一种融合对数极坐标映射和 归一化割的图像分割算法^{*}

欧锁阳,冯 琦,张 堃

(西北工业大学 电子信息学院, 西安710072)

摘 要:为了缩减归一化割算法中权值矩阵的规模,提出了一种融合对数极坐标和归一化割的图像分割算法。 首先将均匀采样的图像映射到对数极坐标系下,然后进行归一化割运算,达到减少时间复杂度、提高算法执行效 率的目的。实验结果表明该方法能够取得理想的分割效果。

关键词:图像分割;对数极坐标变换;归一化割

中图分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2012)10-3990-03 doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.10.104

Image segmentation approach by combining log-polar transformation and normalized cut

OU Suo-yang, FENG Qi, ZHANG Kun

(School of Electronics & Information, Northwestern Polytechnical University, Xi' an 710072, China)

Abstract: In order to curtail the weight matrix of normalized cut, this paper proposed an image segmentation algorithm based on LPT and normalized cut. First, it mapped the uniform sampling image from Cartesian to log-polar coordinate. Then, it implemented the image segmentation based on the normalized cut method. Consequently, it achieved the purpose of reducing time complexity and improving computational efficiency. Experimental results demonstrate that the proposed method can obtain desired segmentation results.

Key words: image segmentation; log-polar transformation(LPT); normalized cut

0 引言

图像分割的目的是将图像分割成一些互不相交的具有某种特征相似性的连通子区域^[1]。基于图论的图像分割是一种自上而下的全局分割方法,该方法通过将图像看做一个带权图,将图像中的像素视为图的节点,构建节点邻接权值矩阵,进而利用最优割集准则来寻求图谱划分的最优解。在众多的基于图论的方法中,归一化割(normalized cut,Ncut)^[2]是最具代表性的一种,与其他的基于图论的分割方法相比较其有更好的通用性以及分割效果。

求最小 Ncut 是一个 NP-hand 问题^[2],随着图像尺寸的增长,分割效率急剧下降,达不到实际应用的要求^[3],许多学者 对此提出了改进方法^[4-7]。文献[4]提出了先利用分水岭算 法进行预分割,然后对分割区域利用 Ncut 来消除过分割现象, 对归一化分割 NP-hand 问题有一定改善;文献[5]通过构建灰 度级矩阵 *M*(其大小为 256 × 256)来代替权函数矩阵 *W*,避免 了复杂的特征系统求解问题,提高了算法的实时性能;文献 [6]将 Ncut 作为优化函数,使用遗传算法进行优化,通过最优 化染色体确定分割结果;为了提高传统基于图论分割的效率, 文献[7]使用图形处理单元(graphics processing unit, GPU)并 行编程的方法使分割时间大大缩减。

有效地融合不同原理的图像处理方法,取长补短,能够获 得较好的分割效果。受视网膜空间变分辨率机制^[8]的启发, 本文提出了利用对数极坐标的 Ncut 图像分割算法。该算法考 虑到对数极坐标的非均匀采样性,将待分割图像映射到对数极 坐标系下再进行图论的分割运算,可以降低图像的冗余信息, 减少数据量,使图中的节点数大大减少,提高了归一化分割效 率。实验结果表明,该方法有较高的分割效率以及分割精度。

1 相关算法理论

1.1 对数极坐标变换

人眼视网膜对外界信息的获取是非均匀的,即在视网膜中 心有一个高分辨率的黄斑区,而黄斑区外围的分辨率随着离中 心距离的增大而逐步降低,并且视网膜到条状表皮的映射可以 用对数极坐标来近似^[9]。对均匀取样的图像进行对数极坐标 映射,相当于采用非均匀取样的方式将搜索区域压缩,减少了 冗余信息。

Schwartz 等人^[8] 通过研究,得到视网膜与脑皮层的关系描述,提出了对数极坐标映射(LPT)。以笛卡尔坐标系代表视网

收稿日期: 2012-03-04; 修回日期: 2012-04-05 基金项目: 航空科学基金资助项目(2011553021);西北工业大学基础研究基金资助项目 (JC20110222)

作者简介:欧锁阳(1986-),男,陕西凤翔人,硕士研究生,主要研究方向为图像处理、模式识别(ouyangsuoyang@163.com);冯琦(1964-),男,陕 西西安人,副教授,博士,主要研究方向为模式识别、智能控制;张堃(1982-),男,陕西西安人,博士研究生,主要研究方向为模式识别、智能控制.

(4)

膜(场景平面)坐标位置,对数极坐标对应脑皮层(映射变换阵 平面)坐标位置,描述关系如下:

笛卡尔坐标平面:

对数极坐标平面:

$$z = x + iy \tag{1}$$

$$\xi = \log \rho, \psi = \theta \tag{2}$$

其中: $\rho = \sqrt{(x^2 + y^2)}, \theta = \operatorname{arctg}(y/x)_{\circ}$

由于"区间过小""存在小数"等不适合变换图像矩阵表达的原因^[10],所以需要进行放大并做"取整运算",增加参数 *m* 如下:

$$\boldsymbol{\xi} = \left[m \log \rho \right] \tag{3}$$

其中, $\theta \in (0, 2\pi)_{\circ}$

根据式(1)~(4)可得到变换前后笛卡尔坐标(x,y)和对数极坐标(ξ,ψ)的对应关系为

$$\begin{cases} x = e^{\xi/m} \cos \psi \\ y = e^{\xi/m} \sin \psi \end{cases}$$
(5)

该映射可以将一个圆形区域映射为一个矩形区域,将圆环 映射为对数极坐标下的直线。

如果直接利用式(1)~(4)对图像进行 LPT 会导致变换后 图像在窝区出现空闲位置,从而导致出现像素离散的情形^[10]。 已知映射变换阵 $B(\xi, \psi)$,求解原场景图像阵 F(x, y)称为对数 极坐标反向运算,这样就避免了变换阵图出现空闲位置。下面 给出计算公式:

$$\rho = \exp(\xi/m) \tag{6}$$

$$\theta = \psi/m \tag{7}$$

可得场景图像笛卡尔坐标:

$$x = \rho \cos(\theta) + \text{Center}_x \tag{8}$$

$$y = \rho \sin(\theta) + \text{Center}_y$$
 (9)

其中:Center_x,Center_y表示图像 F(x,y)的注视点。所谓注视点是指根据具体情况所选的感兴趣区域的中心点,一般都在所选择图像中心附近。对变换后坐标像素赋值:

$$B(\xi,\psi) = F([x],[y])$$
(10)

同理,图像的反变换过程仍然采用上述的式(6)~(10), 只需将式(10)变为 *F*([*x*],[*y*]) = *B*(*ξ*,ψ)。

LPT 矩阵图是原始图像的数据缩减结构,图像的灰度分布 没有发生变化,而计算量大大降低(变换阵图的分辨率降低)。 相当于一幅采样图,中间保持高的采样率,而周边采样率下降。

1.2 Normalized cut 方法

对于一个给定的带权图 G = (V, E),假设将其分为两个不相交的部分 $A 与 B, A \cup B = V, A \cap B = \emptyset$,移去连接 A 与 B之间的边可以使该图一分为二。定义该图的一个割如下:

$$\operatorname{cut}(A,B) = \sum_{i \in A, j \in B} w(i, j)$$

即A与B之间所有边的权值之和。其中:

$$w(i, j) = \begin{cases} \exp -\left[\frac{\|F(i) - F(j)\|_{2}^{2}}{\sigma_{I}^{2}} + \frac{\|X(i) - X(j)\|_{2}^{2}}{\sigma_{X}^{2}}\right] & \|X(i) - X(j)\|_{2} \leq r \\ 0 & \text{If } th \end{cases}$$
(11)

表示两节点之间的相似程度。对于灰度图像,F(i)的值为像

素的灰度值;X(i)为像素的空间坐标; σ_i 为灰度高斯函数的标 准方差; σ_x 为空间距离高斯函数的标准方差;r是一个正数,决 定参与计算权值的邻域节点数,显然随着r的增加,参与计算 权值的节点个数也增加,计算量也相应增大。

Normalized cut 方法在A、B之间的 cut 值上分别比上A到 图中所有节点权值的和与B到图中所有节点权值的和,然后 将这两个比值加起来,它的表达式为

$$\operatorname{Ncut}(A,B) = \frac{\operatorname{cut}(A,B)}{\operatorname{assoc}(A,V)} + \frac{\operatorname{cut}(A,B)}{\operatorname{assoc}(B,V)}$$
(12)

其中: $assoc(A, V) = \sum_{i \in A, j \in V} w(i, j)$ 表示 A 中节点与图中所有节 点权值总和; $assoc(B, V) = \sum_{i \in B, j \in V} w(i, j)$ 表示 B 中节点与图中 所有节点权值总和。

对于图 G = (V, E)的一个最优分割方法是能够使 A 与 B之间的 Ncut 值最小的一种。

计算最小 Ncut 值是一个非常复杂的 NP 问题, Shi 等人^[2] 将计算最优 Ncut 值问题转换为求解 $(D - W)y = \lambda Dy$ 的第二个最小特征值的问题,将其转换为标准特征系统:

$$D^{-\frac{1}{2}}(D-W)D^{-\frac{1}{2}}z = \lambda z$$
(13)

其中: $z = D^{-\frac{1}{2}}y$ 。式(13)的第二个最小的特征值对应的特征向 量可以用来完成全图的最优划分,从而得到对应图像的分割结 果。可以采用递归算法对得到的子图进行划分,直至满足分割 需要为止。

2 融合对数极坐标和 Ncut 的图像分割算法

2.1 算法思想

结合主动视觉中的变分辨率理论和 Neut 图像分割方法, 通过对图像中感兴趣区域进行重点处理,而对次要区域(背 景)进行粗略处理的方法,来实现缩减权值矩阵的规模,减少 计算时间的目的。首先,利用 LPT 变换得到变换阵图 $B(\xi,\psi)$, 它是原始图像的缩减结构,减少了待分割图像节点的输入,这 样做使得所产生的权值矩阵规模大大减小,那么求解矩阵的特 征值和特征向量就变得很简单。在此基础上对其进行 Neut 分 割,得到变换阵的分割图 $B_{Neut}(\xi,\psi)$,最后利用 LPT 反变换对 变换阵图的分割图进行还原,得到与原始图像 F(x,y)对应的 Neut 分割图 $F_{Neut}(x,y)$,即最终分割结果。

对数极坐标具有非均匀映射特性,对均匀图像进行变分辨 率采样,实现对中央区的高分辨率注视、周边区域的低分辨率 采样,可以实现整体数据压缩,有利于减少数据运算量。由于 对数极坐标在坐标原点不解析,因此坐标原点为变换"盲点", 同时在接近"盲点"的区域,对数映射对该区域像素过采样而 产生大量冗余像素,很多情况下这些像素对物体的分割没有作 用。因此,可以确定一个最小取样半径 *r*_{min},对小于 *r*_{min}的区域 不再进行对数映射。采用一组同心圆和矩形棋盘构成非均匀 采样网格^[9]。每一个同心圆上采样像素是一致的,设为 *N* 个, 则 *r*_{min} = *N*/2π。

2.2 算法的具体实现步骤

a)首先计算经过对数极坐标变换后图像 $B(\xi, \psi)$ 的尺寸 $M \times N$ ($M = [m \log \rho_{max}]; N = [2m\pi]; \rho_{max} = 0.5 \min(M, N)$); 再根据式(6)~(10)对均匀采样的图像进行对数极坐标变换, 得到变换阵图像 $B(\xi, \psi)$ 。由于采用反向运算法对图像的非 盲点区域进行对数极坐标变换,所以要先确定式(10)中 **B**(ξ, ψ)矩阵的维数,以便进行赋值运算。

b)将对数极坐标变换阵图 $B(\xi, \psi)$ 进行 Ncut 图像分割,得 到 LPT 变换的分割图 $B_{\text{Neut}}(\xi, \psi)$ 。

c)根据式(6)~(10)对 $B_{Neut}(\xi, \psi)$ 进行对数极坐标反变换,得到最终的分割效果图 $F_{Neut}(x, y)$ 。

3 仿真实验及结果分析

仿真环境:处理器为 Intel Core Duo 2.70 GHz,内存为 2 GB;在 MATLABR2007a 上实现。

LPT 中参数: $r_{\min} = 5$, m = 100, M = 64, N = 64。 Ncut 中参数: 调节参数 $\sigma_I = 25$, $\sigma_X = 10$, r = 2。

首先利用融合算法对图像进行分割,然后给出了大小不同 图像的分割时间。引入对数极坐标的目的是对图像信息进行 压缩,进而通过该方法提高整个融合算法的计算速度。由于采 用 LPT 反向运算,在 LPT 图的窝区没有多余的像素信息出现, 这样可以节省大量计算时间。图 1 为融合算法的分割过程和 结果。





(a) 原始图像





(c) LPT 下的 Neut 分割结果





(d) 经 LPT 反变换的分割结果图 1 融合算法

图 1 融合算法的分割过程和结果

图1分割结果表明,融合算法可以产生满意的分割效果, 与人的视觉感知相一致,而对数极坐标的引入没有对图像分割 结果产生负面影响。

在该算法中,虽然对数极坐标变换也需要一些计算时间, 但是一般由同一图像采集卡所获的图像大小是相同的,又因为 LPT 变换前后像素的对应位置不变,因此映射时可以建立一个 映射表,通过查表来得到各个相素变换前后对应的值,故这部 分计算量几乎可以忽略不计。

表1	不同大小	图像分割时间	比较/min
----	------	--------	--------

	128 × 128	256 × 256	512 × 512
Ncut	0.1781	0.893 3	2.8190
本文方法	0.094 7	0.476 3	0.951 8

从表1的分割时间对比中可知,在准确分割前提下,融合 算法对提高 Neut 的计算速度有较显著的作用。

4 结束语

本文针对传统基于图论的图像分割方法计算复杂度大的 问题,提出了一种融合对数极坐标与 Neut 的方法来进行图像 分割。算法分为两步:首先将待处理图像映射到对数极坐标系 下,得到 LPT 变换阵图;进而利用 Neut 方法进行分割运算。该 算法大大减少了图的输入节点,从而缩减了权值矩阵,有效降 低了计算复杂度,提高了算法执行效率。实验结果表明该算法 能取得较好的分割效果。为了满足实时性更高的应用要求,可 以有效地借助于 GPU 或者计算机集群(cluster)等并行运算来 实现高时间复杂度的图像处理。

参考文献:

- GONZALEZ R C, WOODS R E. Digital image processing [M]. 2nd ed. New Jersey: Prentice Hall Inc, 2002;612-617.
- [2] SHI J, MALIK J. Normalized cuts and image segmentation [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22 (8):888-905.
- [3] FELZENSZWAL P F, HUTTENLOCHER D P. Efficient graph based image segmentation [J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 59(2):167-181.
- [4] 杨卫莉,郭雷.基于分水岭算法和图论的图像分割[J]. 计算机工 程与应用,2007,43(7):28-30.
- [5] 陶文兵,金海.一种新的基于图谱理论的图像阈值分割方法[J]. 计算机学报,2007,30(1):110-119.
- [6] 翟艳鹏,郭敏,马苗. 遗传算法优化归一化分准则的图像分割[J].
 计算机工程与应用,2010,46(33):148-150.
- [7] VINEET V, NARAYANAN P J. CUDA-cuts: fast graph cuts on the GPU [C] //Proc of Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2008:1-8.
- [8] SCHWARTZ E L, GREVE D N, BONMASSAR G. Space-variant active vision definition, overview and example [J]. Neural Works, 1995,8(7):1297-1308.
- [9] 陈朝阳,丁明跃,周成平.基于对数极坐标映射的目标搜索方法
 [J].红外与激光工程,1999,28(5):39-42.
- [10] 罗亮,李言俊. 对数极坐标映射的算法实现及扩展研究[J]. 弹箭 与制导学报,2006,26(1):483-486.