基于变形与测地距离一致性约束的 3D 面皮点对应*

贺洁琼[1a], 耿国华[1a], 杜洪强[1a], 郭 鹏[2], 贺毅岳[1a,1b], 李 康[1a]
(1. 西北大学 a. 信息科学与技术学院; b. 经济管理学院, 西安 710127; 2. 中航工业西安计算技术研究所, 西安 710068)

摘 要: 针对三维面皮生理点对应关系建立这一难题,充分考虑测地距离在描述复杂几何体表面形状方面的优势,提出了基于变形与测地距离一致性约束的 3D 面皮生理点对应方法。首先在 Frankfurt 坐标变换后标定面皮特征点集,利用特征点对应关系进行 TPS 变形;然后根据特征点几何特征向量建立初始点对应关系集,并利用测地距离一致性约束对其进行修剪以生成对应关系核心集;最后扩展对应关系核心集,直至确定源模型上每一顶点的对应关系。实验表明,该方法提高了点对应关系准确度,可有效建立三维面皮生理点对应关系。

关键词: 三维面皮; 点对应; TPS 变形; 特征点; 测地距离约束
中图分类号: TP391.41 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)12-4750-04
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.12.091

3D facial correspondence based on deformation and geodesic distance consistency constraint

HE Jie-qiong[1a], GENG Guo-hua[1a], DU Hong-qiang[1a], GUO Peng[2], HE Yi-yue[1a,1b], LI Kang[1a]
(1. *a. School of Information Science & Technology*, *b. School of Economics & Management*, *Northwest University*, *Xi' an* 710127, *China*; 2. *Aeronautics Computing Technique Research Institute*, *Xi' an* 710068, *China*)

Abstract: Aiming at the 3D physiology point correspondence between faces samples, considering the advantages of geodesic distance in describing complex surface shape, this paper proposed a new 3D facial physiology correspondence method based on model deformation and geodesic distance consistency constraint. Firstly, it marked feature points based on the Frankfurt coordinate and the face model deformed based on thin plate spline function according to the correspondence of feature points. Secondly, it established the initial correspondence set according to the geometric feature vector of feature points, then pruned the initial correspondence set depending on geodesic distance consistency constraint in order to generate a kernel set. Finally, it extended the kernel set until each vetex on source model has corresponded. Experimental results prove that this method improves the precision of point correspondence, and it can establish 3D face physiology point correspondence effectively.
Key words: 3D face; point correspondence; TPS deformation; feature point; geodesic distance constraint

基于颅骨形态的颅面复原技术是对特定人群的面部软组织厚度进行统计分析,然后根据统计得到的数据和颅骨形状特征,使用一定算法为颅骨添加软组织,从而达到面貌复原的目的。在基于颅骨形态的颅面复原过程中,复原颅骨模型的一个关键步骤就是要在训练集上建立正确的一对一生理点对应关系,其直接影响到最终复原建模的准确程度。这里的生理点对应是指不同面皮模型上具有相同生理结构的点之间相对应。

目前,已经有多种自动实现点对应关系的方法。其中最简单的是最接近点对应,通过计算源模型上每一个点在目标模型上欧式距离最接近点来确立对应关系[1]。然而,当两个表面相距甚远时最接近点对应往往是不稳定的。Sharp 等人建议使用欧式距离和特征距离的结合来提高对应的稳定性。但是对于高精度的复杂人脸面皮模型,纯粹的提取几何特征,然后结合欧式距离也无法取得稳定的对应关系。故本文提出了基于变形与测地距离一致性约束的 3D 面皮点对应方法。

1 面皮模型体素化与测地距离计算

在本文中,将源面皮模型记为 $S=\{s_i\}$,目标面皮模型记为 $T=\{t_i\}$,它们都表示模型上的所有顶点集合。本文方法的目的就是要建立源面皮模型 S 上的每一个点 s_i 与目标面皮模型 T 上某一点 t_i 的对应关系。本文方法将充分利用体素邻接域、测地距离和欧式距离 k 近邻。

1.1 面皮模型体素化

体模型相对于面模型具有便于块操作的优势。从面模型转换为体模型称为体素化,它是将物体表面的几何表示形式离散成最接近该物体的体素表示形式,进而产生体数据集。

在扩展点对应关系时,对于一个未找到对应关系的源面皮

收稿日期: 2012-04-24; **修回日期:** 2012-05-30 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(F010402);国家重点基础研究发展计划前期专项项目(2011CB311801);西北大学研究生自主创新基金资助项目(10YZZ15);陕西省自然科学基础研究计划资助项目(2011JQ8029)

作者简介: 贺洁琼(1988-),女,陕西渭南人,硕士研究生,主要研究方向为图形图像处理、可视化技术(he_jie_qiong@163.com);耿国华(1955-),教授,博导,主要研究方向为图形图像处理、可视化技术、人工智能;杜洪强(1986-),男,硕士研究生,主要研究方向为计算机图形学;郭鹏(1987-),硕士研究生,主要研究方向为嵌入式计算机、信息处理;贺毅岳(1982-),男,讲师,主要研究方向为智能信息处理;李康(1980-),男,讲师,主要研究方向为计算机可视化技术.

点 s_i,需要在目标面皮 T 所有顶点中搜索其对应点,这样大范围的计算与搜索会大大降低算法的执行效率。为此根据原始面皮网格数据,采用距离场和距离变换方法[2]为面皮建立体素模型,缩小搜索的范围以提高算法的效率。

将面皮模型转换到 Frankfurt 坐标系下,并建立相应的均匀体素模型,其中体元边长为网格面皮模型中边的平均长度向上取整(本文中体元边长取 3),这样每一个体元中通常只包含一个网格顶点或不含顶点。其优点是体元体积较小,对包含其中的顶点的空间描述能力更强。首先求出模型上所有顶点在 x、y、z 三个坐标轴上的最大/最小值,记为 X_{max}、X_{min}、Y_{max}、Y_{min}、Z_{max}、Z_{min};然后根据每个坐标轴上的最大/最小值计算此坐标轴上的体素个数,并初始化每个体素单元为空;最后对于模型上的所有顶点根据坐标计算其所在的体素单元号,对于坐标为 (x,y,z) 的点,其 x、y、z 方向上体素单元号分别为 $k=\lceil (x-X_{min})/3 \rceil$,$l=\lceil (y-Y_{min})/3 \rceil$,$m=\lceil (z-Z_{min})/3 \rceil$。将当前点序号存入索引为 (k,l,m) 体素结构体中,然后搜索网格数据中的面信息,将所有包含当前点 (x,y,z) 的面信息存入体素 (k,l,m) 的当前点邻接域中。这样可通过体素结构快速地提取任意点的一阶邻接关系。

1.2　测地距离计算

直观地说,曲面 Σ 上的一条非直线的曲线 Γ 是测地线的充要条件为曲线 Γ 上每点的主法线向量平行于曲面的法向量。类似于平面上的直线,曲面上连接两点之间距离最短的路径是测地线[3]。在本文中,将目标面皮模型上任意点 t_i 与点 t_j 之间的精确测地路径的长度记为 $d_g(t_i,t_j)$。

在基于三角网格的精确测地线求解算法中,最著名的是 Mitchell 等人提出的求任一点到模型上所有点精确测地距离的 MMP 算法[4]。随后 Surazhsky 等人给出了 MMP 算法的一种实现[5],本文采用此方法来计算精确测地距离。

MMP 算法的基本思想是追踪可以自动参数化的最短路径集合,它通过分割三角网格的边为一组小的间隔来实现,这个间隔称之为窗口。窗口即边上点的集合,此集合中的所有点到伪源点的测地路径经过相同的面片。在一条边上存在一个点的集合 w,w 中的点到源点的最短路径都过边界点 S,则 w 也称为一个窗口,S 称为伪源点。当窗口覆盖到整个模型表面时,就可计算任意点到源点的测地路径和测地距离[6]。在本文中,计算模型上任意两点间的测地距离,所以窗口不必扩展到模型所有顶点。若计算目标模型上两点 t_i、t_j 间测地距离时,只需以其中一点 t_i 为源点,扩展窗口到 t_j 即可。以此为例,测地距离求取的具体步骤如下:

a)窗口的初始化。记 t_i 为源点,与源点相邻的三角面片每一条边作为一个窗口。一个窗口上的所有最短路径可以用六元组 $(b_0,b_1,d_0,d_1,\sigma,\tau)$ 来表示。其中:b_0,b_1 为窗口两个端点的坐标值;d_0,d_1 为两端点到伪源点 S 的距离;σ 为伪源点 S 到源点的测地距离;τ 为伪源点相对于边的方向。

b)窗口的扩展。给定边上的一个窗口,可以在其所在的三角面片上进行扩展,从而在该面片的另外两条边上生成新的窗口。窗口的扩展可以分三种情况考虑,如图 1 所示。

第一种情况中连接伪源点 S 和窗口的两个端点,延长使之交于边 p_0p_2 上的 $b_0'b_1'$,w' 为新生成的窗口;第二种情况中 S 与 b_0b_1 的延长线分别与边 p_0p_2、p_1p_2 相交,产生两个窗口;第三种情况中,当前窗口 w 与马鞍点或边界点 p_0 相邻,p_0 成为新的伪源点,产生两个额外的窗口如图 1(c)中实心部分所示,这两个窗口伪源点到源点测地距离为 $\sigma=D(p_0)$。

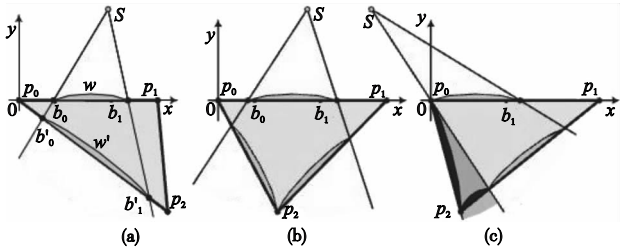


图1　窗口扩展三种情况示意

扩展窗口过程中,若出现窗口重合的情况,选取新的窗口使其与之前的窗口相比具有较小的测地距离。若两个窗口 w_0 与 w_1 相交于 $\delta=w_0\cap w_1$,当 w_0 在 δ 上任意一点的测地距离都大于 w_1 测地距离时,则缩小 w_0 使之与 w_1 不相交,反之亦然。另一种情况就是 w_0 与 w_1 在 δ 上都具有较小的测地距离,必须找到点 $p\in\delta$,此点上 w_0 与 w_1 的测地距离相等,即 $\|s_0-p\|+\sigma_0=\|s_1-p\|+\sigma_1$。其中:$s_0$ 为窗口 w_0 的伪源点,σ_0 为 s_0 到源点测地距离,s_1 为窗口 w_1 的伪源点,σ_1 为 s_1 到源点测地距离。假设以 x 坐标作为窗口的描述,则可以根据公式 $\sqrt{(p_x-s_{0x})^2+s_{0y}^2}+\sigma_0=\sqrt{(p_x-s_{1x})^2+s_{1y}^2}+\sigma_1$ 解出中间点 p,对窗口进行重新划分即可,如图 2 所示。

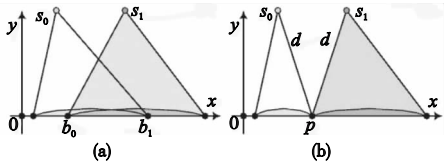


图2　窗口重叠处理情况

c)依次扩展窗口,直到扩展到点 t_j 时结束。

d)计算测地距离。对于点 t_j,其经过窗口 w_i 到达源点的最短路径长度为 $D_i=(|t_jt_{ij}|+|t_{ij}S_i|)+\sigma_i$。其中,$S_i$ 为 w_i 的伪源点;t_{ij} 位于线段 S_it_j 与窗口 w_i 的交点上,若不存在交点,则位于窗口的两个端点之一。点 t_j 到源点 t_i 的测地距离为 $D=\min(D_i)$。本文中 t_j 位于模型顶点上时,其到源点的测地距离为 $D=|t_jS|+\sigma$。其中,S 为当前窗口伪源点,σ 为伪源点 S 到源点的测地距离。图 3 是采用该算法计算获得的面皮模型上鼻子任意两点间的测地路径,如粗线部分所示。

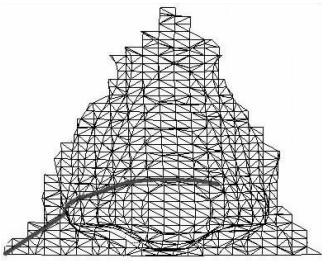


图3　面皮模型上鼻子部分的测地距离

2　本文方法与实现

在本文中,为了能够获得极为精确的对应,首先对源面皮上的特征点确定其对应关系,然后将对应关系扩展到整个源面皮模型上,并且在对应过程中引入了测地距离一致性约束条件,确保源模型两点之间测地线距离与其在目标模型上相对应的两点测地距离相近。本文方法的具体步骤如下:a)对面皮模型进行 Frankfurt 坐标校正,并标定面皮上的特征点集;b)根

据已经标定的特征点对目标模型进行 TPS 变形,使之尽可能地与源模型在形状及生理特征上一致;c)体素化面皮数据,找到已标定特征点在欧氏距离上的 k 最近邻,生成 k 近邻集合;d)对于已标定的特征点根据欧式距离最近与特征向量最近相结合的原则确定初始对应关系集合;e)修剪这个初始对应关系集合以提取出一个在一定意义上一致的对应关系,记为核心对应集,这个一致性主要指源面皮上两点之间的测地距离接近其对应的目标点间的测地距离;f)由核心对应集来传播对应关系,直到源面皮上的所有点找到对应关系。

2.1 Frankfurt 坐标校正

由于在数据获取和重建过程中存在诸多干扰因素,所以在对面皮模型进行特征点标定之前,需要将源面皮数据和目标面皮数据统一在同一个参考坐标系下[7],以便特征点的准确标定以及为后续确定点对应关系建立统一的参考坐标。

参考生理学及人体学的有关知识,由人左右双耳孔中点、左眼框下缘点和眉心四点(L_p,R_p,M_p,V_p)来确定法兰克夫体坐标系。由 L_p、R_p、M_p 三点可确定 Frankfurt 平面记做 PlaneF,L_pR_p 为法向量且过 V_p 的平面与 L_pR_p 的交点为新的坐标原点,记为 Nop,从左耳孔点 L_p 到右耳孔点 R_p 的直线为 X 轴,过新坐标原点且以 PlaneF 法向作为其方向向量的射线作为 Z 轴,根据右手规则即可确定 Y 轴。记(x,y,z)为原坐标,(x',y',z')为 Frankfurt 坐标下的新坐标。其转换关系如下所示:

$$[x' \quad y' \quad z' \quad 1] = [x \quad y \quad z \quad 1] * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\mathrm{Nop}_x & -\mathrm{Nop}_y & -\mathrm{Nop}_z & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} NX_x & NY_x & NZ_x & 0 \\ NX_y & NY_y & NZ_y & 0 \\ NX_z & NY_z & NZ_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

其中:NX 表示新 X 坐标轴单位向量在原坐标系中的向量表示;NX_x、NX_y、NX_z 分别表示 NX 在原 x、y、z 轴上的分量;NY 与 NZ 的含义与 NX 类似。

2.2 特征点标定与面皮 TPS 变形

坐标系统一后,即可标定面皮上的特征点。文献[7]中标定面皮上的 39 个特征点,但是对于本文的方法来说这些特征点数目太少,不利于对应关系的传播,于是结合 MPEG-4 对于人脸定义参数(FDP)的特征点集合,本文定义了 83 个特征点。具体分布如图 4 所示。

径向基函数网络能够平滑地插值不规则分布的高维数据,在三维建模和变形分析等方面都具有广泛的应用[8]。径向基函数可以表示为

$$F(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{N} c_i h(\| \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_i \|) \tag{2}$$

其中:$h(\cdot)$是所用的基函数;c_i 是基函数对应的系数;$\boldsymbol{x}_i$ 是已知的标志点位置,也就是本文中标定的特征点;N 为所用的标志点的个数,本文中为 83。径向基函数网络用多个基函数的线性组合来近似一个多变量函数,组合的系数 c_i,通过对 RBFN 的训练来求得,即通过 N 个标志点位置求得最优的系数 c_i 使得到的基函数组合最大程度地逼近多变量函数。

本文选取带线性附加项的薄片样条 $h(r) = r^2 \log r$ 即 TPS 变形,它能够描述标志点分布的形状特征,具有仿射不变性。

2.3 点对应关系的确定

2.3.1 确定初始对应关系

在初始对应关系确定中,以广度优先搜索获得的 p 点在点集 P 中欧式距离上的 k 近邻,记为 $N_e(p,P)$。具体实现时采用 1.1 节中体素模型层次方式扩展当前点 p 的邻接关系,直到当前层中所有点与 p 点的欧式距离大于 d_k 时停止扩展,其中 d_k 为所有已扩展点与 p 点欧式距离中的第 k 小距离。本文中选取$k=9$。对于模型上所有已经标定的特征点 $s \in S$ 与 $t \in T$,预先计算和保存 $N_e(s,S)$、$N_e(t,T)$。

对于已标定的源面皮特征点 s_i,根据面皮生理形态特征点的对应关系选取相对应的已标定的目标面皮特征点 t_i,这个点就是对于 s_i 确定一个初始对应点,在本文中初始对应即为面皮模型上 83 个特征点之间按标定序号的一一对应。

在初始对应计算时,选取曲率与法向结合的特征向量。对于任意点 s_i,特征向量可表示为$f(s_i) = \begin{vmatrix} \mathrm{norm}(s_i) \\ \mathrm{curve}(s_i) \end{vmatrix}$, $\mathrm{norm}(s_i)$ 与 $\mathrm{curve}(s_i)$分别为 s_i 的单位法向量和平均曲率。

改进初始对应关系(s_i,t_i),当 $t_j \in N_e(t_i,T)$使 $d_f(s_i,t_j) = \| f(s_i) - f(t_j) \|$ 最小化时,用 t_j 代替 t_i,这里的最小化在本文中表示两点间的法向夹角小于 $\pi/3$ 且曲率的绝对值之差为最小。迭代此过程直到找到了局部最小的 d_f。

同样,更新移动源样本的 s_i 到 s_j,使 s_j 对应于最接近局部最小的 $d_f(s_j,t_j)$。如果 $\| s_i - s_j \|$ 大于所设置的阈值,则应该剔除此对应关系,因为继 t_i 之后 s_i 的大幅移动表明此对应关系是不可靠的。

2.3.2 修剪初始对应关系

因为 2.3.1 节中已对应的面皮特征点由交互式标定而成,具有一定的误差性,所以初始对应关系集合在测地距离上可能不全具有一致性。故需要修剪初始对应关系集合使它满足源样本点 s_i 与 s_j 之间的测地距离接近其对应的目标样本点 t_i t_j 间的测地距离,即 $d_g(s_i,s_j) \approx d_g(t_i,t_j)$。

通过消除不符合测地距离上一致性的对应关系,可以大幅提高对应关系的质量和鲁棒性。本文使用一种标准的光谱匹配方法来进行对应关系核心集的提取[9]。

两组对应关系为(s_i,t_i)和(s_j,t_j),如果其测地距离比值 $d_g(s_i,s_j)/d_g(t_i,t_j)$接近于 1,则它们就是一致的。因此,可以定义一致性测量在 0-1 之间。

$$c_{ij} = \min\left\{\frac{d_g(s_i,s_j)}{d_g(t_i,t_j)}, \frac{d_g(t_i,t_j)}{d_g(s_i,s_j)}\right\} \tag{3}$$

其中:c_{ii} 定义为 1。光谱匹配通过构造一个一致性矩阵 $\boldsymbol{M}$ 来进行。考虑到离散误差,可定义 $\boldsymbol{M}$ 为

$$M_{ij} = \begin{cases} \left(\dfrac{c_{ij} - c_0}{1 - c_0}\right)^2 & c_{ij} > c_0 \\ 0 & \text{其他情况} \end{cases} \tag{4}$$

其中:阈值 c_0 表示在一致性情况下可接受的误差是多少,本文取 0.7,即可接受的是测地距离比值大于 0.7 的对应关系。$\boldsymbol{M}$ 最大特征值 $\lambda_{\max}$对应的特征向量 X 的条目定义了初始对应的置信值。

从一个空的集合开始,迭代地增加具有下一最高置信值对应关系到核心对应集 K 中,当且仅当目前这个对应关系对已经在 K 中对应关系的一致性测量值大于阈值 c_0。

2.3.3 扩展核心对应关系集

上一步核心提取的结果是一个一致的对应关系集合。然

而,此集合是很稀疏的,是源面皮模型上部分点的对应关系。因此,需要根据以测地距离一致性为准则的传播策略来扩展对应关系,直至源面皮模型上的所有点都确定对应的点。

给定一个未找到对应关系的源面皮点 s_i,找到距离它最近的有对应关系(s_j,t_j)的 s_j。然后在 t_j 的体素连接邻域中,根据测地距离一致性准则,确定与已有的对应关系有一致性的目标样本点(即为使一致性误差 e_k 最小的点):

$$t_i = \arg\min_{t \in N_g(t_j,T)} e_k(s_i,t) \tag{5}$$

其中:$N_g(t_j,T)$为 t_j 的体素连接邻域,它由体素模型中当前点 t_j 的邻接关系层次扩展而得到。记 $d = \| s_i - s_j \|$,d 为 $s_i s_j$ 间的欧式距离,按照 1.1 节中建立的体素模型中 t_j 的邻接关系一层一层地扩展当前点,直到扩展到当前层的所有邻接点与 t_j 的欧式距离大于 $2d$ 时,则停止扩展。扩展过程中已经扩展的邻接点集合即为 $N_g(t_j,T)$。

一致性误差 e_k 定义如下:

$$e_k(s,t) = \sum_{(s_k,t_k) \in K} [d_g(s,s_k) - d_g(t,t_k)]^2 \tag{6}$$

其中:求和式是基于所有的核心对应(s_k,t_k)。传播对应关系直到源模型上的所有点确定了相对应目标点才停止。

3　实验结果与分析

采用本文方法设计并实现了颅面配准系统 3DFaceReg,在三维面皮库中选取多组面皮模型实现其生理点对应,实验结果表明本文方法求得的对应关系精度较高且具有通用性。

3.1　本文方法实验结果

以直线连接对应点,并采用小球体标记源与目标模型上的对应顶点来展示对应效果,其中左侧模型为源模型,右侧模型为目标模型。每个模型约含 10 000 个顶点,精度较高,故通过随机采样获得部分点对的方式展示其对应效果。图 5 为两个面皮模型在不同视角下的点对应效果。图 6 为对应结果的局部效果。

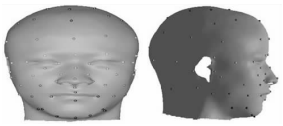


图4　面皮模型特征点示意图

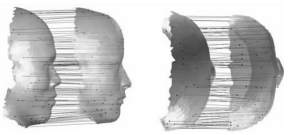


图5　不同视角下的点对应效果

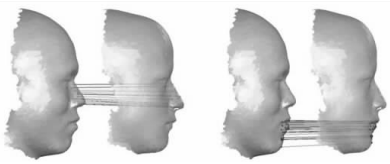


图6　局部对应效果

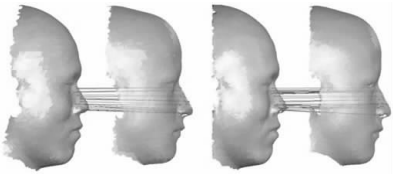
3.2　与已有方法的对比分析

分别采用本文方法与欧式距离最近点方法建立面皮点对应关系。局部区域实验结果如图 7 所示。图 7(a)为使用本文方法建立的对应关系局部示意图,可以观察到源模型与目标模型中鼻子区域的顶点对应关系具备局部生理形态一致性,如两鼻尖点一一对应;(b)为使用欧式距离最接近点建立的对应关系局部示意图,其中,源模型上的鼻尖点对应到了目标模型鼻梁点上,未能实现两模型的鼻尖点的准确对应。

对三维面皮库中的 20 个样本面皮,采用不同的对应方法,建立源面皮与其点的对应关系。表 1 列出了在面皮库中上述两种不同方法建立点对应的平均准确率 η:

$$\eta = \frac{\sum_{j}^{k} N_j^c}{kN} \tag{7}$$

其中:N 为源面皮顶点总数;N_j^c 为源面皮与面皮库中第 j 个面皮正确对应的顶点数;k 为测试面皮的个数,本文为 20。由于面皮顶点数目过大,实验中采用面皮顶点随机抽样后人工判断的方法进行准确率估算。



(a) 本文方法　　(b) 欧式距离最接近点

图7　不同方法建立的局部点对应关系

表 1　两种方法的点对应准确率

方法	准确率/%			
	鼻子	眼睛	嘴巴	其余
最近点方法	50.6	65.7	58.2	61.8
本文方法	89.7	88.3	87.6	85.9

4　结束语

本文提出了基于变形与测地距离一致性约束的三维面皮生理点对应方法,在搜索点对应关系过程中,充分利用了体素模型提供的顶点邻接关系,大幅提高了候选对应点搜索效率。基于三维面皮库的多组实验表明,本文方法提高了点对应的准确度,在模型差异较大时仍能建立精确度较高的对应关系,可有效解决复杂模型点对应问题。

参考文献:

[1] CHEN J H, ZHENG K C, SHAPIRO L G. 3D point correspondence by minimum description length in feature space[C]//Proc of the 11th European Conference on Computer Vision. Berlin: Springer-Verlag, 2010:621-634.

[2] JONES M W, SATHERLEY R. Voxelisation: modeling for volume graphics[C]//Proc of Conference on Vision Modeling and Visualization. 2000:319-326.

[3] 杜培林,屠长河,王文平. 点云模型上测地线的计算[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2006,18(3):438-442.

[4] MITCHELL J S B, MOUNT D M, PAPADIMITRIOU C H. The discrete geodesic problem[J]. SIAM Journal of Computing, 1987, 16(4):647-668.

[5] SURAZHSKY V, SURAZHSKY T, KIRSANOV D, *et al*. Fast exact and approximate geodesics on meshes[C]//Proc of ACM SIGGRAPH. NewYork: ACM Press, 2005:553-560.

[6] 周竞文,程志全,金士尧. 基于 Dijkstra 距离剪枝的测地线求解算法[J]. 系统仿真学报,2009,21(1):141-144.

[7] 李康. 基于颅骨的人脸建模技术研究及在法医面貌复原中的应用[D]. 西安:西北大学,2006.

[8] 张磊. 基于径向基函数的三维形状分析、变形与动画研究[D]. 北京:北京大学,2005.

[9] HUANG Qi-xing, ADAMS B, WICKE M. Non-rigid registration under isometric deformations[J]. Computer Graphics Forum, 2008, 27(5):1449-1457.