

一种新型的多目标优化混合量子进化算法*

申晓宁

(南京信息工程大学 信息与控制学院, 南京 210044)

摘要: 针对复杂多目标优化问题,提出一种混合量子进化算法,并利用它求解多目标函数优化问题。该算法根据多目标优化的特点,创建外部集合保存历代搜索到的非支配解,利用其中的精英个体设计了一种旋转角自适应调整的量子门更新策略,并对量子比特表示的概率幅设置最大和最小阈值,以防止量子群体早熟收敛。借鉴量子门引入了专门针对量子个体的旋转交叉算子,同时小概率地对量子比特进行取反变异操作。对所提算法的计算复杂度进行了理论分析。与另一种已有的多目标量子进化算法的比较结果表明,所提算法具有更好的收敛性能、分布特性及求解效率。

关键词: 多目标优化; 量子进化算法; 量子门; 旋转角; 交叉

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)12-4441-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.12.008

Multi-objective optimization based on novel hybrid quantum-inspired evolutionary algorithm

SHEN Xiao-ning

(College of Information & Control, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China)

Abstract: This paper proposed a hybrid quantum-inspired evolutionary algorithm for complex multi-objective optimization problems, and it used to solve multi-objective function optimization problems. In consideration of the characteristics of multi-objective optimization, it used an external set to reserve the non-dominated solutions found so far. Making use of the elitism solutions in it, it gave a self-adaptive method for tuning the rotation angle in the quantum gate. Meanwhile, it set the maximum and minimum threshold values for the possibility amplitude represented by the quantum bits, which was to prevent premature convergence. It introduced a rotation crossover operator specially designed for the quantum individual according to the quantum gate. And it adopted a not-operation to mutate the quantum individual with a small possibility. It analyzed the computational complexity of the algorithm theoretically. Comparisons with another existed multi-objective quantum evolutionary algorithm indicate that the proposed algorithm has better performance of convergence, distribution and efficiency.

Key words: multi-objective optimization; quantum-inspired evolutionary algorithms (QEA); quantum gate; rotation angle; crossover

0 引言

多目标优化进化算法的研究焦点主要集中于适应值分配与选择策略、群体多样性的维护等方面,具有代表性的算法有NSGA-II^[1]、SPEA2^[2]等。NSGA-II和SPEA2基于Pareto支配的概念对群体排序,对Pareto最优前沿具有较好的逼近能力。然而在一些复杂多模态问题中,由于群体多样性维护能力的不足,在选优时对精英个体过度“利用”,适应度较高的个体将逐渐占据整个群体,新个体难以进入,从而导致早熟收敛。在很多实际问题中,评价目标比较困难,需要占用算法绝大多数的运行时间。当群体的规模变大,子目标的个数增加时,NSGA-II和SPEA2的个体目标评价次数将会大大增加,算法的收敛速度降低。

借鉴量子计算的并行处理能力,结合进化计算的优势,量子进化算法(QEA)近年来引起了国内外众多学者的兴趣^[3-5]。QEA采用量子比特的概率幅表示染色体,使得一个染色体可以同时表示多个态的叠加,通过量子门实现对各量子

比特的干涉。量子比特编码方式使得量子进化算法虽然采用较小规模的种群,却能保证搜索到的解具有很好的多样性。同时,由于种群规模小,使得个体目标评价次数大大降低,从而显著缩短了算法在许多复杂问题中的运行时间。与传统进化算法相比,QEA的快速收敛性能和优良的群体多样性维护能力使之更加适用于求解具有多个变量、多个目标的复杂优化问题。

目前,已有一些研究将QEA应用于多目标优化问题。文献[6]在NSGA-II算法的框架中引入基本QEA^[4]的思想,求解多目标0/1背包问题,获得的非支配解集在收敛性及多样性上均优于单纯NSGA-II。文献[7]设计了多目标量子进化算法的一种通用结构,给出了算法收敛于Pareto最优解集的一个充分条件,并定义了两种满足该条件的旋转门操作。上述文献中的算法均需要根据具体的应用问题事先列出各种情况下量子门旋转角取值的查询表,供算法查找,通用性不强,并且它们仅通过量子门更新个体,未采用经典遗传算法中的交叉、变异算子。文献[8]提出了一种基于免疫原理的量子进化算法,利用NSGA-II的快速非支配排序和排挤距离思想来计算种群中

收稿日期: 2012-04-21; **修回日期:** 2012-05-30 **基金项目:** 江苏省高校自然科学基金研究计划项目(10KJB510010);空间智能控制技术国家重点实验室资助项目;南京信息工程大学科研基金资助项目(20110393,20090211)

作者简介: 申晓宁(1981-),女,江苏南京人,副教授,博士,主要研究方向为进化算法、多目标优化(sxnysyt@sina.com)。

抗原—抗体的亲和度,并将个体分级,将不同级别中的个体实施不同的量子更新和免疫操作。该算法能依据进化代数 and 个体亲和度调整旋转角,但需设置适当的初值,且算法较为繁琐。

本文提出一种新型的多目标优化混合量子进化算法,简称 MHQEA。该算法设置外部集合保存历代搜索到的非支配个体,并采用三种量子个体更新方式:a)借鉴粒子群算法的速度更新思想,利用外部集合中的精英个体设计了一种旋转角自适应调整的策略;b)基于量子门引入了专门针对量子个体的旋转交叉操作;c)对量子位进行小概率取反变异操作。

1 一种新型的多目标优化混合量子进化算法 MHQEA

1.1 量子个体的编码方式

1.1.1 量子比特的表示

在 MHQEA 中,染色体由一串量子比特组成。量子比特是 MHQEA 中最小的信息单元,它定义为一组数对:

$$[\alpha, \beta]^T \quad (1)$$

其中: α^2 表示量子比特位取状态“0”的概率, β^2 表示取状态“1”的概率,且满足 $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ 。一个量子位可处于“0”和“1”状态,或两种状态的线性叠加。

1.1.2 量子个体的编码

量子个体 q 定义为具有 m 位量子比特的数串:

$$q = \left[\begin{array}{c|c|c|c} \alpha_1 & \cdots & \alpha_k & \cdots & \alpha_m \\ \hline \beta_1 & \cdots & \beta_k & \cdots & \beta_m \end{array} \right] \quad (2)$$

由于量子比特是一种基于概率的表示方法,因此一个量子个体可以同时表示问题决策变量的所有可能组合。因此,与二进制、实数等其他编码方式相比,采用量子比特编码的进化算法能够更好地维护群体的多样性。如果问题有 l 个决策变量,每个决策变量用 m' 位量子比特表示,则量子个体的长度 $m = m' \cdot l$ 。量子个体 q 也可用一组相位表示:

$$q = [\varphi_1, \cdots, \varphi_k, \cdots, \varphi_m] \quad (3)$$

其中: $\varphi_k = \text{atan}(\beta_k/\alpha_k)$, $k = 1, 2, \cdots, m$ 。

1.1.3 量子群体和观测群体

为了更好地维护进化过程中的多样性, MHQEA 基于量子群体 Q 进行迭代操作。 Q 由一组量子个体组成。由于每个量子个体可同时表示多个态的叠加,因此群体的规模 N 可取较小值。为了获取优化问题的确定解,便于计算目标值,需对 Q 中的量子个体依次采用观测算子,得到由二进制个体组成的观测群体 P 。例如,观测量子个体 q 的第 k ($k = 1, 2, \cdots, m$) 位 $\begin{bmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \end{bmatrix}$,方法如下:产生一个随机数 $r_1 \in [0, 1]$,如果 $r_1 \leq \alpha_k^2$,则第 k 位的观测结果为 0,否则为 1。 q 的观测结果为二进制个体 $x = [x_1, \cdots, x_k, \cdots, x_m]$,其中, $x_k \in \{0, 1\}$ ($k = 1, 2, \cdots, m$)。

1.2 量子群体的初始化

令初始量子群体 $Q(0) = \{q_j(0), j = 1, 2, \cdots, N\}$, 其中, $q_j(0)$ 的所有量子比特 $[\alpha_{jk}, \beta_{jk}]^T$ ($k = 1, 2, \cdots, m$) 均取为 $[1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}]^T$ 。该方法可保证初始群体中所有个体的每一位均以相同的概率取状态“0”或“1”。当采用观测算子时,整个决策空间中的所有可能解取值概率相同。

1.3 精英保留机制

设置一个外部集合 A 存储历代群体搜索到的非支配解,

以防止算法在搜索过程中由于随机因素或群体规模的限制而丢失优良解,并加快算法的收敛速度。

在第 t 代,对群体 $Q(t)$ 的 N 个量子个体分别观测 r 次 (r 取较小的正整数),得到 $N \cdot r$ 个观测个体。该做法的目的是加大对每个量子个体邻域探索的力度,以快速找到更优的解,提高算法的局部搜索能力。计算观测个体的多目标值,然后更新 A :把所有观测个体中的非支配解加入 A ,之后 A 中可能存在若干解被其余解支配,把这些受支配的解删除。多目标优化问题中非支配解的个数可能相当大,由于计算资源的限制,固定 A 的最大容量为常数 M 。一旦当前存储的解个数大于 M ,则移除密度较大的解。本文使用拥挤距离^[1]的概念估计解的密度。把当前 A 中的所有解分别依据各目标进行排序,则解 x 的拥挤距离定义为:在各个目标上,排列在 x 的左侧和右侧的两个解的距离的平均值, x 的拥挤距离越小,说明 x 周围的密度越大。

1.4 量子个体的更新

在 MHQEA 的每一进化代中,采用量子旋转门 H_ε 、交叉算子 C_{p_c} 和变异算子 M_{p_m} 更新量子个体。

1.4.1 H_ε 算子

对量子比特 $[\alpha, \beta]^T$ 实施 H_ε 算子,可得 $[\alpha', \beta']^T = H_\varepsilon(\alpha, \beta, \Delta\theta)$, 且满足 $\alpha'^2 + \beta'^2 = 1$ 。 H_ε 算子定义为

$$(\alpha'', \beta'')^T = R(\Delta\theta)(\alpha, \beta)^T \quad (4)$$

$$[\alpha', \beta']^T =$$

$$\begin{cases} [\text{sgn}(\alpha'') \times \sqrt{\varepsilon}, \text{sgn}(\beta'') \times \sqrt{1-\varepsilon}]^T & \text{若 } |\alpha''|^2 < \varepsilon \text{ 且 } |\beta''|^2 > 1-\varepsilon \\ [\text{sgn}(\alpha'') \times \sqrt{1-\varepsilon}, \text{sgn}(\beta'') \times \sqrt{\varepsilon}]^T & \text{若 } |\alpha''|^2 > 1-\varepsilon \text{ 且 } |\beta''|^2 < \varepsilon \\ [\alpha'', \beta'']^T & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

式(4)中, $R(\Delta\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta) & -\sin(\Delta\theta) \\ \sin(\Delta\theta) & \cos(\Delta\theta) \end{bmatrix}$ 为量子旋转

门;式(5)中, $\text{sgn}(\cdot)$ 表示符号函数, $0 < \varepsilon < 1$ 。 H_ε 算子能够保证每代更新后的量子比特概率幅 α'^2, β'^2 均位于 $[\varepsilon, 1-\varepsilon]$ 中,即个体的每一位始终以大于 0 且小于 1 的概率取状态“0”或“1”;否则,当 $\alpha'^2 = 0$ (或 1) 时,观测结果始终为状态“1” (或“0”),易导致整个量子群体早熟收敛。

在文献[6,7]中, $R(\Delta\theta)$ 中的旋转角 $\Delta\theta$ 确定方法如下:为量子个体 q 指定一个二进制编码的目标解 $b = [b_1, \cdots, b_k, \cdots, b_m]$, 设 q 的观测个体为 $x = [x_1, \cdots, x_k, \cdots, x_m]$, 则第 k ($k = 1, 2, \cdots, m$) 位量子比特的旋转角 $\Delta\theta_k$ 确定如下:如果 b 的目标值优于 x ,则将 $\Delta\theta_k$ 取为适当的角度,使得 $[\alpha_k, \beta_k]^T$ 向着有利于 b_k 出现的方向进化;如果 x 的目标值优于 b ,则使 $[\alpha_k, \beta_k]^T$ 向着有利于 x_k 出现的方向进化,否则,令 $\Delta\theta_k = 0$ 。该方法需事先针对特定的应用问题,通过多次实验,将 $\Delta\theta_k$ 的取值与 x_k, b_k 的关系列成表,以供算法在运行过程中查询。为了克服此缺点,本文借鉴粒子群算法的速度更新公式,结合多目标优化问题具有多个 Pareto 最优解的特点,对旋转角 $\Delta\theta_k$ 采用自适应的变化策略:

$$\Delta\theta_k(t+1) = \omega \times \Delta\theta_k(t) + r_1 \cdot (\varphi_k^{PB} - \text{atan}(\beta_k/\alpha_k)) + r_2 \times (\varphi_k^{GB} - \text{atan}(\beta_k/\alpha_k)) \quad (6)$$

其中: $\Delta\theta_k(t), \Delta\theta_k(t+1)$ 分别为第 t 代和 $t+1$ 代的旋转角,初始时刻, $\Delta\theta_k(0) = 0$ ($k = 1, 2, \cdots, m$); φ_k^{PB} 为 q 的个体极值 PB 在第 k 位的相位; φ_k^{GB} 为整个群体的全局极值 GB 在第 k 位的相位; ω 为惯性权重; r_1, r_2 为 $[0, 1]$ 中的随机数。上述方法使

得每一位旋转角在继承自身信息的基础上进行自我总结,并向群体中的优秀个体学习,从而保证了量子个体具有适当的更新速度和方向。

式(6)中个体 q 的极值 PB 确定方法为:初始时刻,令 $PB = q(0)$ 。在第 t 代,从 $q(t)$ 对应的 r 个观测个体中确定一个非支配个体 $x(t)$ 。如果 $x(t)$ Pareto 支配 PB 的观测值,则令 $PB = q(t)$;如果 PB 的观测值支配 $x(t)$,则 PB 保持不变;如果两者互不支配,则从中随机选择一个作为 PB 。对于个体 $q(t)$,全局极值 GB 的确定方法为:从外部集合 A 中选出 n_1 个邻域密度最小(排挤距离最大)的个体,将其中在目标空间上距离 $x(t)$ 最近的精英个体作为 GB 。设当前 A 中的个体数目为 M_1 ,群体规模为 N ,则 n_1 的取值如下:

$$n_1 = \begin{cases} N & \text{若 } M_1 \geq N \\ M_1 & \text{若 } M_1 < N \end{cases} \quad (7)$$

1.4.2 量子交叉算子 C_{p_c}

取量子个体 q_1, q_2 。对于 q_1 ,将 q_2 的第 k 位相角 φ_{2k} 取代式(6)中的全局极值 φ_k^{GB} ,计算 q_1 新的旋转角 $\Delta\theta_{1k}$,实施 H_e 算子,得 $[\alpha'_{1k}, \beta'_{1k}]^T = H_e(\alpha_{1k}, \beta_{1k}, \Delta\theta_{1k})$ 。同理,对于 q_2 ,可得 $[\alpha'_{2k}, \beta'_{2k}]^T = H_e(\alpha_{2k}, \beta_{2k}, \Delta\theta_{2k})$ 。

文献[8]中的量子交叉操作,借鉴遗传算法的交叉方式,将两个量子个体在交叉点后的量子比特直接交换。本文依据 1.4.1 节量子门的操作,将待交叉的两个体的量子比特进行旋转,从而能够更好地交换两者的信息,也更加符合量子位表征概率幅的特点。

1.4.3 量子变异算子 M_{p_m}

M_{p_m} 的定义如下:

$$[\alpha'_1, \beta'_1]^T = M_{p_m}(\alpha, \beta) = \begin{cases} (\beta, \alpha)^T & r_1 \leq P_m \\ (\alpha, \beta)^T & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

式中, r_1 为 $[0, 1]$ 中的随机数, $0 < P_m < 1$ 。 M_{p_m} 算子以较小的变异概率 P_m 交换量子比特取状态“0”或“1”的概率,给个体施加扰动,以增加量子群体的多样性,跳出局部最优解。

1.5 算法步骤

所提算法 MHQEA 主要包括观测操作、更新外部集合及繁殖操作三部分。MHQEA 的具体步骤如下:

a) 初始化。令进化代数 $t = 0$,生成规模为 N 的父代量子群体 $Q_{\text{Par}}(t)$;创建空的外部集合 $A = \emptyset$ 。

b) 观测操作。对 $Q_{\text{Par}}(t)$ 中个体依次观测 r 次,得到由 $N \cdot r$ 个二进制个体组成的观测群体 $P_{\text{Par}}(t)$ 。

c) 更新外部集合。计算 $P_{\text{Par}}(t)$ 中所有个体的多目标值,并从中确定出非支配解加入 A ;将 A 中的重复解及受支配解删除。如果 A 中解的个数超过了最大容量 M ,则移除排挤距离较小的解。

d) 量子个体更新。具体步骤为:

(a) 依据 1.4.1 节方法对 $Q_{\text{Par}}(t)$ 中所有个体的每一个量子位实施旋转门操作 H_e ,得到 $Q'_{\text{Chi}}(t)$ 。

(b) 将 $Q'_{\text{Chi}}(t)$ 中的个体随机配成 $\lfloor N/2 \rfloor$ 对,按交叉概率 P_c ,依据 1.4.2 节对配对个体实施量子交叉算子 C_{p_c} ,得到 $Q''_{\text{Chi}}(t)$ 。

(c) 按变异概率 P_m ,依据 1.4.3 节对 $Q''_{\text{Chi}}(t)$ 中个体实施量子变异算子 M_{p_m} ,得到子代群体 $Q_{\text{Chi}}(t)$ 。

e) 终止判断。如果 $t \geq T$ (T 为最大进化代数),则把外部集合 A 作为近似 Pareto 最优解集输出,算法终止;否则,

$Q_{\text{Par}}(t+1) = Q_{\text{Chi}}(t)$, $t = t+1$,转入步骤 b)。

2 算法的计算复杂度

2.1 时间复杂度

设目标个数为 n ,MHQEA 的时间复杂度取决于:

a) 观测操作。对群体中 N 个个体的所有 m 个量子位均观测 r 次,该步骤的时间复杂度为 $O(rNm)$ 。

b) 确定观测群体 $P_{\text{Par}}(t)$ 中的所有非支配解,最多需进行 $rN(rN-1)n$ 次比较,时间复杂度为 $O(n(rN)^2)$ 。

c) 更新外部集合时,判断其中是否存在重复解,或若干解被其余解支配最多需进行 $2nrNM$ 次比较,因此该步骤的时间复杂度为 $O(nrNM)$ 。

d) 外部集合在更新之后最多有 $rN + M$ 个个体,把它们分别依 m 个目标进行排序,以计算个体的排挤距离进行裁减操作。采用快速排序法,该步骤的时间复杂度为 $O(n(rN + M) \log(rN + M))$ 。

e) 旋转门操作。在确定 $q(t)$ 的旋转角 $\Delta\theta_k(t+1)$ 时,最多需进行 $r(r-1)n$ 次比较,以从 r 个观测个体中确定一个非支配个体 $x(t)$;同时,进行 Nn 次加法运算,求得与 $x(t)$ 欧拉距离最短的精英个体作为全局极值。求得旋转角后,按式(4)和(5)对 $q(t)$ 的所有 m 个量子位计算更新。因此该步骤的时间复杂度为 $O(N(nr^2 + Nn + m))$ 。

当问题的决策变量较多,量子个体的比特位数 m 很大时,MHQEA 总的时间复杂度取上述分析结果中的最大值 $O(rNm)$;当 m 较小时,MHQEA 的时间复杂度为 $O(n(rN)^2)$ 。

2.2 空间复杂度

MHQEA 的空间复杂度主要取决于:

a) 保存量子群体,空间复杂度为 $O(2Nm)$;

b) 保存观测群体,空间复杂度为 $O(rNm)$;

c) 保存群体的多目标值,空间复杂度为 $O(rNn)$;

d) 确定观测群体中的所有非支配解,并更新外部集合,空间复杂度为 $O(rN + M)$ 。

e) 外部集合在更新之后最多有 $rN + M$ 个个体,保存排挤距离并进行裁剪,空间复杂度为 $O(rN + M)$ 。

当 $r \geq 2$ 时,MHQEA 总的空间复杂度取上述最大值 $O(rNm)$;当 $r = 1$ 时,MHQEA 的空间复杂度为 $O(2Nm)$ 。

2.3 与其他算法的比较

文献[6]提出的 QMEA 算法是在经典算法 NSGA-II 基础上引申出的一种多目标量子进化算法。设它的群体规模为 L ,则其时间复杂度为 $O(\max(n(rL)^2, rLm))$,空间复杂度为 $O(\max((rL)^2, rLm))$ 。在本文算法 MHQEA 中,令群体规模 $N = L$,则它与 QMEA 在最坏情况下具有相同的时间复杂度。

在空间复杂度方面,当 m 较小时,本文算法 MHQEA 小于 QMEA;当 m 较大时,MHQEA 与 QMEA 空间复杂度相同。

3 仿真实验

3.1 优化问题描述

将所提算法应用于四种具有不同特征的多目标函数优化问题中。函数分别定义为

$$\text{ZDT1}^{[9]}: \begin{cases} \min & f_1 = x_1 \\ \min & f_2 = g \cdot h \end{cases}$$

$$g = 1 + 9 \cdot \sum_{i=2}^n x_i / (n-1) \quad n=30, x_i \in [0,1] \quad (9)$$

$$h = 1 - \sqrt{f_1/g}$$

ZDT1 的 Pareto 前沿为凸曲线。

$$\text{ZDT2}^{[9]}: \begin{cases} \min f_1 = x_1 \\ \min f_2 = g \cdot h \end{cases}$$

$$g = 1 + 9 \cdot \sum_{i=2}^n x_i / (n-1) \quad n=30, x_i \in [0,1] \quad (10)$$

$$h = 1 - (f_1/g)^2$$

ZDT2 的 Pareto 前沿为非凸曲线。

$$\text{ZDT3}^{[9]}: \begin{cases} \min f_1 = x_1 \\ \min f_2 = g \cdot h \end{cases}$$

$$g = 1 + 9 \cdot \sum_{i=2}^n x_i / (n-1) \quad (11)$$

$$h = 1 - \sqrt{\frac{f_1}{g}} - \left(\frac{f_1}{g}\right) \sin(10\pi f_1) \quad n=30, x_i \in [0,1]$$

ZDT3 的 Pareto 前沿具有五段离散的凸曲线。

$$\text{Vie}: \begin{cases} \min f_1 = (x_1 - 2)^2/2 + (x_2 + 1)^2/13 + 3 \\ \min f_2 = (x_1 + x_2 - 3)^2/175 + (2x_2 - x_1)^2/17 - 13 \\ \min f_3 = (3x_1 - 2x_2 + 4)^2/8 + (x_1 - x_2 + 1)^2/27 + 15 \end{cases} \quad x_1, x_2 \in [-4, 4] \quad (12)$$

Vie 具有三个目标函数。

3.2 实验结果

采用四种衡量非支配解集性能的测度及作图法,将所提方法 MHQEA 与文献[6]提出的多目标量子进化算法 QMEA 进行比较:a)收敛性测度 $M_1^{[9]}$ (度量算法搜索到的解到问题真实的 Pareto 最优解集在目标空间上的平均最短距离);b)测度 $C^{[9]}$ (度量两两解集间相互支配的程度);c)分布性能测度 $SP^{[10]}$ (度量解集中每个解到其余解的最短距离的标准偏差,即解集分布的均匀性);d)运行时间 t 。测度 M_1 和 SP 越小,说明算法的收敛性能及解的分布性能越好。对于有序解集对 (X_1, X_2) , $C(X_1, X_2) > C(X_2, X_1)$ 说明集合 X_1 在 C 测度上的性能优于 X_2 。

MHQEA 的参数设置为:群体规模 $N=30$,观测次数 $r=3$,外部集合的最大容量 $M=100$, H_e 算子中的阈值 $\varepsilon=0.007$ 。由于量子交叉是 MHQEA 中的辅助算子,所以小概率取 0.2,变异概率取 $1/m$ (m 为位串的总长度)。文献[6]的算法 QMEA 中,群体规模 $L=30$, $r=3$, $\Delta\theta=0.01\pi$,分组数=10。两种算法中,各变量的编码长度均取 30 位,总的目标评价次数均为 27 000 次,因此,进化代数 $T=300$ 。

所有实验均在同一台计算机上使用 MATLAB 7.1 软件完成,算法的计算精度设为 10^{-10} 。两种算法在各函数中分别独立地运行 10 次,10 次结果的平均值如表 1、2 所示。图 1~4 给出了各算法其中一次运行搜索到的 Pareto 前沿的比较。

表 1 MHQEA 与 QMEA 在 t 、 M_1 、 SP 测度上的比较

测度	算法	ZDT1	ZDT2	ZDT3	Vie
$t(s)$	MHQEA	162.19	138.63	138.92	175.36
	QMEA	180.12	174.93	169.68	189.09
M_1	MHQEA	0.007 5	0.009 7	0.002 1	0.009 3
	QMEA	0.007 9	0.008 5	0.002 3	0.010 5
SP	MHQEA	0.005 3	0.006 9	0.004 6	0.017 3
	QMEA	0.008 3	0.009 6	0.005 6	0.019 9

表 2 MHQEA 与 QMEA 在 C 测度上的比较

参数	ZDT1	ZDT2	ZDT3	Vie
$C(M, Q)$	0.160 0	0.100 0	0.130 0	0.090 0
$C(Q, M)$	0.130 0	0.130 0	0.120 0	0.060 0

注:M 表示 MHQEA,Q 表示 QMEA。

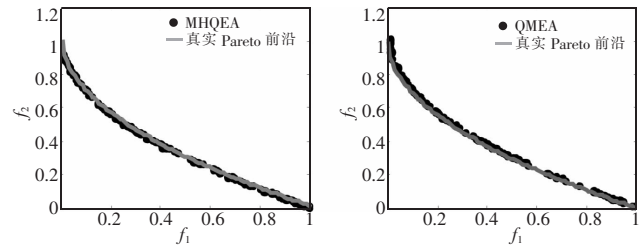


图 1 ZDT1 中 Pareto 前沿的比较

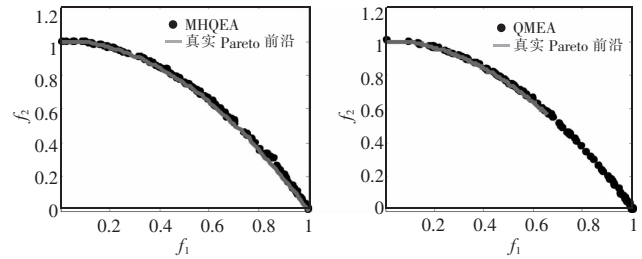


图 2 ZDT2 中 Pareto 前沿的比较

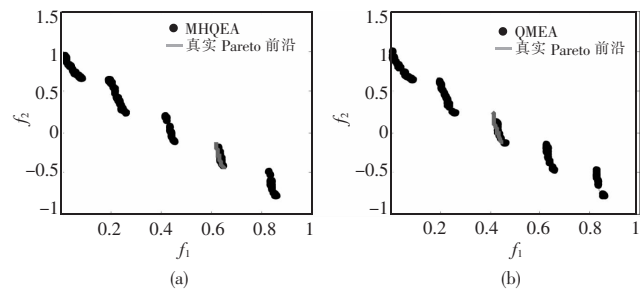


图 3 ZDT3 中 Pareto 前沿的比较

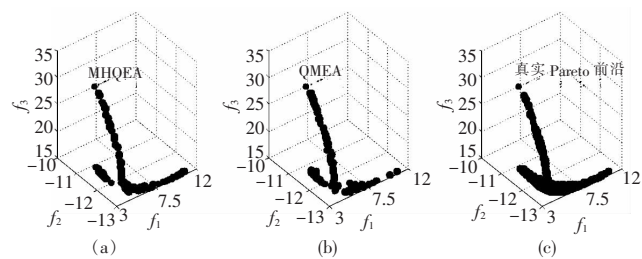


图 4 Vie 中 Pareto 前沿的比较

由表 1、2 和图 1~4 可见,在函数 ZDT1、ZDT3、Vie 中,所提算法 MHQEA 的收敛性能(M_1 、 C)略优于 QMEA,在 ZDT2 中略差于 QMEA;在所有四个函数中,MHQEA 的分布特性(SP 测度)都优于 QMEA,并且它的运行时间更短。因而,在计算量(即目标评价次数)相同的情况下,MHQEA 可以在更短的时间内产生一组质量更优的解,它具有更高的求解效率。由此说明,本文给出的三种适用于量子个体的更新方式是可行而有效的,与另一种已有的多目标量子进化算法相比,它们使得所提算法具有了更快的收敛性能和更好的群体多样性维护能力。

4 结束语

本文提出一种新型的多目标优化混合量子进化算法。该算法结合多目标优化问题具有多个非支配解的特点,采用了自适应确定旋转角的量子门、基于量子门的量子交叉以及取反变异三种专门针对量子个体的更新方式,从理论上分析了算法的计算复杂度,并把所提算法与另一种已有的多目标量子进化算法在一组具有不同特性的测试函数上进行了比较,结果表明所提算法具有更高的搜索效率,它能够在更短的运行时间内产生一组收敛性能与分布特性均较优的非支配解。(下转第 4447 页)

2 为算法对各个函数运行 30 次后所得平均最优函数值的比较;表 3 为算法对各个函数运行 30 次后所得的最小值比较。

表 1 五个基准函数

函数	表达式
Sphere	$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$
Rastrigin	$f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10)$
Griewank	$f(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1$
Shaffer	$f(x) = 0.5 + \frac{\sin^2 \sqrt{x^2 + y^2} - 0.5}{(1.0 + 0.001(x^2 + y^2))^2}$
Ackley	$f(x) = -20e \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} - e^{-\frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)} + 20 + e$

表 2 五个基准函数的平均值比较

function	NP	dimension	generation	ABC	DA-ABC
Sphere	10	10	1 000	6.36e-12	0
	15	30	1 500	1.02e-11	0
Rastrigin	10	10	1 000	2.33e-07	0
	15	30	1 500	0.064 8	0
Griewank	10	10	1 000	0.010 2	7.40e-18
	15	30	1 500	0.002 1	0
Ackley	10	10	1 000	7.17e-09	4.32e-15
	15	30	1 500	6.82e-04	5.63e-15
Shaffer	10	2	1 000	0.007 8	1.61e-05
	15	2	1 500	0.007 8	1.16e-09

表 3 五个基准函数的最小值比较

function	NP	dimension	generation	ABC	DA-ABC
Sphere	10	10	1 000	8.99e-17	0
	15	30	1 500	1.42e-15	0
Rastrigin	10	10	1 000	0	0
	15	30	1 500	3.31e-09	0
Griewank	10	10	1 000	3.33e-16	0
	15	30	1 500	2.22e-16	0
Ackley	10	10	1 000	1.11e-13	8.88e-16
	15	30	1 500	8.61e-06	4.44e-15
Shaffer	10	2	1 000	5.33e-05	0
	15	2	1 500	5.56e-04	0

4 结束语

从表 2 和 3 中可以看出,DA-ABC 比 ABC 算法收敛速度更快,DA-ABC 算法找到全局最优解的可能性更大;对于 Sphere 和 Rastrigin 函数,DA-ABC 算法每次都能收敛到全局最优值(函数值为 0),而 ABC 算法不然;上述所有函数,DA-ABC 算法

都能探索到更好的解。对于一些较复杂的函数,可能还需要进一步的研究。实验表明 DA-ABC 算法的稳定性好,是一种解决实际问题的有效算法。

参考文献:

- [1] KARABOGA D, BASTURK B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm [J]. *Journal Glob Optim*, 2007, 39(3): 459-471.
- [2] KARABOGA D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization, Technical Report-TR06 [R]. Kayseri: Erciyes University, 2005.
- [3] SHELOKAR P S, SIARRY P, JAYARAMAN V K, et al. Particle swarm and ant colony algorithms hybridized for improved continuous optimization [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, 188(1): 129-142.
- [4] KARABOGA D, BASTURK B. On the performance of artificial bee colony (ABC) algorithm [J]. *Applied Soft Computing*, 2008, 8(1): 687-697.
- [5] KAVEH A, TALATAHARI S. Particle swarm optimizer, ant colony strategy and harmony search scheme hybridized for optimization of truss structures [J]. *Computers and Structures*, 2009, 87(5-6): 267-283.
- [6] KARABOGA D, OZTURK C. A novel clustering approach: artificial bee colony (ABC) algorithm [J]. *Applied Soft Computing*, 2011, 11(1): 652-657.
- [7] 暴励, 曾建潮. 自适应搜索空间的混沌蜂群算法[J]. *计算机应用研究*, 2010, 27(4): 1330-1334.
- [8] 姚宝珍, 杨成永, 于艳玲, 等. 蜂群算法在作业车间调度问题中的应用[J]. *物流技术*, 2010, 29(6): 231-232, 237.
- [9] 胡珂, 李迅波, 王振林. 改进的人工蜂群算法性能[J]. *计算机应用*, 2011, 31(4): 1107-1110.
- [10] 毕晓君, 王艳娇. 改进人工蜂群算法[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2012, 33(1): 117-123.
- [11] RAHNAMAYAN S, TIZHOOSH H R, SALAMA M M A. Opposition-based differential evolution [J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2008, 12(1): 64-78.
- [12] 高卫峰, 刘三阳, 姜飞, 等. 混合人工蜂群算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(5): 1167-1170.
- [13] 毕晓君, 王艳娇. 加速收敛的人工蜂群算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(5): 2756-2762.
- [14] ZHANG Jing-qiao, SANDERSON A C. JADE: adaptive differential evolution with optional external archive [J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2009, 13(5): 945-957.

(上接第 4444 页)

参考文献:

- [1] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.
- [2] ZITZLER E, LAUMANN S, THIELE L. SPEA2: improving the strength Pareto evolutionary algorithm [C]//Proc of Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems. Athens: IEEE Press, 2002: 95-100.
- [3] ARPAIA P, MAISTO D, MANNA C. A quantum-inspired evolutionary algorithm with a competitive variation operator for multiple-fault diagnosis [J]. *Applied Soft Computing*, 2011, 11(8): 4655-4666.
- [4] HAN K, KIM J. Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization [J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2002, 6(6): 580-593.
- [5] 钱洁, 郑建国, 张超群, 等. 量子进化算法研究现状综述 [J]. *控制*

与决策, 2011, 26(3): 321-326, 331.

- [6] KIM Y, KIM J H, HAN K H. Quantum-inspired multiobjective evolutionary algorithm for multiobjective 0/1 knapsack problems [C]//Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation. Vancouver: IEEE Press, 2006: 2601-2606.
- [7] LI Zhi-yong, RUDOLPH G, LI Ken-li. Convergence performance comparison of quantum-inspired multi-objective evolutionary algorithms [J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2009, 57(11-12): 1843-1854.
- [8] 杨海东, 杨春. 求解多目标优化问题的分级变异量子进化算法[J]. *控制与决策*, 2009, 24(6): 895-898, 902.
- [9] ZITZLER E, DEB K, THIELE L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: empirical results [J]. *Evolutionary Computation*, 2000, 8(2): 173-195.
- [10] COELLO C A, SIERRA M R. A coevolutionary multi-objective evolutionary algorithm [C]//Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation. 2003: 482-489.