

求解带软时间窗车辆路径问题的融合算法*

吴正成, 文中华, 黄丽芳

(湘潭大学信息工程学院, 湖南湘潭 411105)

摘要: 设计了遗传算法与变异蚂蚁算法的一个融合算法, 该算法采用优良基因保护策略, 引入蚂蚁寻径变异机制, 并改进了信息素的更新方式, 提高了寻径速度以及寻径的全局性。经过对比实验, 验证了本融合算法可以有效而快速地获得问题模型的最优解或近似最优解。

关键词: 带软时间窗车辆路径问题; 遗传算法; 变异蚂蚁算法; 融合算法

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)11-4028-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.11.006

Fusion algorithm for vehicle routing problem with soft time windows

WU Zheng-cheng, WEN Zhong-hua, HUANG Li-fang

(College of Information Engineering, Xiangtan University, Xiangtan Hunan 411105, China)

Abstract: This paper designed a fusion optimization algorithm of genetic algorithm and mutated ant colony algorithm. It used the excellent gene protection strategy, and introduced a mutation mechanism. It improved the pheromone updating methods and the speed of searching routing path and solving global ability. After experiments, the results verify this algorithm can obtain problem optimal solution or approximate optimal solution effectively and quickly.

Key words: vehicle routing problem with soft time windows; genetic algorithm; mutated ant colony algorithm; fusion algorithm

物流配送车辆路径问题是典型的 NP 完全难问题^[1], 具有很高的计算复杂性。带软时间窗车辆路径问题^[2]是在传统的车辆路径问题上增加了客户对配送车辆带约束时间的一类问题, 增加了求最优解或者近似最优解的难度。近年来禁忌搜索算法^[3]、遗传算法^[4-7]、蚂蚁算法^[8]等在带软时间窗车辆路径问题上均取得了一定的成果, 但其各有局限性。禁忌搜索算法对初始解具有较强的依赖性; 遗传算法忽视系统中的反馈信息, 导致大量无效的冗余迭代, 即局部搜索能力不强、求精效率较低; 蚂蚁算法搜索初期信息素匮乏, 搜索初期信息素积累时间较长, 求解速度慢。

本文在遗传算法和变异蚂蚁算法的基础上实现两者的融合, 即 GMAC (genetic algorithm-mutated ant colony) 算法。

1 物流配送车辆路径问题模型

1.1 问题描述

物流配送车辆路径问题是指从配送中心出发, 为多个客户完成物流配送。已知配送中心运输工具(车)的数量、客户的需求量(小于车辆负载重量)、地点坐标、完成配送的时间段、服务时间、车辆的负载重量、运输速度, 规定: a) 每辆车从配送中心出发完成配送任务后直接返回配送中心; b) 每条线路上的客户点需求量之和不超过车辆载重量; c) 每个客户点的需求只由一辆车来完成, 车辆完成配送的时间在时间窗内; d) 配送线路遍历所有客户点且同一负载车辆不会两次经过同一客户点。现需要为此物流配送模型设计调度方案使物流配送成

本最少且配送车辆数最少。

1.2 数学模型

定义图 $G(V, E)$, $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$, $E = \langle v_i, v_j \rangle, v_i, v_j \in V$, 其中 V 表示物流中的配送中心及客户, E 为路径通路。设配送中心 v_0 有 M 辆车供派用, 且车最大负载为 w , v_i 的需求量分别为 w_i (其中 $i \in [1, n]$)。客户要求配送的时间窗为 $[e_i, l_i]$, t_i 表示到达客户 i 的时间, t_{ij} 为客户 i 到 j 的时间, 且包含了等待的时间, 则定义如下变量:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{车辆 } k \text{ 从客户 } i \text{ 开往客户 } j \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{客户 } i \text{ 由车辆 } k \text{ 完成货物配送} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$t_i = \sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^n x_{ijk} (t_i + t_{ij} + t_j) \quad j \in [1, n]$$

若 m 为配送的车辆数, C_{ij} 表示客户 i 到 j 的运输成本, d 表示等待损失的单位机会成本, e 表示车辆在延迟到达客户的单位惩罚值, 则带软时间窗的车辆路径问题的数学模型为

$$\min z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^M C_{ij} x_{ijk} + d \sum_{i=1}^n \max(e_i - t_i, 0) + e \sum_{i=1}^n \max(t_i - l_i, 0) \quad (1)$$

$$\min m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i y_{ik} \leq W \quad k \in [1, n] \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{ik} = 1 \quad i \in [1, n] \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ijk} = y_{jk} \quad j \in [1, n]; k \in [1, m] \quad (5)$$

收稿日期: 2012-04-12; 修回日期: 2012-05-26 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61070232); 湖南省自然科学基金资助项目(09JJ6090)

作者简介: 吴正成(1988-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为智能规划(wuzhengcheng218@163.com); 文中华(1966-), 男, 副教授, 硕导, 博士, 主要研究方向为智能规划、物联网、电子商务、图论及算法; 黄丽芳(1987-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为智能规划。

$$\sum_{j=1}^n x_{ijk} = y_{ik} \quad i \in [1, n]; k \in [1, m] \quad (6)$$

$$e_i \leq t_i \leq l_i \quad (7)$$

模型中,式(1)(2)为目标函数;式(3)~(7)为具体的约束条件。其中,式(3)为对车辆容量的约束;式(4)为客户节点对派送车辆唯一的约束;式(5)(6)为同一车辆多次经过同一客户节点的约束;式(7)为时间窗的约束。

2 优化配送路线的 GMAC

2.1 解决问题模型的算法

针对带时间窗的车辆路径问题模型,文献[9]运用一种禁忌算法,利用多初始解以及全局禁忌表来扩大搜索范围,减少不稳定性;文献[5]利用遗传算法来求解,主要通过有效编码来克服遗传算法易收敛的弊端;文献[10]利用蚁群系统与最大最小蚂蚁算法结合,在不同阶段对信息素采取不同蒸发策略以及对解进行 2-opt 优化防止陷入局部最优,也有较好的效果。本文的 GMAC 是结合遗传算法和蚂蚁算法的特点形成的融合算法,如图 1 所示。

由图 1 可知,遗传算法在搜索的初期($T_0 \sim T_a$ 时间段)向解收敛的速度较快,但之后求解的效率明显降低;蚂蚁算法在搜索的初期缺少信息素,使得搜索速度较慢,当信息素积累到一定的强度后(即 T_a 处),向解收敛的速度迅速提高。因此,GMAC 利用其遗传算法的部分解消除蚂蚁算法初期盲目寻径的时间($T_a - T_0$),并获得有价值的信息素,从而提高了求解效率;同时 GMAC 采取保护优良基因、引入蚂蚁变异机制、改进信息素更新方式等操作,提高了算法的全局搜索能力和求解效率。

2.2 GMAC 的主要设置

2.2.1 GMAC 的遗传部分

遗传算法的解是产生初始信息素的主要来源,此解的精度直接关系到蚂蚁算法部分求解的效率。本文在遗传运算进行相关操作,以提高求解精度。

1) 编码 染色体的编码采用对客户节点序号进行随机排列。由于车辆数未知,对车辆暂不进行编码,当进行种群评价时,对满足条件的染色体段插 0,如 $G = 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6$,当 234 客户由一辆车可完成且代价值最小,则 G 变成 $G' = 1\ 0\ 2\ 3\ 4\ 0\ 5\ 6$ 。

2) 染色体交叉重组 在每代种群中,以一定的交叉概率来对染色体进行交叉重组。由 1) 可知未对车辆进行编码。可以想象,所求路径中的每一辆车完成的配送量理论上趋于饱和,因此在交叉重组前求得相邻节点的基因段的配送代价。当某段基因的配送量在接近车辆最大负载的某范围内,则在该基因段两侧添 0,标记为优良基因段,且重组时不被破坏(即式(8)中 $G \rightarrow G'$ 的过程)。而交叉重组过程为:任取两条互不相同的染色体 G_a 和 G_b ,随机产生两个交叉点且交叉段无 0 节点(相邻 0 间为优良基因段),将交叉段交换加到染色体的首部得到染色体 G_a' 和 G_b' ,消去相同项,且若与后面存在被保护基因段中有相同项时,则去掉前者,得到两个新的个体 G_a'' 和 G_b'' 。

$$\begin{aligned} G_a &= 1\ 2\ 0\ 13\ 41\ 5\ 0\ 6\ 7\ 8 \rightarrow G_a' = 6\ 5\ 1\ 1\ 2\ 0\ 3\ 4\ 5\ 0\ 6\ 7\ 8 \rightarrow \\ G_a'' &= 6\ 1\ 2\ 0\ 3\ 4\ 5\ 0\ 7\ 8 \\ G_b &= 8\ 7\ 0\ 16\ 51\ 0\ 4\ 3\ 2\ 1 \rightarrow G_b' = 3\ 4\ 1\ 8\ 7\ 0\ 6\ 5\ 0\ 4\ 3\ 2\ 1 \rightarrow \\ G_b'' &= 3\ 4\ 8\ 7\ 0\ 6\ 5\ 0\ 2\ 1 \end{aligned} \quad (8)$$

3) 染色体变异 变异操作也是增强染色体多样性的重要手段。随机生成变异次数,每一次操作随机选择非保护的基因

段中的点进行互换,比较编译前后的染色体结果,保存较优的染色体进入下一代。

2.2.2 GMAC 的蚂蚁部分

在初始信息素不均匀的条件下,避免求解过早局部收敛,本文采用最大最小变异蚂蚁算法,以提高求解精度和效率。

1) 初始信息素设置 初始信息素 τ_s 由给定的初始信息素 τ_c 和遗传部分的解转换后的信息素组成,即 $\tau_s = \tau_c + \tau_g$ 。任意线路的信息素限制区间 $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$,且 $\tau_c = \tau_{\min}$, $\tau_s = \tau_c + \tau_g > \tau_{\max}$ 时, $\tau_s = \tau_{\max}$ 。其中 τ_{\min} 初始为一个较大值,使初始的环境信息素可以经过较多次数的挥发,延迟新留下的环境信息素发挥作用,从而提高全局搜索能力。

2) 蚂蚁变异机制 变异机制是一种保证求解全局性的有效机制,由 1) 可知, τ_s 的不相等,蚂蚁的正反馈特性将使其容易陷入信息素浓度高的路线。本文对变异的蚂蚁采取随机选择下一个客户节点,即在选时,不会受信息素浓度的影响。其中蚂蚁 i 的变异概率 $P(i) = P_{\max} - (P_{\max} - P_{\min}) \times NC_Gene/NC$ 。在当前迭代次数 NC_Gene 较小时, $P(i)$ 取较大值,以诱导蚂蚁跳出局部搜索,拓宽寻解范围;在迭代后期, $P(i)$ 取较小值,以保证蚂蚁算法的正反馈性。其中, $P_{\max}(P_{\min})$ 为最大(小)变异率, NC 为迭代次数。

3) 信息素更新规则 利用人工蚂蚁取代车辆对客户节点进行配送,当蚂蚁在客户节点 i 选择服务的下一个客户节点 j 时,主要考虑以下因素:在 t 时刻,蚂蚁 k 由客户节点 i 转移到客户节点 j 的概率为 η_{ij} ,为边弧 (i, j) 的能见度,即 $1/c_{ij}$ (c_{ij} 为点 i 与 j 间的距离); τ_{ij}^{old} 为边弧 (i, j) 的轨迹强度; γ_{ij} 为车辆从 i 点走到 j 点,到达时间与客户允许的服务最迟开始时间的时差; ω_{ij} 为车辆从 i 点走到 j 点,在 j 点的等待时间。则位于 i 处的蚂蚁 k 移至邻域中节点 j 处概率为

$$P_{ij}^k = \frac{[\tau_{ij}^{old}]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta \cdot [\gamma_{ij}]^\varphi \cdot [\omega_{ij}]^\theta}{\sum_l [\tau_{il}^{old}]^\alpha \cdot [\eta_{il}]^\beta \cdot [\gamma_{il}]^\varphi \cdot [\omega_{il}]^\theta}$$

其中, $\alpha, \beta, \varphi, \theta$ 表示各变量的相对重要性。当循环结束时,再利用目标函数对配送线路计算,计算信息素的增加。具体更新规则如下:

$$\begin{aligned} \tau_{ij}^{new} &= (1 - \rho)\tau_{ij}^{old} + \Delta\tau_{ij} \quad \forall i, j, \text{且 } i \neq j \\ \Delta\tau_{ij} &= \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k, \Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} Q_1(1 - \frac{r_k}{R_k}) & \text{若蚂蚁 } k \text{ 从 } i \text{ 移动到 } j \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \end{aligned}$$

由上面轨迹强度的式子可知,常量 ρ 与 τ_{ij}^{new} 成反比,如果 ρ 过小,则未搜索过的路径被选择的概率相对减小,使求解陷入局部收敛;若 ρ 过大,又会影响蚂蚁对最优路径的选取,求解速度较慢。因此在算法中需对 ρ 作适当调整,避免 τ_g 导致蚂蚁搜索范围小而停滞不前。选择合适的 ρ 值,增大解空间的搜索区域,以摆脱局部最优的束缚。

2.3 GMAC 的流程

解决物流配送车辆路径问题的 GMAC 流程如下:

```
algorithm GMAC()
1 begin
2   i = 0; //进化种群代数
3   initialize P(i); //初始化种群
4   fitness P(i); //遗传选择
5   while (not terminate-condition)
6     {
7       i++; //循环
8       GA-operation P(i);
//遗传算法运算 or 操作
```

```

9      fitness P(i); //遗传选择
10     }
11     output_1(); //获得初始解;
12     transition();
    //通过遗传部分获取  $\tau_c$ 
13     initialize data; //初始化数据
14     loop:
15         antmove(); //变异寻径
16         updatePheromone ();
    //信息素更新
17     if (terminate-condition)
18         then goto loop;
19     output_2(); //获得最终解
20 end

```

3 实验数据及分析

带软时间窗车辆路径问题模型不存在国际测试数据库。下面通过两个可比性实例进行实验。实验平台为 Windows XP + Pentium® Dual-Core CPU E5700 + 1.96 GB 内存 + VC 6.0。

实例 1 为证明 GMAC 的正确性与可行性,设计了含配送中心最多 30 个客户节点的 VRPSTW 模型。数据如表 1 所示。

表 1 客户节点的具体信息

i	(x,y)	w_i	$[e_i,l_i]/svt$
1	(4.0, 23.8)	0.86	[20, 145]/5
2	(-0.9, 11.7)	0.73	[15, 170]/4
3	(-5.5, 13.5)	3.30	[10, 140]/10
4	(9.2, 8.4)	1.90	[0, 185]/9
5	(-2.3, 17.5)	0.65	[15, 170]/2
6	(2.3, -10.1)	1.32	[20, 190]/6
7	(-2.4, 16.3)	3.52	[0, 120]/11
8	(-3.1, 9.3)	0.53	[10, 180]/3
9	(15.0, 13.6)	0.39	[10, 110]/1
10	(9.1, 3.6)	0.95	[0, 160]/5
11	(2.4, 30)	3.40	[20, 140]/8
12	(-7.4, 33.3)	0.35	[5, 130]/1
13	(-15.5, 5.4)	2.66	[10, 140]/9
14	(-0.3, 16.4)	1.35	[10, 210]/7
15	(-15.8, -2.3)	2.65	[15, 120]/7
16	(15.3, -9.4)	0.75	[0, 90]/6
17	(4.9, 24.8)	0.88	[20, 105]/5
18	(-2.9, 15.5)	0.73	[75, 170]/3
19	(-15.4, 6.5)	1.30	[30, 140]/6
20	(-7.2, 18.4)	1.78	[0, 185]/5
21	(2.6, -7.5)	0.84	[30, 170]/2
22	(22.3, -14.4)	1.32	[20, 190]/8
23	(-12.0, 6.0)	3.10	[0,180]/11
24	(-3.6, 19.3)	0.53	[10, 180]/3
25	(15.2, -13.6)	0.53	[50, 110]/2
26	(7.1, 5.1)	0.85	[0, 160]/4
27	(2.4, -30.0)	2.40	[20, 140]/12
28	(-6.0, 13.4)	0.20	[85,130]/1
29	(-35.5, 5.0)	1.30	[10,180]/8
30	(18.3, 1.4)	1.35	[70,210]/6

分别对表 1 前 10、20、30 个客户节点进行物流配送,其中配送中心坐标(0,0), $w=4,d=1,e=2$ 。取遗传部分中重组概率为 0.5,变异概率为 0.2, $\tau_c=2,\tau_g=2,\alpha,\beta,\varphi,\theta$ 分别为 2、3、

2、2, $\rho=0.65$ 。

实验结果具体如下:10 个客户节点的路径为:0-3-8-0,0-7-0,0-2-5-1-9-4-0,0-10-6-0。其中运输成本 159.469,客户 8 和客户 2 分别损耗成本 0.293 和 1.633,总成本为 161.395;20 个客户节点路径为:0-15-6-0,0-13-19-0,0-16-10-9-4-0,0-3-8-0,0-12-11-0,0-7-0,0-2-18-20-0,0-5-17-1-14-0,其中运输成本 376.389,客户 8、18、19 分别损耗成本 0.293、31.486、6.741,总成本 414.909;30 个客户节点路径为:0-7-0,0-12-11-0,0-13-19-0,0-5-17-1-14-0,0-15-29-0,0-27-6-0,0-26-4-9-10-0,0-21-30-0,0-16-22-25-0,0-20-24-18-2-28-0,0-3-0,0-23-8-0,其中运输成本 603.157,客户 2、9、18、19、21、25、28、30 分别损耗成本 34.588、1.278、27.833、6.741、11.031、15.148、3.660、11.976,总成本为 749.646。且车辆数达到了最小数目。

实例 2 为体现 GMAC 在求解 VRPSTW 模型下的优越性,本实例采用与文献[9]完全相同的数据进行实验,如表 2 所示。

表 2 VRPSTW 的原始数据

i	(x,y)	w_i	$[e_i,l_i]$
0	(50, 50)	0	[0, +∞]
1	(19, 0)	1.0	[74, 144]
2	(33, 3)	1.8	[58, 128]
3	(35, 21)	1.1	[15, 85]
4	(53, 19)	0.6	[96,166]
5	(70, 94)	1.9	[47, 117]
6	(27, 44)	1.4	[85, 155]
7	(10, 69)	1.2	[21, 91]
8	(56, 4)	0.2	[9, 79]
9	(16, 81)	1.7	[37,107]
10	(68,76)	0.8	[21,121]
11	(41,10)	0.9	[74,174]
12	(83,43)	0.8	[58,158]
13	(25,91)	1.9	[15,125]
14	(73,29)	1.6	[56,156]
15	(70,18)	0.9	[87,187]

表 2 中,取 $n=15,w=5,v=1$ 。进行 10 次实验均获得最优解,配送线路如图 2 所示。在相同的数据、模型下文献[10]也得出了一组解,三者的比较结果如表 3 所示。从表 3 的结果可以得知,三种方法均能较好地求解物流配送中带软时间窗车辆路径问题,相比于文献[9]的禁忌搜索算法和文献[10]的蚁群算法,GMAC 在客户节点 12 和 15 处时间有损耗成本,而在车辆运输成本上面有较大的改进,总成本为 541.302,较 573.71 和 570.00 分别提高了 5.65%、5.03%。

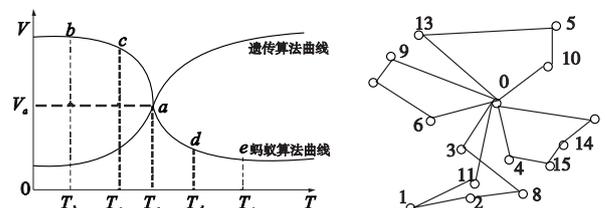


图 1 遗传算法与蚂蚁算法的收敛曲线 图 2 VRPSTW 的配送线路

提高。

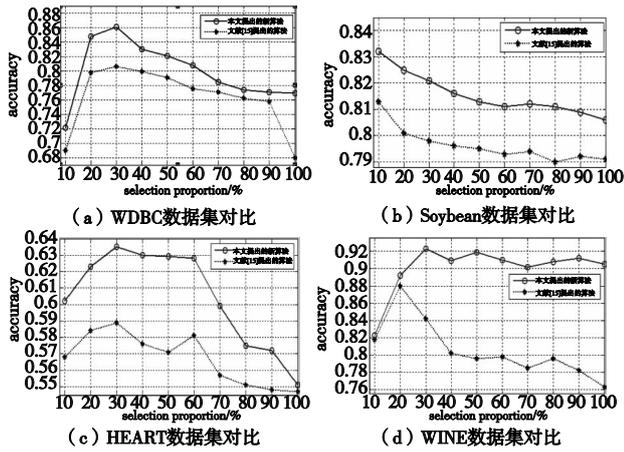


图2 本文提出的新算法与文献[10]提出的基于重抽样的选择聚类融合算法的准确性对比

5 结束语

本文针对选择聚类融合中参照成员的选择问题、选择策略问题以及聚类成员加权问题,提出了一种新的聚类融合算法。该算法应用了聚类有效性评价方法对所有聚类成员进行评价,从中选择质量最好的聚类成员作为参照成员;定义了联合聚类质量和差异度的选择策略;提出了基于容错关系信息熵的属性重要性进行加权。最后将该算法应用于 UCI 公共数据集,大量的实验结果表明算法性能显著提高。

参考文献:

[1] 阳琳赞,王文渊. 聚类融合方法综述[J]. 计算机应用研究,2005, 22(12):8-10.
 [2] STREHL A, GHOSH J. Cluster ensemble: a knowledge reuse framework for combining multiple partitions [J]. Journal on Machine Learning Research,2002,3(3):583-617.

[3] MIMAROGLU S, ERDIL E. Combining multiple clusterings using similarity graph [J]. Pattern Recognition,2011,44,(3):694-703.
 [4] 王红军,李志蜀,成颢,等. 基于隐含变量的聚类集成模型[J]. 软件学报,2009,20(4):825-833.
 [5] WANG Xi, YANG Chun-yu, ZHOU Jie. Clustering aggregation by probability accumulation [J]. Pattern Recognition, 2009, 42(5): 668-675.
 [6] ZHI Wen-yu, HAU S W, JANE Y, et al. Hybrid cluster ensemble framework based on the random combination of data transformation operators [J]. Pattern Recognition,2012,45,(5):1826-1837.
 [7] ZHANG Shao-hong, WONG H S, SHEN Ying. Generalized adjusted rand indices for cluster ensembles [J]. Pattern Recognition, 2012, 45(6):2214-2226.
 [8] 刘丽敏,樊晓平,廖志芳. 选择性聚类融合研究进展[J]. 计算机工程与应用,2012,48(10):1-5.
 [9] FERN X, LIN Wei. Cluster ensemble selection [J]. Statistical Analysis and Data Mining,2008,1(3):128-141.
 [10] HONG Yi, KWONG S, WANG Han-li, et al. Resampling-based selective clustering ensembles [J]. Pattern Recognition Letters, 2009,30(3):298-305.
 [11] AZIMI J, FERN X. Adaptive cluster ensemble selection [C]//Proc of the 21st International Joint Conference on Artificial Intelligence. 2009:993-997.
 [12] 唐伟,周志华. 基于 Bagging 的选择性聚类集成 [J]. 软件学报, 2005,16(4):496-502.
 [13] 杨燕,靳蕃, KAMEL M. 聚类有效性评价综述 [J]. 计算机应用研究,2008,25(6):1630-1638.
 [14] 罗会兰. 聚类集成关键技术研究 [D]. 杭州:浙江大学,2007.
 [15] 阳琳赞,周海京,卓晴. 基于属性重要性的加权聚类融合 [J]. 计算机科学,2009,36(4):243-249.
 [16] 肖健华. 智能模式识别方法 [M]. 广州:华南理工大学出版社, 2006:51-58.

(上接第 4030 页)

表 3 不同算法求解结果比较

比较项	文献[9]算法	文献[10]算法	本文算法
求解方法	禁忌搜索算法	蚁群算法	GMAC
运输成本	561.10	557.67	528.973
损耗成本	点 15/9.6	点 12/12.13 点 15/0.20	点 12/12.132 点 15/0.197
总成本	573.71	570.00	541.302
配送线路	0-13-7-6-0 0-9-5-10-0 0-3-15-14-12-0 0-8-2-1-11-4-0	0-3-8-1-2-4-0 0-10-5-13-0 0-9-7-6-0 0-12-14-15-11-0	0-9-7-6-0 0-3-8-2-1-11-0 0-12-14-15-4-0 0-10-5-13-0

4 结束语

物流配送系统中带软时间窗的车辆路径问题是一类在公路运输、航空、通信等领域具有重要应用的组合优化问题,且有很强的计算复杂性。GMAC 合理利用了遗传算法和变异蚂蚁算法的求解特点,特别通过采取优良基因保护策略、蚂蚁变异寻径、改进信息素更新方式,提高了算法面向全局寻径、拓宽搜索范围、提高求解效率的能力,并通过实验验证 GMAC 的合理性与有效性。

参考文献:

[1] DANTZIP G, RAMSER J. The truck dispatching problem [J]. Management Science,1959,13(6):80-91.
 [2] IOANNOU G, KRIITIKOSM, PRASTACOS G. A problem generator solver heuristic for vehicle with soft time window constraints [J]. Transportation Science,1992,26(2):69-85.
 [3] 李相勇,田澎. 带时间窗和随机时间车辆路径问题:模型和算法 [J]. 系统工程理论与实践,2009,29(8):81-90.
 [4] De MEULEMEESTER L, LAPORTE G, LOUVEAUX F V, et al. Optimal sequencing of skip collections and deliveries [J]. Journal of the Operational Research Society,1997,48(1):5764.
 [5] 程林辉,王江晴. 求解车辆路径问题的改进遗传算法 [J]. 计算机工程与应用,2010,46(36):219-221.
 [6] 邹彤,李宁,孙德宝. 不确定车辆数的有时间窗车辆路径问题的遗传算法 [J]. 系统工程理论与实践,2004,6(6):134-138.
 [7] 张钦,李辉. 带有时间窗约束的车辆调度问题的一种改进遗传算法 [J]. 系统管理学报,2010,19(5):589-592.
 [8] 张潇,王江晴. 蚂蚁算法在带时间窗车辆路径问题中的应用及参数分析 [J]. 计算机工程与科学,2010,32(12):134-136.
 [9] 钟石泉,贺国光. 有时间窗约束车辆调度优化的一种禁忌算法 [J]. 系统工程理论方法应用,2005,14(1):522-526.
 [10] 李琳,刘士新,唐加福. 改进的蚁群算法求解带时间窗的车辆路径问题 [J]. 控制与决策,2010,25(9):1379-1384.