

不确定 Lurie 时滞系统绝对稳定性分析*

张 芬¹, 张艳邦²

(1. 陕西咸阳师范学院 数学与信息科学学院, 陕西 咸阳 712000; 2. 西北工业大学 自动化学院, 西安 710072)

摘要: 研究了不确定 Lurie 时滞系统的绝对稳定问题。通过构造适当的 Lyapunov 泛函, 引入一些自由权矩阵和充分考虑时滞导数的上限信息, 得到了基于 LMIs (线性矩阵不等式) 形式的时滞相关绝对稳定性新准则, 两个数值例子验证了所得结论的有效性和更弱保守性。

关键词: 绝对稳定; 不确定 Lurie 时滞系统; Lyapunov 泛函; 线性矩阵不等式 (LMIs)

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)11-4144-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.11.037

Absolute stability analysis of uncertain Lurie systems with time-delay

ZHANG Fen¹, ZHANG Yan-bang²

(1. School of Mathematics & Information Science, Xianyang Normal University, Xianyang Shaanxi 712000, China; 2. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: This paper investigated the absolute stability problem for uncertain time-delay Lurie systems. By constructing proper Lyapunov functional, introducing some free weight matrix and taking adequately into account the upper bound of time-delay difference, it derived the new delay-dependent absolute stability criterion in terms of LMIs. It presented two examples to illustrate the effectiveness and the reduced conservatism of the proposed results.

Key words: absolute stability; uncertain Lurie time-delay systems; Lyapunov functional; LMIs (linear matrix inequalities)

0 引言

Lurie 系统是一类非常重要的非线性控制系统, 自 1944 年 Lurie 系统的绝对稳定性问题提出以来, 关于 Lurie 系统的研究已取得了许多有价值的成果^[1-12]。由于客观事物的运动规律是复杂多样的, 在许多诸如神经网络、电路信号系统、生态系统中, 总是不可避免地存在着时间延迟现象, 而且它通常是导致系统不稳定和性能变差的重要根源。因此, 研究时滞 Lurie 控制系统的稳定性具有重要的理论意义和应用价值。Lurie 时滞系统的绝对稳定条件可分为两大类: 时滞无关条件^[1,2]和时滞相关条件^[3-12]。由于时滞相关条件考虑了系统的时滞信息, 所得结果具有更弱的保守性。近年来, 取得时滞 Lurie 控制系统时滞相关成果的方法有模型变换方法^[3]、积分不等式方法^[4,8]、采用增广的 Lyapunov 泛函法、时滞分解方法^[7-9]以及使用自由权矩阵^[12]。尤其是文献[7~9]使用的时滞分解方法得到了 Lurie 时滞系统时滞相关的绝对稳定条件, 尽管其结果比文献[4,10,11]的结果有较弱的保守性, 但遗憾的是, 随着区间分割的增多, 计算量也在增大。

本文考虑了具有时变结构不确定性 Lurie 时滞系统的绝对稳定问题。为了减少保守性, 通过构造适当的 Lyapunov 泛函, 引入一些自由权矩阵和充分考虑时滞导数的上限信息, 得到了新的时滞相关绝对稳定性准则。最后的两个数值例子表明, 本文方法所得结论具有更小的保守性。

1 问题描述

考虑具有时变结构不确定性的 Lurie 时滞系统为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta A(t))x(t) + (B + \Delta B(t))x(t-h(t)) + D\omega(t) \\ z(t) = Mx(t) + Nx(t-h(t)) \\ \omega(t) = -\varphi(t, z(t)) \\ x(t) = \phi(t), t \in [-h, 0] \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 、 $\omega(t) \in R^m$ 、 $z(t) \in R^n$ 分别是系统的状态向量、输入向量和输出向量; 矩阵 A 、 B 、 D 、 M 、 N 为具有合适维数的常数矩阵; $h(t)$ 是时变的传输时滞且满足

$$0 \leq h(t) \leq h, 0 \leq \dot{h}(t) \leq \mu \quad (2)$$

其中: h 和 μ 是常数, 并且初始条件 $\varphi(t)$ 表示 $[-h, 0]$ 上的连续初始向量函数。

$\varphi(t, z(t)): [0, \infty] \times R^m \rightarrow R^m$ 为对连续的非线性函数, 对 $z(t)$ 满足 Lipchitz 条件, $\varphi(t, 0) = 0$ 且对 $\forall t \geq 0, \forall z(t) \in R^m$ 满足以下扇形约束:

$$[\varphi(t, z(t)) - K_1 z(t)][\varphi(t, z(t)) - K_2 z(t)] \leq 0 \quad (3)$$

其中: K_1 、 K_2 为具有合适维数的常数实矩阵, 且 $K = K_2 - K_1$ 为对称的正定矩阵, 即非线性函数 $\varphi(t, z(t))$ 属于 $[K_1, K_2]$ 。

另外, 如果非线性函数 $\varphi(t, z(t))$ 属于 $[0, K]$, 即 $\varphi(t, z(t))$ 满足

$$\varphi(t, z(t))^T [\varphi(t, z(t)) - Kz(t)] \leq 0 \quad (4)$$

$\Delta A(t)$ 和 $\Delta B(t)$ 是不确定参数矩阵且满足

$$[\Delta A(t) \quad \Delta B(t)] = HF(t)[E_1 \quad E_2] \quad (5)$$

H, E_1, E_2 是具有合适维数的常数矩阵; $F(t)$ 是未知的时变矩阵, 且满足

$$F^T(t)F(t) \leq I \quad \forall t \geq 0 \quad (6)$$

其中 I 表示合适维数的单位矩阵。

首先, 考虑式 (1) 的标称系统 Σ_0 为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t-h(t)) + D\omega(t) \\ z(t) = Mx(t) + Nx(t-h(t)) \\ \omega(t) = -\varphi(t, z(t)) \\ x(t) = \phi(t), t \in [-h, 0] \end{cases} \quad (7)$$

在得到主要结论之前, 先引入以下定义和引理。

定义 1 如果对所有属于扇形区域 $[K_1, K_2]$ 的非线性函数 $\varphi(t, z(t))$, 系统 Σ_0 (式 (7)) 是全局一致渐近稳定的, 则称系统 Σ_0 在扇形区域 $[K_1, K_2]$ 内绝对稳定。

引理 1^[8] 对 $\forall a, b \in \mathbb{R}^n, Q = Q^T > 0$, 有如下不等式成立:

$$\pm 2a^T b \leq a^T Q a + b^T Q^{-1} b$$

引理 2^[13] 这里是对引理 2 的补充说明, 引理 2 即为 Schur 补充引理。下述 LMI。

$$\begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_3^T \\ \Pi_3 & -\Pi_2 \end{bmatrix} < 0, \text{ 或者 } \begin{bmatrix} -\Pi_2 & \Pi_3 \\ \Pi_3^T & \Pi_1 \end{bmatrix} < 0$$

等价于

$$\Pi_1 + \Pi_3^T \Pi_2^{-1} \Pi_3 < 0 (\Pi_1 = \Pi_1^T, \Pi_2 = \Pi_2^T > 0)$$

引理 3^[14] 给定具有适当维数的矩阵 $Q = Q^T, H, E$, 则 $Q + HF(t)E + E^T F^T(t)H^T < 0$ 。

对任意满足 $F(t)F^T(t) \leq I$ 的 $F(t)$ 成立的充要条件是存在 $\lambda > 0$, 使得

$$Q + \lambda HH^T + \lambda^{-1} E^T E < 0$$

2 主要结果

考虑非线性函数 $\varphi(t, z(t)) \in [0, K]$ 的情形, 有如下结论:

定理 1 对给定标量 $\mu > 0, h > 0$, 如果存在对称正定矩阵 $P_{11} > 0, Q_1 > 0, Q_2 > 0, R > 0$, 以及任意合适维数的矩阵 $\{S_i\}_{i=1}^6, \{T_i\}_{i=1}^6, P_{ij} (i=1, \dots, 6, j=2, 3)$ 和标量 $\varepsilon > 0$, 使得如下 LMI (式 (8)) 成立。

$$\begin{bmatrix} \Phi & h\bar{A}^T R & hS & hT \\ * & -hR & 0 & 0 \\ * & * & -hR & 0 \\ * & * & * & -hR \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

则系统 Σ_0 在扇形区域 $[0, K]$ 内绝对稳定。

其中:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & \Phi_{14} & \Phi_{15} & \Phi_{16} \\ * & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} & \Phi_{25} & \Phi_{26} \\ * & * & \Phi_{33} & \Phi_{34} & \Phi_{35} & \Phi_{36} \\ * & * & * & \Phi_{44} & \Phi_{45} & \Phi_{46} \\ * & * & * & * & \Phi_{55} & \Phi_{56} \\ * & * & * & * & * & \Phi_{66} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\Phi_{11} = P_{11}A + A^T P_{11} + P_{12} + P_{12}^T + P_{13} + P_{13}^T + Q_1 + Q_2 + S_1 + S_1^T$$

$$\Phi_{12} = P_{11}B - P_{12} + P_{22}^T + P_{23}^T - S_1 + S_2^T + T_1$$

$$\Phi_{13} = -P_{13} + P_{32}^T + P_{33}^T + S_3^T - T_1$$

$$\Phi_{14} = -P_{12} + P_{42}^T + P_{43}^T + S_4^T$$

$$\Phi_{15} = -P_{13} + P_{52}^T + P_{53}^T + S_5^T$$

$$\Phi_{16} = P_{11}D + P_{62}^T + P_{63}^T + S_6^T - \varepsilon M^T K^T$$

$$\Phi_{22} = -P_{22} - P_{22}^T - (1-\mu)Q_1 - S_2 - S_2^T + T_2 + T_2^T$$

$$\Phi_{23} = -P_{23} - P_{32}^T - S_3^T - T_2 + T_3^T$$

$$\Phi_{24} = -P_{22} - P_{42}^T - S_4^T + T_4^T$$

$$\Phi_{25} = -P_{23} - P_{52}^T - S_5^T + T_5^T$$

$$\Phi_{26} = -P_{62}^T - S_6^T + T_6^T$$

$$\Phi_{33} = -P_{33} - P_{33}^T - Q_2 - T_3 - T_3^T$$

$$\Phi_{34} = -P_{32} - P_{43}^T - T_4^T$$

$$\Phi_{35} = -P_{33} - P_{53}^T - T_5^T$$

$$\Phi_{36} = -P_{63}^T - T_6^T - \varepsilon N^T K^T S_6^T$$

$$\Phi_{44} = -P_{42} - P_{42}^T, \Phi_{45} = -P_{43} - P_{52}^T$$

$$\Phi_{46} = -P_{62}^T, \Phi_{55} = -P_{53} - P_{53}^T$$

$$\Phi_{56} = -P_{63}^T, \Phi_{66} = -2\varepsilon I$$

$$S = [S_1^T \ S_2^T \ S_3^T \ S_4^T \ S_5^T \ S_6^T]^T$$

$$T = [T_1^T \ T_2^T \ T_3^T \ T_4^T \ T_5^T \ T_6^T]^T$$

$$\bar{A} = [A \ B \ 0 \ 0 \ 0 \ D] \quad (10)$$

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} S_1 + S_1^T & -S_1 + S_2^T & S_3^T & \dots & S_6^T \\ * & -S_2 - S_2^T & -S_3^T & \dots & -S_6^T \\ * & * & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ * & * & * & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\Omega_2 = \begin{bmatrix} 0 & T_1 & -T_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & T_2 + T_2^T & -T_2 + T_3^T & T_4^T & T_5^T & T_6^T \\ * & * & -T_3 - T_3^T & -T_4^T & -T_5^T & -T_6^T \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

证明 设

$$\xi^T(t) = [x^T(t) \ x^T(t-h(t)) \ x^T(t-h)]$$

$$\left(\int_{t-h(t)}^t \dot{x}(s) ds \right)^T \left(\int_{t-h}^t \dot{x}(s) ds \right)^T \omega^T(t)$$

构造如下新颖的 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t)$$

其中:

$$V_1(t) = x^T(t) P_{11} x(t)$$

$$V_2(t) = \int_{t-h(t)}^t x^T(s) Q_1 x(s) ds + \int_{t-h}^t x^T(s) Q_2 x(s) ds$$

$$V_3(t) = \int_{t-h}^t (s-t+h) \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds \quad (13)$$

$V_1(t), V_2(t), V_3(t)$ 沿系统 Σ_0 求导, 有

$$\dot{V}_1(t) = 2x^T(t) P_{11} \dot{x}(t) =$$

$$2\xi^T(t) P \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ x(t) - x(t-h(t)) - \int_{t-h(t)}^t \dot{x}(s) ds \\ x(t) - x(t-h) - \int_{t-h}^t \dot{x}(s) ds \end{bmatrix} = \xi^T(t) P \Delta \xi(t) \quad (14)$$

$$\text{其中: } P = \begin{bmatrix} P_{11}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_{12}^T & P_{22}^T & P_{32}^T & P_{42}^T & P_{52}^T & P_{62}^T \\ P_{13}^T & P_{23}^T & P_{33}^T & P_{43}^T & P_{53}^T & P_{63}^T \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} A & B & 0 & 0 & 0 & D \\ I & -I & 0 & -I & 0 & 0 \\ I & 0 & -I & 0 & -I & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\dot{V}_2(t) \leq x^T(t) Q_1 x(t) - (1-\mu)x^T(t-h(t)) Q_1 x(t-h(t)) + x^T(t) Q_2 x(t) - x^T(t-h) Q_2 x(t-h) \quad (16)$$

$$\dot{V}_3(t) = h x^T(t) R \dot{x}(t) - \int_{t-h}^t \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds =$$

$$h \dot{x}^T(t) R \dot{x}(t) - \int_{t-h(t)}^t \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds - \int_{t-h}^{t-h(t)} \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds \quad (17)$$

由引理 1 得

$$-\int_{t-h(t)}^t \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds \leq \xi^T(t) \Omega_1 \xi(t) + h \xi^T(t) S R^{-1} S^T \xi(t) \quad (18)$$

$$-\int_{t-h}^{t-h(t)} \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds \leq \xi^T(t) \Omega_2 \xi(t) + h \xi^T(t) T R^{-1} T^T \xi(t) \quad (19)$$

Ω_1, Ω_2 定义在式(11)(12)中。

由式(13)~(19), 则

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^3 \dot{V}_i(t) - 2\varepsilon \omega^T(t) K [Mx(t) + Nx(t-h(t))] - 2\varepsilon \omega^T(t) \omega(t) \leq \xi^T(t) (\Lambda + hSR^{-1}S^T + hTR^{-1}T^T) \xi(t) \quad (20)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Phi_{11} + hA^T R A & \Phi_{12} + hA^T R B & \Phi_{13} & \Phi_{14} & \Phi_{15} & \Phi_{16} + hA^T R D \\ * & \Phi_{22} + hB^T R B & \Phi_{23} & \Phi_{24} & \Phi_{25} & \Phi_{26} + hB^T R D \\ * & * & \Phi_{33} & \Phi_{34} & \Phi_{35} & \Phi_{36} \\ * & * & * & \Phi_{44} & \Phi_{45} & \Phi_{46} \\ * & * & * & * & \Phi_{55} & \Phi_{56} \\ * & * & * & * & * & \Phi_{66} + hD^T R D \end{bmatrix} \quad (21)$$

由引理 2, $\Lambda + hSR^{-1}S^T + hTR^{-1}T^T < 0$ 等价于式(8), 从而保证当 $\|x\| \neq 0$ 时, $\dot{V}(t) < 0$, 由定义 1, 定理得证。

注 1: 一般运用引理 1 是对交叉项进行处理, 本文对引理 1 进行变形, 既处理了积分项, 又增加了自由权矩阵 S, T , 这不但得到了易于求解的线性矩阵不等式, 而且也减少了结果的保守性。

对非线性函数在一般的扇形区域 $[K_1, K_2]$ 中的情形, 通过应用反馈环的变换^[15], 可得系统 Σ_0 在扇形区域 $[K_1, K_2]$ 内的绝对稳定性等价于系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A - DK_1 M)x(t) + (B - DK_1 N)x(t-h(t)) + D\omega(t) \\ z(t) = Mx(t) + Nx(t-h(t)) \\ \omega(t) = -\varphi(t, z(t)) \\ x(t) = \phi(t), t \in [-h, 0] \end{cases} \quad (22)$$

在扇形区域 $[0, K_2 - K_1]$ 内的绝对稳定性。

注 2: 对 $\varphi(t, z(t)) \in [K_1, K_2]$, 通过应用反馈环的变换^[15], 用 $(A - DK_1 M), (B - DK_1 N)$ 和 K_2, K_1 分别替换定理 1 中的 A, B 和 K , 可得到定理 2。

定理 2 对给定标量 $\mu > 0, h > 0$, 如果存在对称正定矩阵 $P_{11} > 0, Q_1 > 0, Q_2 > 0, R > 0$, 以及任意合适维数的矩阵 $\{S_i\}_{i=1}^6, \{T_i\}_{i=1}^6, P_{ij} (i=1, \dots, 6, j=2, 3)$ 和标量 $\varepsilon > 0$, 使得如下的 LMI(式(23))成立。

$$\begin{bmatrix} \Phi & h \hat{A}^T R & hS & hT \\ * & -hR & 0 & 0 \\ * & * & -hR & 0 \\ * & * & * & -hR \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

则系统 Σ_0 在扇形区域 $[K_1, K_2]$ 内绝对稳定。

其中:

$$\hat{\Phi} = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11} & \hat{\Phi}_{12} & \Phi_{13} & \Phi_{14} & \Phi_{15} & \hat{\Phi}_{16} \\ * & \hat{\Phi}_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} & \Phi_{25} & \hat{\Phi}_{26} \\ * & * & \Phi_{33} & \Phi_{34} & \Phi_{35} & \hat{\Phi}_{36} \\ * & * & * & \Phi_{44} & \Phi_{45} & \Phi_{46} \\ * & * & * & * & \Phi_{55} & \Phi_{56} \\ * & * & * & * & * & \hat{\Phi}_{66} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_{11} &= P_{11} A + A^T P_{11} - P_{11} D K_1 M - M^T K_1^T D P_{11} + \\ & P_{12} + P_{12}^T + P_{13} + P_{13}^T + Q_1 + Q_2 + S_1 + S_1^T \\ \hat{\Phi}_{12} &= P_{11} B - P_{11} D K_1 N - P_{12} + P_{22}^T + P_{23}^T - \\ & S_1 + S_2^T + T_1 \\ \hat{\Phi}_{16} &= P_{11} D + P_{62}^T + P_{63}^T + S_6^T + \varepsilon M^T K_1^T - \varepsilon M^T K_2^T \\ \hat{\Phi}_{36} &= -P_{63}^T - T_6^T + \varepsilon N^T K_1^T - \varepsilon N^T K_2^T \\ \hat{A} &= [A - D K_1 M \quad B - D K_1 N \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad D] \end{aligned} \quad (25)$$

且

$$\Phi_{1j}, \Phi_{3j} (j=3, 4, 5), \Phi_{2k} (k=2, \dots, 6), \Phi_{ij} (i, j=4, 5, 6),$$

在定理 1 中定义。

对于具有时变结构不确定性式(5)的 Lurie 时滞系统 Σ (式(1))用 $A + HF(t)E_1$ 和 $B + HF(t)E_2$ 分别替换式(23)中的 A 和 B , 由引理 3 可得如下定理。

定理 3 对给定标量 $\mu > 0, h > 0$, 如果存在对称正定矩阵 $P_{11} > 0, Q_1 > 0, Q_2 > 0, R > 0$, 以及任意合适维数的矩阵 $\{S_i\}_{i=1}^6, \{T_i\}_{i=1}^6, P_{ij} (i=1, \dots, 6, j=2, 3)$ 和标量 $\varepsilon > 0, \delta > 0$, 使得如下的 LMI(式(26))成立。

$$\begin{bmatrix} \hat{\Phi} & h \hat{A}^T R & hS & hT & P_{11} \hat{H} & \hat{E} \\ * & -hR & 0 & 0 & hRH & 0 \\ * & * & -hR & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -hR & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\delta I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\delta I \end{bmatrix} < 0 \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \hat{H} &= [H^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\ \hat{E} &= [E_1 \quad E_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \end{aligned}$$

则具有时变结构不确定性式(5)的系统 Σ 在扇形区域 $[K_1, K_2]$ 内绝对稳定。

3 仿真算例

例 1 考虑含有时变结构不确定 Lurie 系统^[4-7], 其系数矩阵为

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -0.9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -0.2 \\ -0.3 \end{bmatrix}, \\ M &= [0.6 \quad 0.8], N = [0 \quad 0], H = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}, \\ E_1 = E_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, K_1 = 0.2, K_2 = 0.5, \alpha \geq 0 \end{aligned}$$

当 $\mu = 0$ 时, 对于不同的 α , 通过 MATLAB 解定理 3 中的 LMIs^[16] 获得了保证系统绝对稳定的时滞上界 h_0 。表 1 分别列出了文献[4~7]和定理 3 中的结果。

表 1 对于不同的 α , 保证系统绝对稳定的时滞上界 h

α	0.00	0.05	0.10	0.15
文献[4]	2.485 9	2.239 6	2.024 3	1.836 3
文献[5]	2.504 9	2.264 7	2.053 2	1.866 6
文献[6]	2.536 1	2.338 1	2.156 6	1.990 1
文献[7] $n=1$	2.485 9	2.239 6	2.024 3	1.836 3
文献[7] $n=2$	3.008 0	2.686 4	2.407 4	2.165 8
文献[7] $n=3$	3.111 0	2.774 4	2.482 8	2.230 8
定理 3	4.040 0	3.874 5	3.713 4	3.556 6

从表 1 中可以看出, 定理 3 大大改进了现有文献[4~7]

的结果。

例 2 考虑含有时变结构不确定 Lurie 系统^[10,11],其系数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -0.9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -0.2 \\ -0.3 \end{bmatrix}$$

$$M = [0.3 \quad 0.1], N = [0.1 \quad 0.2], H = 0.1 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E_1 = E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, K_1 = 0.2, K_2 = 0.5$$

对于不同的 μ ,表 2 分别列出了文献[10,11]和定理 3 获得的保证系统绝对稳定的时滞上界 h 。

表 2 对于不同的 μ ,保证系统绝对稳定的时滞上界 h

μ	0.00	0.30	0.60	0.90	≥ 1.00
文献[10]	3.305 7	2.078 7	1.419 5	0.922 8	0.763 8
文献[11]	4.107 7	2.370 7	1.481 9	1.034 6	1.034 6
定理 3	5.745 0	3.325 0	2.186 7	1.358 8	1.093 7

从表 2 中可以看出,定理 3 比文献[10,11]中的相关结论具有更弱保守性。

4 结束语

本文考虑了一类 Lurie 时变时滞系统的绝对稳定问题。通过构造适当的 Lyapunov 函数和引入一些自由权矩阵,给出了系统时滞相关绝对稳定性判据。最后的两个数值例子(表 1、2)表明,所得结论改进了现有文献的结论。本文方法还可推广到 Markov 跳变神经网络系统、随机系统等稳定性问题。

参考文献:

- [1] BLOMAN P A. Extension of popov absolute stability criterion to non-autonomous systems with delays[J]. *International Journal of Control*,2000,73(15):1349-1361.
- [2] GUAN Zuo-xin, GE Wei-gao. Lyapunov functional for multiple delay general Lurie systems with multiple non-linearities [J]. *Journal of Mathematics Analysis and Applications*, 2001, 259 (15): 596-608.
- [3] YU Li, HAN Qing-long, YU Shi-ming, *et al.* Delay-dependent conditions for robust absolute stability of uncertain time-delay systems [C]//Proc of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control. 2003:6033-6037.
- [4] HAN Qing-long. Absolute stability of time-delay systems with sector-bounded nonlinearity[J]. *Automatica*,2005,41(12):2171-2176.
- [5] XU S, FENG G. Improved robust absolute stability criteria for uncertain time-delay systems [J]. *IET Control Theory Applications*, 2007,1(6):854-859.
- [6] LEE S M, PARKS J H. Delay-dependent criteria for absolute stability of uncertain time-delayed [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2010,347(1):146-153.
- [7] WU Min, FENG Zhi-yong, HE Yong. Improved delay-dependent absolute stability of Lur'e systems with time-delay [J]. *International Journal of Control Automation and Systems*,2009,7(6):1009-1014.
- [8] KRISHNAN R, GOSHAIDAS R. Improved stability criteria for Lurie type systems with time-varying delay [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011,5(37):636-644.
- [9] QIU Fang, ZHANG Quan-xin. Absolute stability analysis of Lurie control system with multiple delays: an integral-equality approach [J]. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*,2011,12(3):1475-1484.
- [10] HAN Qing-long, YUE Dong. Absolute stability of Lur'e systems with time-varying delay [J]. *IET Control of Theory Applications*,2007,1(3):854-859.
- [11] GAO Jin-feng, PAN Hai-peng, JI Xiao-fu. A new delay dependent absolute stability criterion for Lurie systems with time-varying delay [J]. *Acta Automatica Sinica*,2010,36(6):845-850.
- [12] CHEN Dong-yan, LIU Wei-hua. Delay-dependent robust stability for Lurie control systems with multiple time-delays [J]. *Control Theory & Applications*,2005,22(3):499-502.
- [13] MAHMOUD M S. Resilient control of uncertain dynamical systems [M]. Berlin:Springer,2004.
- [14] PETERSEN I R, HOLLOT C V. A Riccati equation approach to the stabilization of uncertain linear systems [J]. *Automatica*, 1986, 22 (4):397-412.
- [15] KHALIL H K. Nonlinear systems [M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.
- [16] BOYD S, E GHAOUI L, FERON E, *et al.* Linear matrix inequalities in systems and control theory [M]. Philadelphia:SIAM, 1994.
- [17] (上接第 4136 页)
- [3] 李凯,崔丽娟.集成学习算法的差异性及性能比较[J]. *计算机工程*,2008,34(6):35-37.
- [4] BRAN S, WANG W. On diversity and accuracy of homogeneous and heterogeneous ensembles[J]. *International Journal of Hybrid Intelligent System*,2007,4(2):103-128.
- [5] HSU K W, SRIVASTAVA J. Diversity in combinations of heterogeneous classifiers [C]//Proc of the 13th Pacific-Asia Conference on Advances in Knowledge Discovery and Data Mining. Berlin:Springer, 2009:923-932.
- [6] WOLPERT D. Stacked generalization[J]. *Neural Networks*,1992,5(2):241-260.
- [7] SEEWALD A K. How to make stacking better and faster while also taking care of an unknown weakness [C]//Proc of the 19th International Conference on Machine Learning.2002:554-561.
- [8] HATAMI N, EBRAHIMPOUR R. Combining multiple classifiers: diversify with boosting and combining by stacking [J]. *International Journal of Computer Science & Network Security*,2007,7(1):127-131.
- [9] MENAHEM E, ROKACH L, ELOVICI Y. Troika:an improved stacking schema for classification tasks [J]. *Information Sciences*, 2009,179(24):4097-4122.
- [10] LEDEZMA A, ALER A, SANCHIS A, *et al.* GA-stacking: evolutionary stacked generalization [J]. *Intelligent Data Analysis*,2010,14(1):89-119.
- [11] MELVILLE P, MOONEY R J. Creating diversity in ensembles using artificial data [J]. *Information Fusion*,2005,6(1):99-111.
- [12] FRANK A, ASUNCION A. UCI machine learning repository [DB/OL]. (2010). <http://www.archive.ics.uci.edu/ml>.
- [13] HALL M, FRANK E, HOLMES G, *et al.* The WEKA data mining software: an update [C]//Proc of ACM SIGKDD Explorations Newsletter. New York:ACM Press,2009:10-18.

表 1 数据集的基本信息

数据集	样本数	特征数	离散型特征	连续型特征	类数
anneal	898	38	32	6	6
auto-mpg	399	7	2	5	4
breast-c	286	9	9	0	2
breast-w	699	9	0	9	2
colic	368	22	15	7	2
credit-a	695	15	9	6	2
credit-g	1 000	20	13	7	2
diabetes	768	8	0	8	2
heart-c	303	13	7	6	5
heart-s	270	13	0	13	2
hepatitis	155	19	13	6	2
iris	153	4	0	4	3
labor	57	16	8	8	2
lymph	148	18	15	3	4
segment	2 310	19	0	19	7
soybean	687	35	35	0	19
vote	435	16	16	0	2
zoo	104	17	16	1	7

4.2 实验过程设置

所有测试都在 WEKA^[13] 平台上进行。本文选择了 WEKA 提供的七种算法用于构造 0-层分类器,分别为 Logistic、Random Forest、C4.5、IB1、Jrip、NaïveBayes、OneR。根据这些算法在 18 个数据集上的测试结果,按几何平均错误率(表 2)由小到大分成六组进行实验。

六组异构分类器分别为

- a) BC2: NaïveBayes、OneR;
- b) BC3: Jrip、NaïveBayes、OneR;
- c) BC4: IB1、Jrip、NaïveBayes、OneR;
- d) BC5: C4.5、IB1、Jrip、NaïveBayes、OneR;
- e) BC6: Random Forest、C4.5、IB1、Jrip、OneR、NaïveBayes;
- f) BC7: Logistic、Random Forest、C4.5、IB1、Jrip、NaïveBayes、OneR。

表 2 基本学习算法对比 OneR 的几何平均错误率

	NaïveBayes	IB1	Jrip	Logistic	Random Forest	C4.5
几何平均错误率	1.588	1.853	1.754	2.120	2.053	1.861

1-层泛化时均采用 C4.5 算法,集成分类器的成员个数设定为 10,所有分类器用 10 次 10-折交叉验证来计算其分类准确率,人工样本数量与原始训练数据之比 $P \in [0.1, 1]$,基本学习算法的参数使用 WEKA 的默认设置。

4.3 结果分析

图 2 为人工样本比例 $P = 1$ 时的结果。可以看到,在六组对比测试中,有五组显示出 SDE 算法要优于 STA 算法,而 BC5 这一组 STA 略优于 SDE,但两者非常接近。这表明,在 1-层泛化时,根据训练特征集加入不同的人工数据,以使生成的多个成员分类器间具有差异度,再按其输出结果进行平均集成,有助于提高集成分类器的准确率。

图 3 给出了 1-层的成员分类器个数 K 从 2 ~ 10 的测试结果,可以看到,BC7 的集成效果最佳,BC6 居其次,而 BC2 则排在最后。分析可知,0-层的异构分类器数量越多,则 1-层特征数量就越多,有助于学习算法更好地逼近真实的分类函数,故精度也会相应获得提高。而 1-层成员分类器数量的增加,有助于整个集成分类器性能的提升。

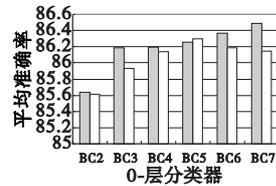


图 2 SDE与STA算法的对比

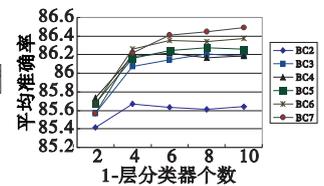


图 3 1-层成员分类器数量与泛化精度间的关系

表 3 给出了人工样本比例 P 由 0.1 增加到 1 时的实验结果。表中带下划线的数字表示该组异构分类器在对应 P 值时准确率最高。可以看到,六组的最好结果均出现在比例为 0.6 或以下,最高平均值出现在 $P = 0.3$ 。由此可见, P 值并非越大越好,较小的 P 值反而有助于加快构造分类器,减少计算时间。

表 3 不同人工样本比例的测试结果

P 值	BC2	BC3	BC4	BC5	BC6	BC7	平均值
0.1	85.835	<u>86.231</u>	86.361	86.363	86.291	86.533	86.269
0.2	<u>85.976</u>	86.171	86.366	86.387	86.252	86.382	86.255
0.3	85.777	86.221	<u>86.395</u>	86.217	86.365	86.660	<u>86.272</u>
0.4	85.793	86.128	86.161	<u>86.393</u>	86.233	<u>86.661</u>	86.228
0.5	85.844	85.933	86.142	86.286	86.344	86.657	86.201
0.6	85.922	86.027	86.242	86.226	<u>86.457</u>	86.446	86.220
0.7	85.866	85.958	86.076	86.358	86.220	86.619	86.183
0.8	85.693	86.047	86.189	86.362	86.229	86.471	86.165
0.9	85.838	86.126	86.302	86.264	86.324	86.566	86.237
1.0	85.639	86.184	86.192	86.261	86.373	86.489	86.190

5 结束语

本文提出了融合 DECORATE 的异构分类器集成算法 SDE。该算法首先在 0-层生成多个异构分类器,而后由这些分类器对样本集进行预测,得到初始 1-层训练样本,再将随机生成的人工样本加入到 1-层训练集。由于人工样本的类标签与集成分类器判决结果是相反的,可以最大程度地将差异性数据引入训练集,从而使得 1-层成员分类器相互间具有差异性。多组实验结果表明,SDE 算法在分类精度上要优于传统的 STA 算法。同时通过实验也发现,人工样本的生成比例为原训练样本数量的 60% 或者更低,同样也能取得较理想的泛化性能,而且还具有较快的计算速度。下一步工作将分析研究 1-层成员分类器的数量与随机人工样本比例之间的关系。

参考文献:

[1] DIETTERICH T G. Ensemble methods in machine learning [C]// Lecture Notes in Computer Science, vol 1857. Berlin: Springer, 2000: 1-15.

[2] BROWN G. Ensemble learning [C]// Proc of Encyclopedia of Machine Learning. Berlin: Springer, 2010: 312-320. (下转第 4147 页)