第 29 卷第 12 期
2012 年 12 月

计 算 机 应 用 研 究
Application Research of Computers

Vol. 29 No. 12
Dec. 2012

不确定多时滞系统的鲁棒 H_∞ 控制*

屈百达，胥吉林，徐保国
（江南大学 轻工过程先进控制教育部重点实验室，江苏 无锡 214122）

摘　要：研究了一类不确定离散多时滞系统的鲁棒 H_∞ 控制问题。针对具有多状态时滞和不确定参数的离散系统，利用 Lyapunov 稳定性理论和线性矩阵不等式方法，设计无记忆鲁棒 H_∞ 状态反馈控制器，给出了状态反馈控制器的设计方法和闭环时滞系统渐近稳定且满足给定 H_∞ 性能指标的充分条件。最后，通过 MATLAB 仿真算例结果验证了该方法的有效性和可行性。

关键词：时滞系统；鲁棒 H_∞ 控制；状态反馈控制；线性矩阵不等式

中图分类号：TP273　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1001-3695(2012)12-4577-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.12.046

Robust H_∞ control for uncertain systems with multiple time-delay

QU Bai-da, XU Ji-lin, XU Bao-guo
(*Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China*)

Abstract: This paper researched the problem on robust H_∞ control for a class of uncertain systems with multiple time-delay. For discrete-time systems with multiple state time-delay and uncertain parameter, by using Lyapunov function and LMI, derived state feedback controller design method and a sufficient condition for closed loop time-delay systems which was subject to the asymptotic stability and H_∞ performance index. Finally, simulation results of an example with MATLAB show the effectiveness and feasibility of the proposed method.

Key words: time-delay systems; robust H_∞ control; state feedback control; linear matrix inequality (LMI)

在许多工程实际系统中常常存在着时滞现象，如冶金工业、机械传送系统、核反应过程、网络控制系统等。然而时滞会降低系统的性能，甚至使系统失稳。时滞的存在使得系统的分析与综合变得更加复杂。另一方面，由于系统建模误差和工作环境的变化等原因，系统往往还存在着不确定性[1~3]。H_∞ 鲁棒控制不仅可以保证闭环系统的渐近稳定，而且可以使闭环系统具有一定的鲁棒 H_∞ 性能，从而受到越来越多学者的关注，并且取得了丰富的研究成果[4~6]。因此，在实际工程控制系统中，考虑被控对象存在着状态时滞和参数的不确定性，研究不确定时滞系统的 H_∞ 鲁棒控制具有较强的实际应用意义[7~10]。文献[7]研究了一类带有状态时滞不确定时滞系统的鲁棒指数镇定问题，利用 LMI 方法和 Lyapunov 稳定性理论，设计无记忆状态反馈控制器。文献[8]给出了一类含有多时滞的不确定线性系统非脆弱鲁棒保代价状态反馈控制器的充分条件。文献[9]研究了具有全扰动的多时滞不确定线性系统鲁棒镇定及鲁棒 H_∞ 控制问题，并分析了一类非线性扰动问题。文献[10]通过设计状态反馈控制器，给出了离散不确定多时滞系统的鲁棒稳定性的充分条件，但文中并未考虑外部扰动的影响。

本文在基于文献[10]的基础上，考虑外部有限能量扰动，通过构造 Lyapunov 函数和利用 LMI 方法，设计无记忆鲁棒 H_∞ 状态反馈控制器，以 LMI 形式给出了控制器存在的充分条件，经过等价变换，该 LMI 是线性的，利用 LMI 工具箱很容易求解。最后还给出了最优鲁棒 H_∞ 状态反馈控制器的求解算法。

1　问题描述

考虑如下离散不确定多时滞线性系统：

$$x(k+1)=\bar{A}x(k)+\sum_{i=1}^{m}\bar{A}_i x(k-h_i)+\bar{B}u(k)+Dw(k)$$
$$z(k)=Cx(k)+D_1 w(k) \tag{1}$$

其中：$x(k)$、$u(k)$、$z(k)$、$w(k)$ 分别表示系统的状态向量、控制输入向量、被调输出向量和有限能量的扰动向量；$\bar{A}=A+\Delta A$，$\bar{B}=B+\Delta B$，$\bar{A}_i=A_i+\Delta A_i$，$h_i(i=1,2,\cdots,m)$ 是系统状态时滞；A、A_i、B、C、D、D_1 是适当维数的常数矩阵；$k=0,1,2\cdots$ 是离散时间变量；ΔA、ΔA_i、ΔB 为参数不确定项，满足以下条件：

$$[\Delta A,\Delta A_1,\cdots,\Delta A_m,\Delta B]=HF(k)[E,E_1,\cdots,E_m,E_b]$$

其中：H、E、E_1，$\cdots$，E_m，E_b 为已知适当维数的常数矩阵，$F(k)$ 为未知时变函数矩阵，其范数有界且满足 $F^{\mathrm{T}}(k)F(k)\leqslant I$。

设计无记忆状态反馈控制器为

$$u(k)=Kx(k) \tag{2}$$

将式(2)代入式(1)，得闭环系统为

$$x(k+1)=(\bar{A}+\bar{B}K)x(k)+\sum_{i=1}^{m}\bar{A}_i x(k-h_i)+Dw(k)$$
$$z(k)=Cx(k)+D_1 w(k) \tag{3}$$

定义 1　对于给定常数 $\gamma>0$，闭环系统式(3)在状态反馈控制律式(2)的作用下，使得：a) $w(k)=0$ 时，闭环系统式(3)

收稿日期：2012-05-03；**修回日期**：2012-07-20　**基金项目**：国家自然科学基金资助项目(30971689)；高等学校学科创新引智计划资助项目(B12018)

作者简介：屈百达(1956-)，男，辽宁北镇人，教授，博导，主要研究方向为现代控制技术与应用、模式识别、数据处理等(xubei428@163.com)；胥吉林(1987-)，男，江苏盐城人，硕士研究生，主要研究方向为网络控制系统、鲁棒控制；徐保国(1950-)，男，江苏淮阴人，教授，博导，主要研究方向为过程控制与优化、无线传感网络.

是渐近稳定的;b)在零初始条件下,被调输出和外部扰动满足 H_∞ 范数约束条件:$\|z\|_2 \leqslant \gamma \|w\|_2$,则称状态反馈控制律式(2)是系统式(1)$\gamma$-次优 H_∞ 控制律。

引理 1[11] 给定适当维数的矩阵 G、M、N,其中 G 是对称的,则 $G+MFN+N^{\mathrm T}F^{\mathrm T}M^{\mathrm T}<0$ 对所有满足 $F^{\mathrm T}(t)F(t)\leqslant I$ 的对称矩阵 $F(t)$ 成立,当且仅当存在一个常数 $\varepsilon>0$,使得 $G+\varepsilon MM^{\mathrm T}+\varepsilon^{-1}N^{\mathrm T}N<0$。

2 主要结论

定理 1 对于给定常数 $\gamma>0$,如果存在对称正定矩阵 P、$Q_i(i=1,2,\cdots,m)$ 使得如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -P+\sum_{j=1}^{m}Q_j & 0 & \cdots & 0 & 0 & (\bar A+\bar BK)^{\mathrm T} & C^{\mathrm T} \\ * & -Q_1 & \cdots & 0 & 0 & \bar A_1^{\mathrm T} & 0 \\ * & * & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ * & * & * & -Q_m & 0 & \bar A_m^{\mathrm T} & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & D^{\mathrm T} & D_1^{\mathrm T} \\ * & * & * & * & * & -P^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix}<0 \tag{4}$$

则闭环系统式(3)是渐近稳定的,且具有 H_∞ 性能指标 γ。其中 $*$ 表示矩阵对称位置元素的转置。

证明 设存在对称正定矩阵 P、Q_i,选取 Lyapunov 函数:

$$V(k)=x^{\mathrm T}(k)Px(k)+\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{m}x^{\mathrm T}(k-h_i)Q_jx(k-h_i) \tag{5}$$

由式(5)可以看出 $V(k)$ 是正定的。

当 $w(k)=0$ 时,沿系统任意前向差分为

$$\Delta V(k)=V(k+1)-V(k)=$$
$$[(\bar A+\bar BK)x(k)+\sum_{i=1}^{m}\bar A_ix(k-h_i)]^{\mathrm T}P[(\bar A+\bar BK)x(k)+$$
$$\sum_{i=1}^{m}\bar A_ix(k-h_i)]+\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{m}x^{\mathrm T}(k+1-h_i)Q_ix(k+1-h_i)-$$
$$x^{\mathrm T}(k)Px(k)-\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{m}x^{\mathrm T}(k-h_i)Q_ix(k-h_i)=$$
$$x^{\mathrm T}(k)[(\bar A+\bar BK)^{\mathrm T}P(\bar A+\bar BK)-P+\sum_{j=1}^{m}Q_i]x(k)+$$
$$x^{\mathrm T}(k)(\bar A+\bar BK)^{\mathrm T}P\bar A_0(\sum_{i=1}^{m}\bar A_ix^{\mathrm T}(k-h_i))+$$
$$(\sum_{i=1}^{m}A_ix^{\mathrm T}(k-h_i))^{\mathrm T}\bar A_0^{\mathrm T}P(\bar A+\bar BK)x(k)+$$
$$\sum_{i=1}^{m}x^{\mathrm T}(k-h_i)[\bar A_0^{\mathrm T}P\bar A_0-Q_0]x(k-h_i)=$$
$$\eta^{\mathrm T}(k)\Phi\eta(k)$$

其中:

$$\Phi=\begin{bmatrix} \Pi & (\bar A+\bar BK)^{\mathrm T}P\bar A_1 & \cdots & (\bar A+\bar BK)^{\mathrm T}P\bar A_m \\ * & \bar A_1^{\mathrm T}P\bar A_1-Q_1 & \cdots & \bar A_1^{\mathrm T}P\bar A_m \\ * & * & & \vdots \\ * & * & * & \bar A_m^{\mathrm T}P\bar A_m-Q_m \end{bmatrix}$$

$$\eta(k)=[x^{\mathrm T}(k)\quad x^{\mathrm T}(k-h_1)\quad\cdots\quad x^{\mathrm T}(k-h_m)]^{\mathrm T}$$

$$\Pi=(\bar A+\bar BK)^{\mathrm T}P(\bar A+\bar BK)-P+\sum_{j=1}^{m}Q_i$$

$$\bar A_0=[\bar A_1\quad \bar A_2\quad\cdots\quad \bar A_m],\ Q_0=[Q_1\quad Q_2\quad\cdots\quad Q_m]$$

要使 $\Delta V(k)<0$,等价于 $\Phi<0$,利用 Schur 补引理可得

$$\begin{bmatrix} -P+\sum_{j=1}^{m}Q_i & 0 & \cdots & 0 & (\bar A+\bar BK)^{\mathrm T} \\ * & -Q_1 & \cdots & 0 & \bar A_1^{\mathrm T} \\ * & * & & \vdots & \vdots \\ * & * & * & -Q_m & \bar A_m^{\mathrm T} \\ * & * & * & * & -P^{-1} \end{bmatrix}<0 \tag{6}$$

由式(4)可知式(6)是成立的,故闭环系统式(3)是渐近稳定的。当 $w(k)\neq 0$ 时,引入函数:

$$J=\sum_{k=0}^{\infty}[z^{\mathrm T}(k)z(k)-\gamma^2w^{\mathrm T}(k)w(k)]=$$
$$\sum_{k=0}^{\infty}[z^{\mathrm T}(k)z(k)-\gamma^2w^{\mathrm T}(k)w(k)+\Delta V(k)]+V(0)-V(\infty)$$

由零初始条件可知 $V(0)=0$,$V(\infty)>0$,可得

$$J\leqslant\sum_{k=0}^{\infty}[z^{\mathrm T}(k)z(k)-\gamma^2w^{\mathrm T}(k)w(k)+\Delta V(k)]$$

其中: $z^{\mathrm T}(k)z(k)-\gamma^2w^{\mathrm T}(k)w(k)+\Delta V(k)=$

$$[(\bar A+\bar BK)x(k)+\sum_{i=1}^{m}\bar A_ix(k-h_i)+Dw(k)]^{\mathrm T}P[(\bar A+\bar BK)x(k)+$$
$$\sum_{i=1}^{m}\bar A_ix(k-h_i)+Dw(k)]+\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{m}x^{\mathrm T}(k+1-h_i)Q_ix(k+1-h_i)-$$
$$x^{\mathrm T}(k)Px(k)-\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{m}x^{\mathrm T}(k-h_i)Q_ix(k-h_i)=\xi^{\mathrm T}(k)\Xi\xi(k)$$

其中:
$$\Xi=\begin{bmatrix} \Pi & \Gamma^{\mathrm T}P\bar A_1 & \cdots & \Gamma^{\mathrm T}P\bar A_m & \Gamma^{\mathrm T}PD+C^{\mathrm T}D \\ * & \bar A_1^{\mathrm T}P\bar A_1-Q_1 & \cdots & \bar A_1^{\mathrm T}P\bar A_m & \bar A_1^{\mathrm T}PD \\ * & * & & \vdots & \vdots \\ * & * & * & \bar A_m^{\mathrm T}P\bar A_m-Q_m & \bar A_m^{\mathrm T}PD \\ * & * & * & * & \Lambda \end{bmatrix}$$

$$\Gamma=(\bar A+\bar BK),\ \Pi=\Gamma^{\mathrm T}P\Gamma-P+\sum_{j=1}^{m}Q_i+C^{\mathrm T}C$$
$$\Lambda=D^{\mathrm T}PD+D_1^{\mathrm T}D_1-\gamma^2 I$$
$$\xi(k)=[x^{\mathrm T}(k)\quad x^{\mathrm T}(k-h_1)\quad\cdots\quad x^{\mathrm T}(k-h_m)\quad w^{\mathrm T}(k)]^{\mathrm T}$$

根据式(4)可知 $\Xi<0$,所以有

$$z^{\mathrm T}(k)z(k)-\gamma^2w^{\mathrm T}(k)w(k)+\Delta V(k)<0,\ \forall k>0$$

即 $$J\leqslant\sum_{k=0}^{\infty}[z^{\mathrm T}(k)z(k)-\gamma^2w^{\mathrm T}(k)w(k)+\Delta V(k)]<0$$

进一步可得

$$\sum_{k=0}^{\infty}[z^{\mathrm T}(k)z(k)-\gamma^2w^{\mathrm T}(k)w(k)]<0$$

因此,$\|z(k)\|_2\leqslant\gamma\|w(k)\|_2$。定理 1 证毕。

定理 2 对给定 $\gamma>0$,如果存在正常数 $\varepsilon>0$,对称正定矩阵 X、T、$T_i(i=1,2,\cdots,m)$ 和矩阵 Y,使得以下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Theta_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \Theta_2 & (CX)^{\mathrm T} & \Theta_3 \\ * & -T_1 & \cdots & 0 & 0 & XA_1^{\mathrm T} & 0 & XE_1^{\mathrm T} \\ * & * & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ * & * & * & -T_m & 0 & XA_m^{\mathrm T} & 0 & XE_m^{\mathrm T} \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & XD^{\mathrm T} & XD_1^{\mathrm T} & 0 \\ * & * & * & * & * & \Theta_4 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix}<0 \tag{7}$$

则称状态反馈控制律 $u(k)=YX^{-1}x(k)$ 是系统的 γ-次优 H_∞ 控制律。

式中:$\Theta_1=-X+T$,$\Theta_2=(AX+BY)^{\mathrm T}$,$\Theta_3=(EX+E_bY)^{\mathrm T}$,$\Theta_4=-X+\varepsilon HH^{\mathrm T}$。

证明 将 $\bar A$、$\bar A_i$、$\bar B$ 代入式(4),令

$$\Omega=\begin{bmatrix} -P+\sum_{j=1}^{m}Q_j & 0 & \cdots & 0 & 0 & (A+BK)^{\mathrm T} & C^{\mathrm T} \\ * & -Q_1 & \cdots & 0 & 0 & A_1^{\mathrm T} & 0 \\ * & * & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ * & * & * & -Q_m & 0 & A_m^{\mathrm T} & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & D^{\mathrm T} & D_1^{\mathrm T} \\ * & * & * & * & * & -P^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix}$$

式(4)等价于　$\Omega+\bar{H}F\bar{E}+(\bar{H}F\bar{E})^{\mathrm{T}}<0$　(8)

其中：$\bar{H}=[0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ \cdots\ \ H^{\mathrm{T}}\ \ 0]^{\mathrm{T}}$，$\bar{E}=[E+E_bK\ \ E_1\ \ \cdots\ \ E_m\ \ 0\ \ 0\ \ 0]$。

根据引理 1，如果对于所有允许的不确定矩阵 F，有式(8)成立，那么当且仅当存在正常数 ε，使得

$$\Omega+\varepsilon\bar{H}\bar{H}^{\mathrm{T}}+\varepsilon^{-1}\bar{E}^{\mathrm{T}}\bar{E}<0 \tag{9}$$

利用 Schur 补引理，式(9)等价于：

$$\begin{bmatrix} \Pi_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \Pi_2 & C^{\mathrm{T}} & \Pi_3 \\ * & -Q_1 & \cdots & 0 & 0 & A_1^{\mathrm{T}} & 0 & E_1^{\mathrm{T}} \\ * & * & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ * & * & * & -Q_m & 0 & A_m^{\mathrm{T}} & 0 & E_m^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & D^{\mathrm{T}} & D_1^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & * & * & * & * & \Pi_4 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix}<0 \tag{10}$$

其中：$\Pi_1=-P+\sum_{j=1}^{m}Q_j$，$\Pi_2=(A+BK)^{\mathrm{T}}$，$\Pi_3=(E+E_bK)^{\mathrm{T}}$，$\Pi_4=-P^{-1}+\varepsilon HH^{\mathrm{T}}$。

对上式左右分别同乘 $\mathrm{diag}\{P^{-1},P^{-1},\cdots,P^{-1},I,I,I\}$，令 $X=P^{-1}$，$T_i=P^{-1}Q_jP^{-1}$，$T=\sum_{i=1}^{m}T_i$，即可得到不等式(7)。

定理 2 证毕。

推论 1　对于系统式(1)中所有允许的不确定性，由定理 2 可知，若以下的优化问题：

$$\min_{\gamma}(X,Y,\varepsilon,\gamma)$$

$$\text{s.t.}\quad \text{LMI}(7) \tag{11}$$

有一个最小值 $\gamma_{\min}$ 和一组可行解 (X^*,Y^*)，则 $u(k)=Y^*X^{*-1}x(k)$ 是系统式(1)的鲁棒最优 H_∞ 控制器，相应的最小衰减干扰指标是 $\gamma_{\min}$。

证明类似于定理 2 的证明，这里不再重复。

通过 LMI 工具箱中的 mincx 来求解使得性能指标 γ 最小化的鲁棒最优 H_∞ 控制器。

3　仿真算例

考虑离散不确定多时滞线性系统式(1)，其参数如下：

$$A=\begin{bmatrix}-2 & -1\\ 0 & 1\end{bmatrix},A_1=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.2\end{bmatrix},A_2=\begin{bmatrix}0 & 0.2\\ 0.3 & 0\end{bmatrix}$$

$$\Delta A=\begin{bmatrix}0.2\sin(k) & 0.3\sin(k)\\ 0.1\cos(k) & 0.4\cos(k)\end{bmatrix},\Delta A_1=\begin{bmatrix}0.1\sin(k) & 0\\ 0 & 0.1\cos(k)\end{bmatrix}$$

$$\Delta A_2=\begin{bmatrix}0 & 0.3\sin(k)\\ 0.3\cos(k) & 0\end{bmatrix},\Delta B=\begin{bmatrix}0.1\sin(k)\\ 0\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}1\\ 0.5\end{bmatrix},C=[0.1\ \ 0],D=\begin{bmatrix}0.1 & 0.1\\ 0.1 & 0.1\end{bmatrix}$$

$$H=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},m=2,h_1=h_2=0.5s$$

根据定理 2，对于给定 $\gamma=1.5$，利用 LMI 工具箱中的 feasp 函数求解[12]，可以得到一组可行解：

$$X=\begin{bmatrix}1.3481 & -0.5722\\ -0.5722 & 0.8891\end{bmatrix},Y=[1.7769\ \ -0.7589]$$

则状态反馈控制律 $u(k)=YX^{-1}x(k)=[1.3150\ \ -0.0072]x(k)$。设系统初始状态为 $[1\ \ -2]^{\mathrm{T}}$，外部扰动 $w(k)=0.1/(k+1)$。系统的状态响应曲线如图 1 所示。

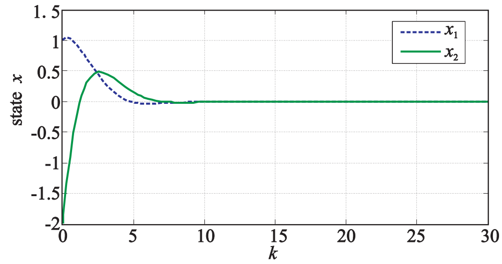

图1　系统的状态响应曲线

从图 1 可以看出，闭环系统是渐进稳定的。在工程实际系统中，考虑外部扰动是必不可少的。本文在考虑外部扰动的基础上，设计状态反馈控制器，最后得到的系统是鲁棒稳定的，相对文献[10]更具有工程实际意义。

4　结束语

本文基于 Lyapunov 稳定性理论和 LMI 方法，研究了一类不确定多时滞系统在无记忆状态反馈作用下的鲁棒 H_∞ 控制问题，同时考虑了系统对外部扰动抑制能力的性能指标，给出了系统渐近稳定的充分条件。仿真结果表明，离散闭环系统是渐近稳定的。该方法计算简便，可方便求得鲁棒 H_∞ 状态反馈控制器，且控制器具有很好的鲁棒性。本文系统中的时滞为常时滞，具有一定局限性。本文下一步主要工作是考虑系统时滞为时变时滞，系统的稳定性研究。

参考文献：

[1] GU Ke-qin, NICULESCU S I. Additional dynamics in transformed time delay systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(3): 572-575.

[2] YUE Dong, WON S. An improvement on" delay and its time-derivative dependent robust stability of time-delayed linear systems with uncertainty"[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(2): 407-408.

[3] 何勇，吴敏. 多时变状态和控制时滞系统的绝对稳定性[J]. 控制理论与应用，2004，21(4)：595-598.

[4] YUE Dong. Robust stabilization of uncertain systems with unknown input delay[J]. Automatic, 2004, 40(2): 331-336.

[5] 肖伸平，吴敏. 线性时滞系统的时滞相关鲁棒稳定性新判据[J]. 控制与决策，2008，23(1)：110-113.

[6] 张文安，俞立，张贵军. 离散多时滞系统的时滞相关鲁棒稳定性分析[J]. 控制理论与应用，2006，23(4)：636-639.

[7] 姜偕富，徐立文. 线性不确定时滞系统鲁棒指数稳定[J]. 清华大学学报：自然科学版，2004，44(7)：997-1000.

[8] 李华荣，须文波. 不确定多时滞系统非脆弱鲁棒保代价控制[J]. 微计算机信息，2007，23(34)：24-26.

[9] 关新平，罗小元，刘奕昌，等. 具有全扰动的不确定多时滞系统的鲁棒 H_∞ 控制[J]. 系统工程与电子技术，2001，23(11)：40-46.

[10] 吴江江，余世明. 一类不确定离散多时滞系统的稳定性分析与鲁棒控制器设计[J]. 自动化技术与应用，2010，29(1)：1-3.

[11] 俞立，冯浩. 不确定时滞系统的保性能控制[J]. 自动化学报，2001，27(3)：392-396.

[12] 俞立. 鲁棒控制：线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京：清华大学出版社，2002.