

基于模拟退火的自适应粒子群优化 算法的改进策略*

于海平¹, 刘会超^{2,3}, 吴志健²

(1. 武汉科技大学城市学院 信息工程学部, 武汉 430083; 2. 武汉大学 软件工程国家重点实验室, 武汉 430072;
3. 黄淮学院 计算机学院, 河南 驻马店 463000)

摘要: 针对 PSO 算法在求解问题的优化问题中易陷入局部收敛且收敛速度较慢等缺陷, 引入一种初始化改进策略, 并将模拟退火算法与 PSO 算法相结合, 提出了一种全新的算法。该算法将寻优过程分为两个阶段: 为了提高算法的执行速度, 前期使用标准 PSO 算法进行寻优, 后期运用模拟退火思想对 PSO 中的参数进行优化搜索最优解。最后将该算法应用于八个经典的单峰/多峰函数中。模拟结果表明, 该算法有效地避免了早熟收敛现象, 并提高了收敛速度, 从而提高了 PSO 算法解决全局优化的性能。

关键词: 粒子群优化算法; 模拟退火; 函数优化

中图分类号: TP301 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)12-4448-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.12.010

Strategy of adaptive simulated annealing particle swarm optimization algorithm

YU Hai-ping¹, LIU Hui-chao^{2,3}, WU Zhi-jian²

(1. Faculty of Information Engineering, Wuhan University of Science & Technology City College, Wuhan 430083, China; 2. State Key Lab of Software Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 3. School of Computer Science, Huanghuai University, Zhumadian Henan 463000, China)

Abstract: In PSO algorithm, it tends to suffer from premature convergence and slow rate of convergence on solving the problem of optimization problems. This paper proposed a new algorithm about initialization and simulated annealing algorithm combined with the PSO for function optimization. It divided the new method into two phases. In order to improve the convergence rate, pre-standard optimization algorithm, and post ideas on the use of simulated annealing to optimize the parameters of PSO for searching the optimum. It applied eight classic unimodal/multimodal function. Compared with other algorithms, the simulation results show that the algorithm avoids the premature convergence phenomenon, enhanced the convergence rate and improves the performance of global optimization.

Key words: particle swarm optimization algorithm; simulated annealing; function optimization

粒子群优化算法是于 1995 年由 Kennedy 等人^[1]提出的一种智能优化算法。该算法主要适用于求解一些高维、非线性等复杂的优化问题。它具有算法简单、控制参数较少、收敛性能较好等优点。很多学者对粒子群优化算法的深入研究也取得了很好的效果, 并且这一算法一经提出便出现了很多改进算法。该算法既可以用于解决连续型非线性问题, 同时也可以应用到离散问题的求解上。但是与其他智能算法一样, 粒子群算法也存在着容易陷入局部最优、算法后期容易出现振荡的现象。基于以上问题的出现, 很多学者提出了各种改进策略。例如, Clerc 等人提出的带收缩因子的标准粒子群优化算法, Shi 和 Eberhart 提出的惯性权重加权重项以及线性减小惯性权重的 PSO 算法。

1 标准的粒子群优化算法原理

粒子群算法是一种群智能优化算法。所谓群智能是指任何昆虫群体或者其他动物的社会行为机制而激发并设计出来的算法或者分布式解决问题的策略^[2]。

它模拟鸟群和蜂群等动物群体觅食行为, 通过个体之间的协作使得群体达到最优化的目的。主要过程表现为: 首先初始化为一群随机的粒子, 这些粒子代表求解问题的 n 个候选解, 它们通过 t 次迭代生成种群, 粒子通过以下公式进行位置和速度的迭代, 最终找到最优解。

$$v_{ij}(t+1) = v_{ij}(t) + c_1 r_1 (pbest_{ij}(t) - x_{ij}(t)) + c_2 r_2 (gbest_{gj}(t) - x_{ij}(t)) \quad (1)$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1) \quad (2)$$

其中: $i = 1, 2, 3, \dots, n$ 是种群中粒子的数量; $j = 1, 2, 3, \dots, m$ 是维数; t 是循环的次数; c_1 、 c_2 是学习因子, 一般情况下是一个正常量, 分别调节粒子飞行的步长, 一般取值为 $c_1 = c_2 = 2$; r_1 、 r_2 是 $[0, 1]$ 之间的随机数。以上算法是 Kennedy 和 Eberhart 博士最初提出的基本粒子群优化算法。其产生过程主要受到动态社会影响理论以及自适应文化模型的作用^[1]。PSO 算法与遗传算法 (GA) 类似, 它具有操作简单、涉及到的系数较少、收敛速度相对较快等特征。因此, PSO 算法引起越来越多的关

收稿日期: 2012-05-07; **修回日期:** 2012-06-14 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (61070008); 河南省重点科技攻关资助项目 (112102210383)

作者简介: 于海平 (1978-), 女, 山东泰安人, 讲师, 硕士, 主要研究方向为智能计算 (yhp0308@yahoo.com.cn); 刘会超 (1982-), 男, 河南驻马店人, 讲师, 硕士, 主要研究方向为智能计算; 吴志健 (1963-), 男, 江西潘阳人, 教授, 博士, 主要研究方向为智能计算、并行计算、智能信息处理。

注,从而成为解决计算智能等诸多方面的研究热点。

随着人们对粒子群算法的不断认识,针对基本粒子群算法中对速度的大小调节缺少一个可靠的依据,并初步改善算法的收敛性能,Shi 和 Eberhart 在 1998 年引入了惯性权重的概念,这一改进被称为标准的粒子群优化算法。位置公式保持不变,其中速度公式改进为

$$v_{ij}(t+1) = wv_{ij}(t) + c_1r_1(pbest_{ij}(t) - x_{ij}(t)) + c_2r_2(gbest_{ij}(t) - x_{ij}(t)) \quad (3)$$

其中: w 称为惯性权重,其大小决定了粒子前一次迭代速度对当前速度继承了多少。针对不同的问题,选择合适的惯性权重可以使粒子具有均衡的探索能力和开发能力。这里的探索能力指的是在一定程度上离开原先的寻优轨迹,飞向新的方向进行搜索的能力。开发能力指的是粒子在一定程度上继承原先寻优路径进行局部的搜索能力。由式(2)(3)组成的迭代算法称为标准的粒子群优化算法(PSO)。

2 粒子群优化算法改进策略

2.1 标准粒子群优化算法的参数分析

粒子群优化算法侧重点主要表现为对速度变化的迭代,在式(3)中的第一部分被称为粒子对之前飞行的记忆部分,它体现了当前速度对下一次飞行速度的影响程度;式(3)中的第二部分称之为粒子自身的认知部分,这部分表现了粒子自身飞行的经验值;式(3)中的第三部分通常被称为粒子对整个种群的认知部分,这一部分反映了自身对群体之间的团结合作精神。总之,粒子在寻优过程中就是在自身经验的基础上不断地吸取种群群体经验来决定下一步飞行轨迹的。以上三部分体现了粒子的飞行规律,但是并不能充分地展现现实世界中鸟群寻觅食物的真实过程。因此,目前在对粒子群优化算法的研究中,很多学者已经将标准的粒子群算法公式作了进一步的改进,并取得了较好的效果。

2.2 粒子群优化算法的主要研究成果

PSO 算法是一种典型的群体智能算法,主要应用在对函数的优化、神经网络的训练和聚类等问题上。自从提出以来,很多学者对它作了改进工作,比较典型的有:Clerc^[3]提出的带收缩因子的标准粒子群优化算法,将速度公式引入收缩因子;Kennedy 等人^[4]提出的离散型二进制粒子群优化算法,针对连续区域中求解函数的最小值这一问题,对基本的 PSO 算法公式修改为运动方程式的形式;Shi 等人^[5]提出了惯性权重线性下降法的改进算法;Norouzzadeh 等人^[6]提出了一个新颖且有效的初始化粒子群优化算法。

2.3 粒子群优化算法改进思想

在现实世界里,鸟群、蜂群等动物的个体行为能力非常有限(在粒子群中单个个体映射为粒子),它几乎不可能独立存在于自然世界中,而多个鸟群、蜂群等所形成的智能则是具有非常强大的生命力,并且这些生命力并不是多个个体能力的简单叠加,而是由于个体之间有一种信息的交互能力。尽管这种能力的获取到目前为止还无法使用具体的数学公式来描述,但是到目前为止,人们对这种群体行为的研究在函数优化、神经网络学习、机器学习等方面已经发挥了重大的作用。因此,研究粒子群优化算法,并且针对不同的问题对它进行改进,能够更好地发挥其作用。

由 Mark Millonas 于 1994 年提出的群智能的五大基本原则中,PSO 算法完全符合这些原则,其中有一个准则被称为适应

性原则(principle of adaptability)。这一准则的主要思想是:当行为模式带来的回报与能量投资相比是值得的时候,群体应该改变其行为模式,以便取得更好的效果。

本文主要思想是考虑到在标准的粒子群优化算法中,惯性权重、自身认知以及社会认知参数这三者在收敛效果方面起到了关键作用,从而保留标准的 PSO 算法公式,对相应系数进行自适应调整。在标准的 PSO 算法中,惯性权重通常随着迭代次数而线性减小,但是为了更好地模拟现实世界,惯性权重不能减小到接近于零。在算法初期阶段,自身认知部分占优势,社会认知部分占有一小部分,以保证算法在整个空间进行搜索,从而保证算法的全局收敛。随着迭代次数的不断增加,自身认知部分逐渐减小,与此同时,社会认知部分逐渐扩大,从而保证算法的收敛,提高其收敛的精度。本文引入模拟退火机制,将自身认知和社会认知部分进行自适应调整,以改善算法的性能,从而实现算法的全局收敛和局部收敛的有效平衡。

2.4 优化算法步骤

根据标准粒子群算法的参数分析,并结合改进算法思想,本节给出六步法改进算法步骤。详细描述如下:

a) 初始化种群。计算初始种群的全局最优解 $gbest = \{gb_1, gb_2, gb_3, \dots, gb_n\}$, 对 $gbest$ 中的 gb_i 分别随机改变其值,得到一个值 X 。若 X 优于 $gbest$, 则令 $X = gbest$, 如此重复 k 次(根据维数的不同选取相应的 k 值)。

b) 初始化初始参数。设置初温度 T_{star} , 末温度 T_{end} , 当前温度 T_{cur} , 迭代初期 $T_{cur} = T_{star}$; 产生初始种群, 初始化粒子个数以及每个粒子 $pbest$, $gbest$, 设置自身认知学习因子 $ac1 = 2$, $ac2$ 初始值设置为一个较小的值。

c) 计算每个粒子的适应值,并计算 p_a 。

d) 比较粒子当前的适应度值和自身个体极值,如果当前适应度值优于个体极值,则个体极值修改为当前适应度值,并设个体极值的位置为当前位置。

e) 比较每个粒子的适应度值与全局极值,如果粒子的适应度值更优于全局极值,则修改全局极值为当前粒子的下标和适应度值。

f) 迭代前期采取标准的学习因子更新速度,迭代后期根据模拟退火原理,对于每一个粒子,将当前的适应值与前一次的适应值进行比较,如果前者优于后者,则更新个体最优值($pbest =$ 当前粒子的适应值);反之,根据 Metropolis 准则^[7],令 ΔP 表示当前适应值与前一次适应值之差。如果 $\exp(-\Delta P/T) > r$ (r 表示 0-1 之间的任意随机数),则接受当前解为新的解,调整自身认知函数 c_1 。

$$c_1 = ac1 \times \exp(-t_{cur}/t_{star}) \times \text{rannum1} \quad (4)$$

其中: c_1 表示自身认知函数; $ac1$ 是自身认知函数的初始值; rannum1 表示 0-1 内的随机数。

由式(4)可以分析, c_1 随着温度的不断降低而逐渐变小,而 c_2 随着温度的降低而逐渐变大,这正好遵循了在初期主要是自身认知起到主要作用,而随着时间的推移,种群中的社会因素占有了主导作用,从而实现了粒子全局搜索和局部搜索能力的动态调整。

惯性权重的调整公式如下:

$$W = w_{max} + (w_{max} - w_{min}) \times (i - 1) / (iwe - 1) \quad (5)$$

其中: w 为惯性权重; w_{max} 为惯性权重的最大值; w_{min} 为惯性权重的最小值; iwe 为惯性权重调整步数。

根据式(2)(3)更新粒子的速度和位置。

g) 执行退火操作。

h) 如果满足算法的终止条件,则算法停止;否则转入 c)。

本文提出的改进算法称为基于模拟退火思想的自适应粒子群优化算法(简称 BSAPSO)。

3 仿真实验证明

为了验证改进的 PSO 算法的有效性,本文选择了标准 PSO 算法经常使用的八个 Benchmark 函数问题进行验证,并将本文提出的改进算法与标准的 PSO 算法进行比较。以下列举出的四个函数容纳了函数性质中的单模态和多模态的特点。其中 Rosenbrock 函数是一个典型的代表,它是一个经典的复杂优化问题,其全局最优值位于一个狭长平滑的抛物线形的山谷内,该函数表明了为优化问题提供极其少量的信息,从而使得算法很难辨别搜索方向,找到全局最小点的几率很小,它一般用来评价算法的执行效率,从而能够有效地验证改进的 PSO 算法的有效性;Rastrigin 和 Girewank 函数是典型的线性多模态函数,它们的搜索空间比较广,并且具有若干个局部极小点和高大的障碍物^[8]。

算法初始化参数:种群规模 size = 30,最大迭代次数 $T_{\max} = 2000$,初始温度 $T_{\text{star}} = 10000$,退火速度为 0.97,自身认知参数初始值 $c_1 = c_2 = [1.7, 2.2]$ 。根据迭代次数,选择前 200 次进行标准的搜索算法,后期采用本文提出的最新算法进行迭代搜索。本文采用 MATLAB R2009a 对算法进行仿真实验,每一种算法的程序分别独立运行 30 次,结果取平均值。测试函数定义详见表 1,测试结果详见表 2。

表 1 Benchmark 函数定义

函数名	函数定义	作用域	最小值
Rosenbrock	$f_1(x) = \sum_{i=1}^n (100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2)$	$[-30, 30]$	0
Rastrigin	$f_2(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i + 10)]$	$[-5.12, 5.12]$	0
Spherical	$f_3(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	$[-5.12, 5.12]$	0
Griewank	$f_4(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	$[-600, 600]$	0
Noisy	$f_5(x) = \left(\sum_{i=0}^{n-1} (i+1)x_i^2\right) + \text{rand}[0, 1]$	$[-1.28, 1.28]$	0
Schewefel	$f_6(x) = \sum_{i=1}^n -x_i \sin(\sqrt{ x_i })$	$[-500, 500]$	-8329.658
Ackley	$f_7(x) = 20 + e - 20e^{-\frac{1}{5}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^2}} - e^{-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)}$	$[-32, 32]$	0
Himmelblau	$f_8(x) = (y + x^2 - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2 + x$	$[-5, 5]$	-3.78396

表 2 函数优化实验结果

函数名	维数	种群个数	运行次数	SPSO 算法	Clerc_PSO 算法	PLOWPSO 算法	BSAPSO 算法
f_1	2	25	1000	1.68217e-17	0	0	0
	10	30	3000	5.7793211	0.00407	5.767e-006	3.736e-006
	20	40	5000	21.1557933	12.48382	6.57211350	9.02554941
f_2	2	30	1000	0	0	0	0
	10	40	3000	9.9975510	5.9697410	1.7855441	0.9949590
	20	40	5000	5.0092336	19.8991660	4.9903753	3.9798339
f_3	2	25	1000	0	8.8824529e-115	0	0
	10	30	3000	9.53361e-21	1.610093e-97	5.332996e-101	1.2304934e-105
	20	40	5000	2.335901e-10	9.3502976e-012	1.2377e-74	8.5561331e-97
f_4	2	25	1000	0	0	0	0
	10	30	3000	0.069370994	0.05163235	0.057351	0.000745358
	20	40	5000	0.010236632	0.11576456	0.0318577	0.006396033
f_5	2	25	1000	0	0	0	0
	10	30	3000	1.9941170	0.0229776	0.0003221	0.000213357
	20	40	5000	9.01229731	1.0399712	0.0019213	0.0017562
f_6	2	25	1000	-7.890603235	-837.96577	-738.647901	-719.527439930
	10	30	3000	-3479.198837	-3104.1278	-3508.99233	-3360.76053
	20	40	5000	-6053.794418	-5181.7161	-8153.9344	-7195.27439
f_7	2	25	1000	-8.88178e-16	-8.8817e-16	-8.79553e-016	-8.8817841e-016
	10	30	3000	2.8381732e-9	1.15514850	4.311768e-15	2.6645352e-15
	20	40	5000	0.014184925	2.9230409	1.279331e-15	3.2172489e-15
f_8	2	30	5000	-7.8671913	-7.8674913	-3.3579151	-5.4437112

运行结果中,加粗结果表示效果最好的解,其中改进的算法 BSAPSO 在函数 f_1 、 f_2 、 f_3 、 f_4 、 f_5 的求解中表现最优,PLOWPSO 算法在 f_6 、 f_7 、 f_8 中表现最优,以上两种算法均优于标准的 PSO 算法。从以上比较结果中得知,本文提出的算法在函数优化方面具有一定的有效性。

4 结束语

根据上章对八个函数的求解过程可以看出,粒子的初始位置在很大程度上影响算法的性能,本文遵循群智能中适应性、多样性的原则,将求解过程分为两个过程:算法迭代前期采用标准粒子群算法提高了算法搜索整个过程的速率,从另一个角度看,它为搜索后期进行了随机的初始化工作,从而增强了种群的多样性;算法迭代后期引入了模拟退火原理,有效地增强了粒子群算法的全局搜索能力,从而使得该算法有效地跳出局部最优解,并较好地避免了粒子的振荡现象,在很大程度上解决了 PSO 算法的局部收敛性问题。

参考文献:

- [1] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization [C]//Proc of IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway: IEEE Press, 1995: 1942-1948.
- [2] BONABEAU E, DORIGO M, THERAULAZ G. Swarm intelligence: from natural to artificial system [M]. New York: Oxford University Press, 1999.
- [3] CLERC M. The swarm and the queen: towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization [C]//Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation. 1999: 1951-1957.
- [4] KENNEDY J, EBERHART R C. A discrete binary version of the particle swarm algorithm [C]//Proc of IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Piscataway: IEEE Press, 1997: 4104-4108.
- [5] SHI Yu-hui, EBERHART R C. Empirical study of particle swarm optimization [C]//Proc of Congress on Evolutionary Computation. Piscataway: IEEE Service Center, 1999: 1945-1950.
- [6] NOROUZZADEH M S, AHMADZADEH M R, PALHANG M. Plowing PSO: a novel approach to effectively initializing particle swarm optimization [C]//Proc of the 3rd IEEE International Conference on Computer Science and Information Technology. 2010: 705-708.
- [7] 康立山, 谢云. 非数值并行算法(第一册)模拟退火算法 [M]. 北京: 科学出版社, 1997: 28-41.
- [8] 纪震, 廖惠连, 吴青华. 粒子群算法及应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2009: 125-210.
- [9] KROHLING R A. PSO-E: particle swarm with exponential distribution [C]//Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation. 2006: 1428-1431.
- [10] CHEN Feng, SUN Xin-xin, WEI Da-li. Tradeoff strategy between exploration and exploitation for PSO [C]//Proc of the 7th International Conference on Natural Computation. Piscataway: IEEE Press, 2011: 1216-1222.
- [11] PANT M, RADHA T, SINGH V P. Particle swarm optimization using Gaussian inertia weight [C]//Proc of International Conference on Computational Intelligence and Multimedia Applications. 2007: 97-102.
- [12] 高磊. 一种动态非线性改变惯性权的自适应粒子群优化算法 [J]. 科学技术与工程, 2011, 11(17): 3984-3988.