同上可逐一证明。证毕。

定理 9 $R \in D$, 则 $inv(R) = \bigcup_{t \in inv\ mbr(Br(R))} ORG(t)$。

证明 $\forall r \in inv(R)$, $\exists a$、$b \in REG$, 使得 $a\ r\ b$, $b\ R\ a$, 则 $a\ r\ mbr(b)$, $b\ R\ mbr(a)$。由定理 4 得 $mbr(a) Br(r) mbr(b)$, $mbr(b) Br(R) mbr(a)$。则由反关系的定义得 $Br(r) \in inv\ mbr(Br(R))$。又由 $a\ r\ mbr(b)$ 且 $mbr(a)\ Br(r)\ mbr(b)$, 则可得 $r \in ORG(Br(r))$。故 $\forall r \in inv(R)$, $r \in \bigcup_{t \in inv\ mbr(Br(R))} ORG(t)$。

$\forall t \in inv\ mbr(Br(R))$, 存在矩形 a、b 使得 $a\ t\ b$, $b\ Br(R)\ a$。$\forall r = r_1 : \cdots : r_k \in ORG(t)$, 假设 $R = R_1 : \cdots : R_j$。令 $b_0 = b \cap (R_1(a) \cup \cdots \cup R_j(a))$, $a_0 = a \cap (r_1(b) \cup \cdots \cup r_k(b))$, 则 $b_0\ R\ a_0$, $a_0\ r\ b_0$, 因此 $r \in inv(R)$。故 $\forall r \in \bigcup_{t \in inv\ mbr(Br(R))} ORG(t)$, $r \in inv(R)$。证毕。

已知 $a\ R\ b$, 其中 $a, b \in REG$, $R \in D$, 本文给出了一个推理 R 的反关系 $inv(R)$ 的算法。该算法的主要思想是:首先由定理 8 得到 $mbr(a)$ 相对于 $mbr(b)$ 的主方向关系,进而由基于 MBR 的主方向关系的反关系推理算法得到 $mbr(b)$ 相对于 $mbr(a)$ 的主方向关系,进一步由定理 9 及矩形主方向关系的原关系推理算法得到 b 相对于 a 的主方向关系。

```
算法 inv (R)
输入:基本主方向关系 r。
输出:r 的反关系。
begin
  R: = Br(r);
  S: = inv mbr(R); /* 调用基于 MBR 模型的基本主方向关系的
反关系推理算法 */
  for all s ∈ S
    {R* := ORG(s);
    R_0 := R_0 ∪ R*; /* R_0 的初始值为空 */}
    return R_0
```

end

定理 10　基本主方向关系的反关系推理算法 inv( )是正确的,完备的。

证明　对于任意的 $r \in D$,必存在唯一的 $R \in D_{rec}$ 使得 $Br(r) = R$。$\forall t \in \text{inv } mbr(R)$, $t \in D_{rec}$,定理 6 证明了对于任意的 $t \in D_{rec}$,由算法 ORG( )得到的原关系是正确的。定理 9 利用 inv *mbr*( )及 ORG( )给出了 *r* 的反关系,并证明了其正确性。因此,$\forall r \in D$,本算法均能给出 *r* 的反关系的正确推理结果。故算法 inv( )是正确的、完备的。证毕。

3　分析验证

为了验证本文给出的推理方法的正确性和完备性,下面进一步通过将文中给出的推理算法的结果与实际情形对比进行验证。首先验证对于基本的主方向关系 N:NE:E,本文的推理算法是正确的。假设 $\exists a, b \in$ REG,使得 *a* N:NE:E *b* 成立,那么 *a*、*b* 所有可能的空间布局如图 2 所示。

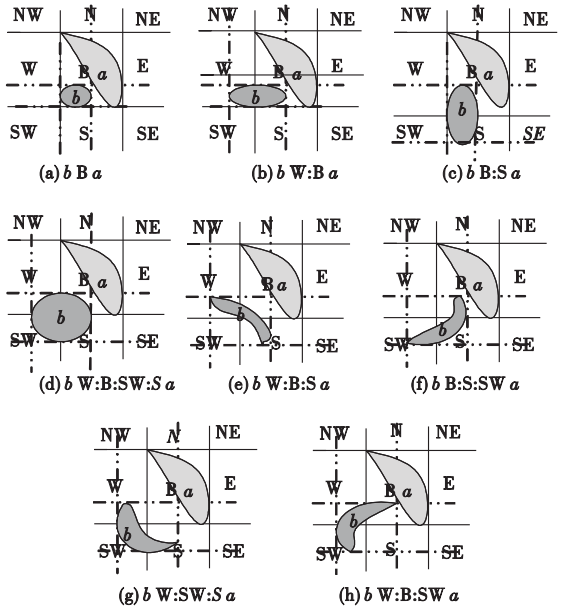

图2　区域*a*、*b*可能的空间布局

由图 2 可知 *b* 相对于 *a* 所有可能的主方向关系为 *b* B *a*, *b* B:S *a*, *b* W:B *a*, *b* W:B:SW:S *a*, *b* W:B:S *a*, *b* B:S:SW *a*, *b* W:SW:S *a*, *b* W:B:SW *a*。故 *inv*(N:NE:E) = {B, B:S, W:B, W:B:SW:S ,W:B:S, B: S:SW , W:SW:S,W:B:SW}。

由本文给出的推理方法:*Br*(N:NE:E) = N: NE: B:E,查表 1 得 N:NE:B:E 对应的矩形代数为 $\{si, oi\} \times \{si, oi\}$。$(\{si, oi\} \times \{si, oi\})^{-1} = \{s, o\} \times \{s, o\} = \{(s, s), (s, o), (o, s), (o, o)\}$。查表 1 得 *invmbr*(*Br*(*r*)) = {B, B:S, W:B, W:B:SW:S}。那么,*inv*(N:NE:E) = ORG(*B*) ∪ ORG(B:S) ∪ ORG(W:B) ∪ ORG(W:B:SW: S) = {B, B:S, W:B, W:B:SW:S, W:B:S, B:S:SW, W:SW:S, W:B:SW}。因此,由本文给出的推理算法得到的结果与实际情形是一致的。故对于主方向关系 *N*:*NE*:*E*,本文的推理算法是适用的。

对于 218 种基本主方向关系,将本文给出的推理算法的结果与实际情形逐一对比,发现本文的推理结果与实际情形均一致。故本文给出的推理算法是正确而完备的。

4　结束语

区域对象间的主方向关系反关系的推理的研究还处于初始阶段,已有的研究将空间对象用抽象点或其最小外包矩形近似替代。本文在深入研究了矩形对象间主方向关系的反关系推理的基础上,给出了一个 218 种基本主方向关系的反关系推理算法。本文的研究实现了 Goyal 等人提出的基本主方向关系的反关系推理,避免了在主方向的反关系推理中利用抽象点或最小外包矩形进行近似代替等带来的弊端,更好地满足了日益复杂的空间推理应用需求。对于进一步完善和提高空间数据库的空间推理及空间分析等能力具有十分重要的意义。进一步的研究工作主要有以下几点:

a)本文的研究中空间区域是封闭的、连通的以及有连通边界的。以后的研究中可以考虑将本文提出的算法进行扩展,使其适用于不相连的,中间可以有洞的区域对象。

b)寻求有机融合方向关系、拓扑关系、距离关系的方法,建立统一的表达和推理模型,以提高推理精度。

参考文献:

[1] PAPADIAS D, EGENHOFER M J. Algorithms for hierarchical spatial reasoning[J]. GeoInformatica,1997,1(3):251-273.

[2] LIU Wei-ming, LI San-jiang. Reasoning about cardinal directions between extended objects: the NP-hardness result[J]. Artificial Intelligence, 2011,175(18):2155-2169.

[3] 王生生 刘杰 王新颖,等. 混合维拓扑和尺寸关系的定性空间推理[J]. 计算机研究与发展, 2009,46(7):1169-1175.

[4] SCHNEIDER M, BEHR T. Topological relationships between complex spatial objects[J]. ACM Trans on Database Systems,2006, 31(1): 39-81.

[5] LIU Wei-ming,ZHANG Xiao-tong,LI San-jiang,*et al*. Reasoning about cardinal directions between extended objects[J]. Artificial Intelligence,2010,174(12): 951-983.

[6] ZHANG Xiao-tong, LIU Wei-ming, LI San-jiang, *et al*. Reasoning with cardinal directions: an efficient algorithm[C]//Proc of the 23rd AAAI Conference on Artificial Intelligence. Chicago,LL:AAAI Press, 2008:387-392.

[7] 王森,郝忠孝. 采用定性坐标的位置表达及主方向关系推理[J]. 西安交通大学学报, 2010,44(8):36-42.

[8] CLEMENTINI E, Di FELICE P, HERNANDEZ D. Qualitative representation of positional information [J]. Artificial Intelligence,1997, 95(2):317-356.

[9] CICERONE S, Di FELICE P. Cardinal directions between spatial objects: the pairwise-consistency problem [J]. Informatics and Sciences,2004,164(124):165-188.

[10] 刘永山, 郝忠孝. 基于 MBR 的主方向关系一致性检验[J]. 软件学报, 2006,17(5):976-982.

[11] 王净, 江刚武, 郭锐. 空间方向关系的反转运算[J]. 测绘科学技术学报,2008,25(5):324-328.

[12] GOYAL R K, EGENHOFER M J. Similarity of cardinal directions [C]// Proc of the 7th International Symposium on Spatial and Temporal Databases. London:Springer-Verlag, 2001:36-55.

[13] SKIADOPOULOS S, KOUBARAKIS M. Composing cardinal direction relations [J]. Artificial Intelligence,2004,152(2):143-171.

[14] SKIADOPOULOS S, KOUBARAKIS M. Composing cardinal directions relations[C]//Proc of the 7th International Symposium on Spatial and Temporal Databases. London: Springer-Verlag, 2001: 299-317.

[15] ALLEN J F. Maintaining knowledge about temporal intervals [J]. Communications of the ACM, 1983,26(11):832-843.

[16] BALBIANI P, CONDOTTA J-F, Del CERRO L F. A model for reasoning about bidimensional temporal relations[C]// Proc of Principles of Knowledge Representation and Reasoning. Trento:Morgan Kaufmann,1998:124-130.