

# 基于人工选择的组合电路优化算法\*

方振国<sup>1</sup>, 曹晴晴<sup>2</sup>, 陈得宝<sup>1</sup>

(1. 淮北师范大学 物理与电子信息学院, 安徽 淮北 235000; 2. 合肥工业大学 计算机与信息学院, 合肥 230009)

**摘要:** 针对一般组合电路的优化算法复杂、优化过程时间长、优化效率偏低等问题, 提出一种人工选择方式下的组合电路优化算法。该算法模拟物种进化时的家养模式, 将最小项作为基因, 函数表达式作为染色体, 把逻辑电路的优化过程演变为遵循电路定律的基因变异、重组、寻优的过程。算法通过有利的变异条件, 提高了算法的收敛速度和效率。通过与简单免疫、多目标遗传、自适应免疫算法的实验比较, 证明了该算法的有效性和优越性。

**关键词:** 组合电路; 优化算法; 人工选择; 本征基因; 染色体

**中图分类号:** TP311; TP301.6

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1001-3695(2012)11-4056-04

**doi:** 10.3969/j.issn.1001-3695.2012.11.014

## Optimization algorithm based on combinational circuits of artificial selection

FANG Zhen-guo<sup>1</sup>, CAO Qing-qing<sup>2</sup>, CHEN De-bao<sup>1</sup>

(1. School of Physics & Electronic Information, Huaibei Normal University, Huaibei Anhui 235000, China; 2. School of Computer & Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** To overcome the difficulties, such as complex optimization algorithm, long time of the optimization process, and relative low efficiency, in automatic designing common combined logical circuit, this paper proposed a optimization algorithm based on the combinational circuits of artificial selection. This algorithm simulate the artificial feeding pattern of biology evolution, the logic minimization as the genes, the function expressions as chromosomes, and the optimization process of the logical circuit as the process of genetic variation, reorganization and gene mutation optimization abided by the laws of circuit. This algorithm improved the convergence speed and efficiency by the favorable variation condition. Compared with the simple immune algorithm, a multi-objective genetic algorithm or the adaptive immune algorithm of experimental comparison, proved this algorithm to be valid and superior.

**Key words:** combinational circuits; optimization algorithm; artificial selection; eigen gene; chromosome

## 0 引言

组合逻辑电路的自动优化设计指的是以最优电路结构为目标, 以相关的算法作为搜索和寻优工具, 由计算机自主地完成组合逻辑函数的优化。目前对于组合逻辑电路的进化设计及优化方面的算法研究主要分为以下两个方向:

a) 以遗传算法为代表, 寻求在不依赖先验知识和规则的条件探索更为广阔的设计空间, 以期实现复杂电路的自动设计并获得新颖、优化的设计结果<sup>[1,2]</sup>。遗传算法来源于达尔文进化原理, 具有解决复杂问题的能力, 传统遗传算法已成功解决某些简单电路的设计<sup>[3,4]</sup>, 但随着超大规模数字集成电路的发展, 电路的输入与输出不断地增加, 搜索空间和算法的复杂度也将大大增加, 算法的收敛速度很快地降低, 且易于陷入局部最优解<sup>[1,2]</sup>。针对传统遗传算法在这些方面的缺陷与不足, 衍生了很多改进优化算法, 如多目标进化算法<sup>[3]</sup>、基于博弈的遗传算法<sup>[1]</sup>、基于免疫原理的设计算法<sup>[2,5]</sup>等。

b) 以基本电路定理为算法核心思想, 寻求如何快速地寻

找出逻辑函数的全部本源蕴涵项, 寻求如何高效正确地实现无冗余覆盖。此类算法有 FC-Min 算法<sup>[6]</sup>、基于 Beister 近似最小列覆盖的无冗余覆盖算法<sup>[7]</sup>、基于粗糙集理论的优化算法<sup>[8]</sup>以及支持大规模变量集的最小覆盖迭代搜索算法<sup>[9]</sup>等。深入分析以上两个方向的算法后发现, 遗传算法及其相关的改进算法的核心依据是物种进化时的自然选择方式, 强调了自然选择保留, 并借此分离出所有优良个体来让它们随意结合, 并将所有劣等的个体消灭掉<sup>[10,11]</sup>, 是一种通过不断择优、汰劣的收敛算法。但是受到自然选择、随意结合的思想制约, 无论是传统遗传算法还是其相关的改进优化算法, 算法的效率及准确度会随着输入/输出变量的增加急剧降低。以函数最小项基本化简定理为核心的算法需搜索全部本源蕴涵项, 并不断地选取最小无冗余覆盖, 运用的是扩展寻优的方式, 不能够进行快速的收敛, 多变量的输入/输出同样导致算法的复杂度急剧增加。因此, 能否结合这两种算法的优点, 设计出一种以电路原理为依据、以物种进化思想为指导的收敛算法是本文研究的主要内容。根据达尔文物种进化理论, 物种进化时有自然选择和人工选择

**收稿日期:** 2012-02-20; **修回日期:** 2012-05-08 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(10874051); 安徽省优秀青年人才基金资助项目(2011SQRL074); 安徽省高等学校省级自然科学研究重点项目(KJ2011A252)

**作者简介:** 方振国(1976-), 男, 安徽淮北人, 讲师, 硕士, 主要研究方向为人工智能、进化计算、电路与系统(fzgc1750318@sohu.com); 曹晴晴(1988-), 女, 安徽蒙城人, 硕士研究生, 主要研究方向为盲信号处理及应用、信息理论与编码; 陈得宝(1975-), 男, 安徽安庆人, 教授, 博士, 主要研究方向为人工智能、进化计算、机器人等。

(家养模式)两种方式。自然选择方式需要漫长的过程才能产生新品种,但人工有意识的选择方式因其进化目的明确,计划周全,可在较短时间内培育出新品种<sup>[10,11]</sup>。受到人工有意识选择方式的启发,本文将基本电路化简定理作为培育条件,以优胜劣汰的进化法则为算法指导思想,模拟物种在人工有意识选择方式下的进化过程,提出了一种基本电路定律为培育条件的人工选择优化算法。

## 1 函数的最小项编码

在  $n$  变量逻辑函数中,若  $m$  为包含  $n$  个因子的乘积项,且这  $n$  个变量均以原变量或反变量的形式在  $m$  中出现一次,则称  $m$  为该组变量的最小项。任意  $n$  变量的组合逻辑函数都可以表示成统一的最小项表达式<sup>[12,13]</sup>,即

$$F = \sum_{i=0}^{2^n-1} x_i m_i \quad (1)$$

$$m_i \& m_m = \begin{cases} m_i & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (\& \text{表示“与”}) \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^{2^n-1} m_i = 1 \quad (3)$$

其中: $m_i$  是与第  $i$  个输入组合相对应的最小项; $x_i$  是对应的系数,取值为 0 或 1,最小项集合  $\{m_i\}$  正交且完备,系数组  $\{x_i\}$  构成的矢量空间包含所有的  $n$  变量逻辑函数,且该空间中的点与逻辑函数一一对应。所以不同的逻辑函数,只要输入个数相同便具有完全相同的一般表达式,而各逻辑函数在功能上的差别则通过系数组  $\{x_i\}$  来体现。

## 2 人工选择优化算法原理介绍

从最小项的定义出发可以证明,具有相邻性的两个最小项之和可以合并成一项并消去一对因子<sup>[14]</sup>。若两个最小项只有一个因子不同,则称这两个最小项具有相邻性。例如, $\bar{A}BC$  和  $A\bar{B}C$  两个最小项仅最后一个因子不同,所以它们具有相邻性<sup>[14]</sup>。这两个最小项相加时定能合并成一项并将一对不同的因子消去, $\bar{A}BC + A\bar{B}C = \bar{A}B$ 。该定理表明,若能准确搜索出逻辑函数表达式中的所有相邻最小项,并判定消除所有相邻最小项中的不同因子,即可完成函数的优化。基于此函数化简定理,本文算法原理简述如下:

a) 搜索相邻最小项。假设最小项  $XYZ$  在原表达式中存在相邻最小项,且  $Z$  为其不同因子,则其相邻最小项必为  $XYZ$ ,且  $Z$  为可消除因子,最小项可简化为  $XY$ 。

b) 通过还原法判定相邻最小项中的不同因子。根据  $Z + \bar{Z} = 1; XY \cdot 1 = XY$ <sup>[14]</sup>,最小项可还原为  $XY = XY \cdot (Z + \bar{Z}) = XYZ + XY\bar{Z}$ 。若经此还原操作后,还原表达式中出现了与原表达式中完全相同的最小项(即相邻最小项  $XYZ$ ),则可表明原假设成立, $Z$  确为可消除变量;否则,假设不成立, $Z$  为不可消除变量。因此,函数优化的过程实质就是不断寻找相邻最小项并消除其中不同因子的过程,直到没有可消除的不同因子为止。这种演化方式与物种进化变异的性质类似。变异的性质包括一定变异和不定变异。一定变异是指在相同条件下,几乎所有个体都发生的相似变异;不定变异是指在相同的条件下,个体发生了不相同的变异,这时生物内在特性起了决定作用<sup>[10,11]</sup>。人工有意识选择可通过外部条件使变异按一定方向发展,迅速培育

出预期的新品种<sup>[10,11]</sup>。

综上,组合电路人工选择优化算法即为以电路基本定理为变异条件,在变异的过程中逐步淘汰不利于预期目标的个体,并继续对保留下来的优良个体进行变异,直到培育出完全符合预期目标的个体为止。

## 3 算法实现过程及步骤

**定义 1** 把以最小项形式表示的原始函数表达式定义为原始染色体,原始染色体中的每一个最小项称为一个原始基因。

**定义 2** 在变异的过程中产生的基因定义为变异基因;在变异的过程中产生的染色体定义为变异染色体;变异基因参加的变异染色体在经还原操作后,如果能正确地还原为原染色体,则称这种变异基因为优化基因;优化基因在变异的过程中表现出可遗传性,用来存储优化基因的存储区称为优化空间。

**定义 3** 在变异的过程中不能产生任何优化基因的原始基因定义为本征基因;本征基因在染色体变异的过程中表现出了不可替代性,用来存储本征基因的存储区称为本征空间。

**定义 4** 定义三个计数器,分别为基因计数器、变量计数器和变异计数器。基因计数器用来表征染色体中待变异的基因;变量计数器用来表征基因中待变异的输入变量;变异计数器用来表征基因变异完成后有无正确的优化基因产生。

**定义 5** 变异操作是指对变量计数器中待变异的输入变量进行的指定消除该变量的操作。

假设随机产生的四变量组合逻辑函数为

$$Y_0 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + ABC\bar{D} \quad (4)$$

如果对式(4)进行优化,按以下三个步骤进行:

a) (a) 初始化基因计数器、变量计数器和变异计数器。基因计数器初始值由原始染色体中的基因个数决定,变量计数器初始值由原始基因所包含的输入变量的个数决定,变异计数器初始化为 0。

(b) 判断基因计数器和变量计数器的数值,如果基因计数器的数值 = 0,则直接跳转至步骤 c);否则,根据基因计数器和变量计数器的数值选择基因进行变异操作,顺序执行至(c)。例如,式(4)第一次变异操作是对原始染色体的第七个原始基因  $ABC\bar{D}$  的第四个变量  $D$  进行,第一次变异后表达式为

$$Y_1 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + ABC \quad (5)$$

其中, $Y_1$  为变异染色体, $ABC$  为变异基因。

(c) 变量计数器减 1,判断变异基因是否为优化基因。根据电路定理还原变异染色体。搜索还原后的染色体中是否有相同的基因,若有,则可以判定此变异基因为优化基因,顺序执行至(d);否则跳转至(e)。式(5)还原的过程为

$$Y_1 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + ABC = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + ABC(D + \bar{D}) = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + ABC\bar{D} \quad (6)$$

搜索还原后的染色体没有找到相同的基因,所以  $ABC$  不是优化基因。

(d) 变异计数器加 1,在优化空间里记录下此次变异产生的优化基因,顺序执行至(e)。

(e) 判断变量计数器的数值,若变量计数器数值  $\neq 0$ ,跳转至(g);若变量计数器数值 = 0,判断变异计数器的数值,若该



优染色体,第三轮优化过程如表 3 所示。

表 2 函数  $Y_0$  第二轮优化过程演示

原始基因	变量计数器	变异基因	操作结果	基因计数器
$\overline{ABC}$	3	$\overline{AB}$	舍弃	6
	2	$\overline{AC}$	舍弃	6
	1	$\overline{BC}$	舍弃	6
$\overline{ACD}$	3	$\overline{AC}$	舍弃	5
	2	$\overline{AD}$	舍弃	5
	1	$\overline{CD}$	舍弃	5
$\overline{BCD}$	3	$\overline{BC}$	舍弃	4
	2	$\overline{BD}$	记录	4
	1	$\overline{CD}$	舍弃	4
$\overline{BCD}$	3	$\overline{BC}$	舍弃	3
	2	$\overline{BD}$	记录	3
	1	$\overline{CD}$	舍弃	3
$\overline{ABD}$	3	$\overline{AB}$	舍弃	2
	2	$\overline{AD}$	舍弃	2
	1	$\overline{BD}$	记录	2
$\overline{ABD}$	3	$\overline{AB}$	舍弃	1
	2	$\overline{AD}$	舍弃	1
	1	$\overline{BD}$	记录	1

表 3 函数  $Y_0$  第三轮优化过程演示

原始基因	变量计数器	变异基因	操作结果	基因计数器
$\overline{BD}$	2	$\overline{B}$	舍弃	1
	1	$\overline{D}$	舍弃	1

由表 3 可知,第三轮优化结束后,没有优化基因产生,取出本征空间里的本征基因构成的最优染色体为

$$Y_{ZV} = \overline{BD} + \overline{ABC} + \overline{ACD} + \overline{ABCD} \quad (12)$$

分析式(12)可知,它并不是原函数  $Y_0$  的最简表达式,原函数  $Y_0$  的最简表达式应为

$$Y_{ZJ} = \overline{BD} + \overline{ABC} + \overline{ABCD} \quad (13)$$

但是在组合逻辑电路中,最简表达式未必是最优表达式,最简表达式中有可能产生竞争—冒险现象。当产生竞争—冒险现象时还需要通过添加冗余项的方法或者其他的方法来消除竞争—冒险。例如式(13)中,当满足  $A = 0, C = 0, D = 1$  时,式(13)为  $Y_{ZJ} = B + \overline{B}$ ,即产生了竞争—冒险;而式(12)正因为多了  $\overline{ACD}$  这个冗余项,正确地消除了竞争—冒险现象,即式(12)为原始函数的最优表达式。

#### 4 仿真实验

为了验证算法的有效性,以 LabView 为开发平台设计了测试软件。为了方便计算机对数据的处理,采用了对输入变量进行数值编码的方式,基因变成了数组,染色体变成了数组的有序排列。例如,式(4)中含有四个输入变量  $A, B, C, D$ ,则其函数对应的输入变量形式共有八种,分别为  $(A, B, C, D, \overline{A}, \overline{B}, \overline{C}, \overline{D})$ ,对应的编码值分别为  $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$ ,由此可得,基因  $\overline{ABCD}$  的编码为  $[1, 2, 3, 4]$ ,原始染色体  $Y_0$  可表示为  $\{[5, 6, 7, 8]; [5, 6, 7, 4]; [5, 2, 7, 4]; [5, 2, 3, 4]; [1, 6, 3, 8]; [1, 2, 7, 4]; [1, 2, 3, 4]\}$ 。

按照这种编码方式实现优化算法时,基因的变异操作、染

色体的还原及相同基因的搜索都变得非常容易实现。为了验证算法的有效性,针对  $2 \times 2$  乘法器作了实验测试。表 4 给出简单免疫算法(SIA)<sup>[5]</sup>、多目标进化算法(MOEA)<sup>[3]</sup>、自适应免疫算法(AIEA)<sup>[2]</sup>及本文算法的实验数据。

表 4 四种算法结果比较

(输入/输出)	SIA	MOEA	AIEA	本文算法
所需门数	8	9	7	12
进化代数	500	440	350	82

#### 5 结束语

如何利用计算机对组合逻辑电路进行快速、准确的自动优化,是集成电路规模化发展的一个重要技术难题。在深入研究了目前多种优化算法的基础上,本文采用了逐步消除变量进行寻优的方法、进化代数少,进化时间短,达到了快速收敛、快速寻优的效果,很好地降低了整个优化算法的复杂度。经用公式法逐一检测算法给出的最优染色体,优化结果正确且有效地解决了竞争—冒险问题,充分地体现了算法的优越性和有效性。

#### 参考文献:

- [1] 徐海芹,丁永生,胡志华. 基于博弈算法的组合电路进化设计[J]. 计算机应用,2009,29(3):900-902.
- [2] 徐海芹,丁永生,胡志华. 基于自适应免疫进化算法的逻辑电路设计[J]. 计算机应用研究,2009,26(6):2276-2278.
- [3] LIU Rui, ZENG Sang-you, DING Li-xin, et al. An efficient multi-objective evolutionary algorithm for combinational circuit design [C]//Proc of the 1st NASA/ESA Conference on Adaptive Hardware and Systems. Washington DC: IEEE Computer Society, 2006:215-221.
- [4] NEDJAH N, De MOURELLE L M. A comparison of two circuit representations for evolutionary digital circuit design [C]//Proc of the 17th International Conference on Innovations in Applied Artificial Intelligence. 2004:594-604.
- [5] 张义国,罗文坚,王煦法. 基于免疫原理的逻辑电路设计算法[J]. 计算机工程与应用,2006,11(1):38-40.
- [6] FISER P, HLAVICKA J, KUBATOVA H. FC-Min: a fast multi-output Boolean minimizer [C]//Proc of Euromicro Symposium on Digital System Design. Washington DC: IEEE Computer Society, 2003:451-454.
- [7] 张义清,管致锦,吕彦明,等. 逻辑函数无冗余覆盖选择问题[J]. 计算机工程与应用,2007,43(10):60-62.
- [8] 张义清,管致锦,吕彦明. 基于粗糙集的组合优化算法[J]. 兰州理工大学学报,2007,33(1):88-91.
- [9] 于磊,叶静,郭毅,等. 支持大规模变量集的最小覆盖迭代搜索算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2008,20(6):737-741.
- [10] 查尔斯. 达尔文. 物种起源[M]. 焦文刚,译. 北京:新世界出版社, 2011:1-138.
- [11] 查尔斯. 达尔文. 物种起源[M]. 舒德干,等译. 西安:陕西人民出版社,1999:15-48.
- [12] 赵曙光,杨万海. 一种用于演化硬件的染色体编码方法[J]. 西安电子科技大学学报,2000,27(6):778-780.
- [13] 赵曙光,杨万海. 基于函数级 FPGA 原型的硬件内部进化[J]. 计算机学报, 2002,25(6):665-669.
- [14] 阎石. 数字电子技术基础[M]. 5 版. 北京:高等教育出版社, 2006:24-38.