多目标觅食—返巢机制连续域蚁群算法*

金 浩, 刘维宁
(北京交通大学 土木建筑工程学院, 北京 100044)

摘 要: 受自然界蚂蚁的觅食—返巢生物学特征启发,同时深入了解蚂蚁信息素成分,提出了一种能够解决函数多目标优化问题的改进蚁群算法——多目标觅食—返巢机制连续域蚁群算法(MO-FHACO)。该算法与传统蚁群算法相比,将信息素分为蚁巢信息素和食物信息素,并根据不同信息素设立了不同的释放和寻优机制。通过 BNH 和 TNK 问题验证,MO-FHACO 算法在 Pareto 最优前端连续的情况下具有极佳的多目标优化能力;在 Pareto 最优前端不连续的情况下,也能得到较多且散布性较好的 Pareto 最优解。因此,MO-FHACO 算法是一种有效的函数多目标优化算法。

关键词: 蚁群算法; 连续函数; 多目标优化; 觅食—返巢机制
中图分类号: TP301.6 **文献标志码**: A **文章编号**: 1001-3695(2012)11-4038-03
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.11.009

Multi-objective function optimization based on ant colony algorithm with foraging-homing mechanism

JIN Hao, LIU Wei-ning
(*School of Civil Engineering*, *Beijing Jiaotong University*, *Beijing* 100044, *China*)

Abstract: For extending the ability of multi-objective optimization for continuous functions for the ant colony algorithm, this paper proposed an improved ant colony algorithm (MO-FHACO) based on the foraging-homing mechanism inspired by the natural ant colonies who laid the different pheromones. The pheromones were divided into two kinds, i. e. the nest pheromone and the food pheromone, on the path from the nest to the food resource. Therefore, it built the foraging-homing mechanism to find the function optimal value. According to the function test of BNH and TNK, results show that MO-FHACO has the best multi-objective function optimization ability comparison with other intelligence algorithms, if Pareto frontier is continuous. And if Pareto frontier is discontinuous, MO-FHACO still can get good Pareto optimum values. So MO-FHACO is an efficient multi-objective function optimization algorithm.

Key words: ant colony algorithm; continuous function; multi-objective optimization; foraging-homing mechanism

有感于自然界蚂蚁的觅食行为,Dorigo 等人于 1991 年首次提出了能够解决旅行商问题(travelling salesman problem, TSP)的蚂蚁系统(ant system)[1]。在以后的 20 年中,由 AS 发展出多种衍生算法[2,3],被统一称为蚁群算法,并且该算法在组合优化问题方面取得了很好的成果[4]。现实生活中的问题不仅仅是离散问题,还存在着大量的连续问题。鉴于此,Bilchev 等人[5]于 1995 年提出了适用于连续空间的蚁群算法;随后,国内外相继提出了多种连续域蚁群算法[6~8]。

最早的蚁群算法只适用于单目标优化问题,这远不能满足实际工程对多目标控制的需要。为了能够解决多目标优化问题,国内外产生了多种能够解决组合优化问题多目标蚁群优化算法。但是连续域多目标蚁群算法的研究较少,在国内,比较有代表性的是张勇德等人[9]在 2005 年提出的多目标蚁群算法。

蚁群算法的多目标优化,不仅要求蚂蚁具有广泛的散布特性,同时要求能够尽早收敛,得到尽可能多的 Pareto 最优解。针对这些问题,本文受自然界蚂蚁在觅食后具有的返巢生物学特性的启发,提出了蚁群算法的觅食—返巢机制[10]。在这一机制的基础上,进一步发展出了针对连续空间的且具有多目标优化能力的蚁群算法(multi-objective foraging-homing ant colony optimization, MO-FHACO)。

1 多目标觅食—返巢机制连续域蚁群算法

1.1 初始 Pareto 最优解

多目标优化和单目标优化不同,多目标优化得到的是一个 Pareto 最优解集,过强的收敛特性将会使 Pareto 最优解集稀疏,不利于多目标问题的优化。针对这一问题,多目标觅食—返巢机制连续域蚁群算法首先需要根据设计变量的个数派驻对应的蚂蚁军队,以此来获得初始解,进而获得能够导引后续蚂蚁觅食和返巢的 Pareto 最优解集。

下面以两个设计变量为例,对初始 Pareto 最优解进行说明。假设设计变量为 x_1 和 x_2,其中,$a_1 \leqslant x_1 \leqslant b_1$, $a_2 \leqslant x_2 \leqslant b_2$。应该派驻两支蚂蚁军队,每支蚂蚁军队的蚂蚁数量为 num 只。因此,第一支蚂蚁军队的每只蚂蚁驻守的值为

$$x_{1(i)} = a_1 + (i-1) \times \frac{b_1 - a_1}{\text{num} - 1} \tag{1}$$

收稿日期: 2012-04-16; **修回日期**: 2012-05-29 **基金项目**: 国家自然科学基金资助项目(51008017);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2012YJS072)

作者简介:金浩(1986-),男,浙江诸暨人,博士研究生,主要研究方向为新型轨道减振措施智能优化(jiaodajinhao@gmail.com);刘维宁(1960-),男,教授,博士,主要研究方向为地下铁道运营环境影响.

其中 $i=1,2,\cdots,\text{num}$。

第二支蚂蚁军队的每只蚂蚁驻守的值为

$$x_{2(j)}=a_2+(j-1)\times\frac{b_2-a_2}{\text{num}-1} \tag{2}$$

其中 $j=1,2,\cdots,\text{num}$。

为两支蚂蚁军队设置通信交流机制。在每一只蚂蚁都有对应的设计变量值后,两支军队的蚂蚁互相交流,形成 num × num 对解;然后根据约束条件,从 num × num 对解中剔除非可行解,保留可行解;最后比较可行解的目标函数值,得到初始 Pareto 最优解集。初始 Pareto 最优解集的设置,有利于提高多目标蚁群算法的散布性,避免传统蚁群算法收敛过快造成的 Pareto 最优前端稀疏的问题。

1.2　初始食物信息素更新机制

觅食—返巢机制蚁群算法和以往蚁群算法的最大区别在于觅食—返巢机制的引入。在这种算法中,将蚂蚁信息素分为食物信息素和蚁巢信息素,这更加符合自然界蚂蚁的生物学特征。从蚁巢出发的蚂蚁,释放蚁巢信息素,循着食物信息素到达食物源;同理,从食物源返回的蚂蚁,释放食物信息素,循着蚁巢信息素最终回到蚁巢。因此,食物信息素在前期具有很重要的导引作用。

结合初始 Pareto 最优解集,将对应路径的食物信息素加强,避免蚂蚁在开始觅食时的盲目性。食物信息素加强的公式为

$$\tau_{\text{food}}^{c}\leftarrow\tau_{\text{food}}^{0}+Q_c \tag{3}$$

其中:τ_{food}^{0} 为初始食物信息素,$\tau_{\text{food}}^{0}=0.01$;$Q_c$ 为初始食物信息素更新系数,$Q_c=0.5$;τ_{food}^{c} 为根据初始 Pareto 最优解集更新后的食物信息素。

1.3　觅食—返巢机制

蚁群需要完成觅食和返巢这一完整的过程。以一元函数为例(多元函数依此类推),具体实现过程如下[10]:

将目标函数设为 $f(x)$,设计变量为 x。其中,$x\in[a,b]$,a、b 分别为设计变量 x 的最小值和最大值。通过简单的数学换算,将目标函数 $f(x)$ 转换为 $f(x')$,设计变量 x 转换为 x'。其中 $x=(b-a)x'+a$,$x'\in[0,1)$。设置极小值 ε,如果 $(1-x')\leqslant\varepsilon$,则认为 $x'=1$。根据不同的问题,设计变量 x 可以取小数点后 d 位。

对于十进制数,除第 1 层和第 $(d+2)$ 层只能取"0"外,中间 d 层每一层都可以取 $(0,1,\cdots,9)$ 这 10 个自然数中的任意一个,如图 1 所示。

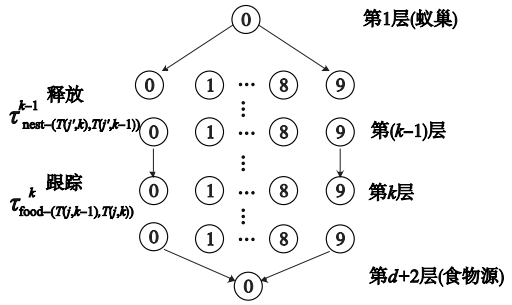

图1　觅食过程十进制数字串

根据寻优精度和计算时间,判定设置 n 只蚂蚁从蚁巢出发,从蚁巢出发的蚂蚁 j 在 $k-1$ 层的数字为 $T_{\text{food}}(j,k-1)$。其中:$j=1,2,\cdots,n$;$k=2,3,\cdots,(d+2)$。

下一层数字选择原则为

$$T_{\text{food}}(j,k)=\begin{cases}\max\{\tau^{k}_{\text{food}-(T(j,k-1),T(j,k))}\} & q<Q_0\\ \text{randperm} & q\geqslant Q_0\end{cases} \tag{4}$$

其中:q 是(0,1)内的随机数;Q_0 是判别常数;randperm 表示从 $(0,1,\cdots,9)$ 中随机抽取一个自然数;$T_{\text{food}}(j,k)$ 表示第 j 只蚂蚁在第 k 层的数字,其中 $T_{\text{food}}(j,1)=T_{\text{food}}(j,d+2)=0$;$\tau^{k}_{\text{food}-(T(j,k-1),T(j,k))}$ 表示设计变量 x' 在 k 层上取 $T_{\text{food}}(j,k)$ 的食物信息数浓度。

每只蚂蚁走完一层后,蚁巢信息素就需要更新:

$$\tau^{k-1}_{\text{nest}-(T_{\text{food}}(j,k-1),T_{\text{food}}(j,k))}\leftarrow(1-\rho_{\text{food}})\times\tau^{k-1}_{\text{nest}-(T_{\text{food}}(j,k-1),T_{\text{food}}(j,k))}+\alpha \tag{5}$$

其中:$\tau^{k-1}_{\text{nest}-(T(j,k-1),T(j,k))}$ 表示设计变量 x' 在 $(k-1)$ 层上取 $T_{\text{food}}(j,k-1)$ 的蚁巢信息数浓度;ρ_{food} 为蚁巢信息素挥发系数,$(1-\rho_{\text{food}})$ 为蚁巢信息素残留因子;α 为局域蚁巢信息素更新修正系数。

返巢的蚁群和觅食蚁群刚好相反,需要根据蚁巢信息素来选择下一层的数字,同时需要更新食物信息素的浓度。

1.4　算法实现

用 MATLAB 编制程序,MO-FHACO 算法流程如图 2 所示,具体实现过程如下:

a)根据设计变量个数设置初始蚂蚁军队,均匀分布在设计变量的变化范围上,形成初始解集。对生成的初始解集进行可行性分析,得到初始可行性解集。

b)对初始可行性解集进行支配关系分析,得到初始 Pareto 最优解集。

c)根据初始 Pareto 最优解集,对初始食物信息素浓度进行更新。

d)进行觅食—返巢机制寻优。

e)最终得到 Pareto 最优解集及 Pareto 最优前端。

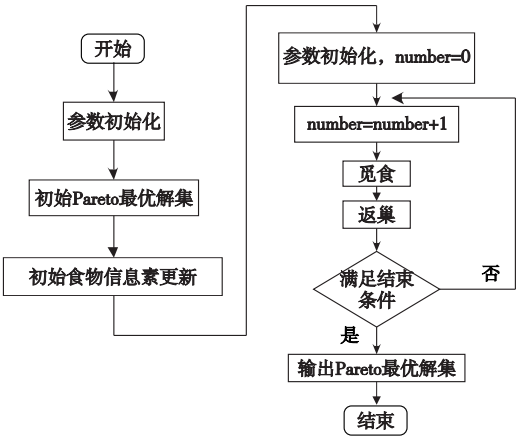

图2　MO-FHACO流程

2　实例验证

为验证 MO-FHACO 算法的准确性,对 BNH 和 TNK 两个问题分别进行了 10 次测试。通过图形化的形式给出了 Pareto 最优前端,并通过 Pareto 最优解间距和最大散布范围[11]对 MO-FHACO 算法进行评估。

定义 1　间距评估。间距评估可用来评价 Pareto 最优前端上相邻解的间距变化情况,其定义为

$$S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\times\sum_{i=1}^{n}(\bar{d}-d_i)^2} \tag{6}$$

其中:$d_i=\min_j(|f_1^i(x)-f_1^j(x)|+|f_2^i(x)-f_2^j(x)|)(i,j=1,2,\cdots,n)$ n 为获得的 Pareto 最优前端上向量的个数,$\bar{d}$ 为以上所求的 d_i 平均值,即 $\bar{d}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}d_i$。当所获得的解越接近均匀散布

时,间距 S 的值越小。

定义 2 最大散布范围评估。最大散布范围用来评价目标空间中两个极值解的距离,其定义为

$$D=\sqrt{(\max_{i=1}^{n} f_1^i-\min_{i=1}^{n} f_1^i)^2+(\max_{i=1}^{n} f_2^i-\min_{i=1}^{n} f_2^i)^2} \tag{7}$$

D 值越大,表明算法所获得的解的散布范围就越广。

2.1 BNH 问题

BNH 问题是一个两变量约束问题,它的 Pareto 最优前端是连通的。

$$\min\begin{cases} f_1(x)=4x_1^2+4x_2^2 \\ f_2(x)=(x_1-5)^2+(x_2-5)^2 \end{cases}$$

$$\text{s.t.}\quad e_1(x)\equiv(x_1-5)^2+x_2^2\leqslant 25$$

$$e_2(x)\equiv(x_1-8)^2+(x_2+3)^2\geqslant 7.7$$

$$0\leqslant x_1\leqslant 5,0\leqslant x_2\leqslant 3$$

BNH 问题 MO-FHACO 算法参数设置如下:运行 10 次,小数位数 $d=3$,判别常数 $Q_0=0.3$,食物信息素挥发系数 $\rho_{\text{food}}=0.5$,蚁巢信息素挥发系数 $\rho_{\text{nest}}=0.5$,局域蚁巢信息素更新修正系数 $\alpha=0.5$,局域食物信息素更新修正系数 $\beta=0.5$,蚂蚁数目 $n=60$,迭代次数 number = 20(与文献[9]取相同的蚂蚁数量和迭代次数)。

BNH 问题 10 次优化结果的平均值如表 1 所示,典型的 Pareto 最优前端如图 3 所示。

表 1 BNH 问题优化结果

算法	迭代次数	Pareto 最优解的个数	间距 S	最大散布范围 D
NSGA II	10	97	0.85	115.44
文献[9]算法	10	238	0.37	142.59
文献[12]算法	10	468	0.33	191
本文算法	10	2 279	0.104 6	141.38

从表 1 可以得出:a) MO-FHACO 算法能够得到的 Pareto 最优解明显多于文献提出的智能算法能够获得的 Pareto 最优解;b) MO-FHACO 算法得到的间距 S 优于文献提出的智能算法;c) MO-FHACO 算法得到的最大散布范围优于 NSGA II 算法,与文献[9]接近,不如文献[12]。

2.2 TNK 问题

TNK 问题的求解难度在于它的 Pareto 最优前端是由不连通的 Pareto 曲线构成的,并且曲线是非凸的。

$$\min\quad\begin{cases} f_1(x)=x_1 \\ f_2(x)=x_2 \end{cases}$$

$$\text{s.t.}\quad e_1(x)\equiv x_1^2+x_2^2-1-0.1\cos(16\arctan\frac{x_1}{x_2})\geqslant 0$$

$$e_2(x)\equiv(x_1-0.5)^2+(x_2-0.5)^2\leqslant 0.5$$

$$0\leqslant x_1\leqslant\pi,0\leqslant x_2\leqslant\pi$$

TNK 问题 MO-FHACO 算法参数设置为:除迭代次数改为 100 外,其他与 BNH 问题参数设置相同。TNK 问题 10 次优化结果的平均值如表 2 所示,典型的 Pareto 最优前端如图 4 所示。

表 2 TNK 问题优化结果

算法	迭代次数	Pareto 最优解的个数	间距 S	最大散布范围 D
NSGA II	100	78	0.007 8	1.21
文献[9]算法	100	136	0.005 1	1.41
文献[12]算法	200	98	0.008 6	1.43
本文算法	100	95	0.008 46	1.41

从表 2 可以得出:a) MO-FHACO 算法能够得到的 Pareto 最优解多于 NSGA II 能够获得的 Pareto 最优解,与文献[12]接近(注意 MO-FHACO 使用的迭代次数是 100),不如文献[9];b) MO-FHACO 算法得到的间距 S 优于 NSGA II,接近文献[12],不如文献[9];c) MO-FHACO 算法得到的最大散布范围优于 NSGA II 算法,与文献[9]接近,不如文献[12]。

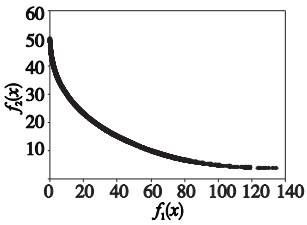

图3 Pareto最优前端(BNH问题)

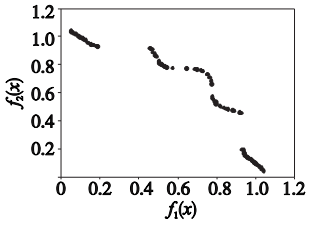

图4 Pareto最优前端(TNK问题)

3 结束语

本文基于觅食—返巢机制,发展出一种能够适用于函数多目标优化的改进蚁群算法,并通过 BNH 和 TNK 两个基准问题进行了验证,同时与其他智能算法进行了比较分析。a) MO-FHACO 算法对于 Pareto 最优前端连续的问题,具有极强的多目标优化能力,Pareto 最优解个数多,解之间散布均匀,并且散布范围广;b) MO-FHACO 算法对于 Pareto 最优前端不连续的问题,能够获得较多的 Pareto 最优解,且具有不错的散布范围。

参考文献:

[1] COLORNI A, DORIGO M, MANIEZZO V, *et al*. Distributed optimization by ant colonies[C]//Proc of the 1st European Conference on Artificial Life. Paris: Elsevier,1991:134-142.

[2] GAMBARDELLA L M, DORIGO M. Ant-Q: a reinforcement learning approach to the traveling salesman problem[C]//Proc of the 12th International Conference on Machine Learning. 1995:252-260.

[3] THOMAS S, HOLGER H H. MAX-MIN ant system[J]. Future Generation Computer Systems,2000,16(8):889-914.

[4] GAMBARDELLA L M, TAILLARD E D, DORIGO M, *et al*. Ant colonies for the quadratic assignment problem[J]. Journal of the Operational Research Society,1999,50(2):167-176.

[5] BILCHEV G, PARMEE I. The ant colony metaphor for searching continuous design spaces[C]//Proc of AISB Workshop on Evolutionary Computing. London:Springer-Verlag,1995:25-39.

[6] WANG Lei, WU Qi-di. Ant system algorithm for optimization in continuous space[C]//Proc of IEEE International Conference on Control Applications. 2001:395-400.

[7] HU Xiao-min, ZHANG Jun, CHUANG H S H, *et al*. SamACO: variable sampling ant colony optimization algorithm for continuous optimization[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics,2010,40(6):1555-1566.

[8] XIAO Jing, LI Liang-ping. A hybrid ant colony optimization for continuous domains[J]. Expert Systems with Applications,2011,38(9):11072-11077.

[9] 张勇德,黄莎白. 多目标优化问题的蚁群算法研究[J]. 控制与决策,2005,20(2):170-173,178.

[10] 金浩,刘维宁. 基于觅食—返巢机制连续域蚁群算法[J]. 计算机工程与应用,2012,48(1):24-26.

[11] ZITZLER E, DEB K, THIELE L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results[J]. Evolutionary Computation,2000,8(2):173-195.

[12] 朱刚,马良. 多目标函数优化的元胞蚂蚁算法[J]. 控制与决策,2007,22(11):1317-1320.