# 基于多速率内插和最小二乘法的 精确同步方法\*

王徐华,柏 鹏,李寰宇,彭卫东,李明阳 (空军工程大学 综合电子信息系统与电子对抗技术研究中心,西安 710051)

摘 要:最小二乘法可以利用 PN 序列相关曲线的对称性实现对接收端接收到的 PN 序列的相位精确测量。然 而实际应用中无线信道带宽有限,接收端还原出来的 PN 序列只能在极性上和原来的方波形式保持一致,这样导 致了相关曲线的变形,因而限制了最小二乘法的实际测量精度。为了进一步改善最小二乘法的测量精度,引入 了多速率处理的方法,在不提高前端 AD 采样频率的基础上,通过增加鉴相曲线零点附近的鉴相点个数,使所用 于拟合直线的点更靠近零点,从而提高系统测量精度。仿真结果表明,经过两倍内插后的方法相比内插前在测 量性能上有三倍左右的提高。因此经过多速率处理改进后的方法可以显著提高系统对 PN 相位的测量性能。 关键词:最小二乘法;精确同步;多速率内插

中图分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2012)10-3922-04 doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.10.085

# Precise synchronization approach based on multi-rate interpolation and least squares method

WANG Xu-hua, BAI Peng, LI Huan-yu, PENG Wei-dong, LI Ming-yang

(Research Center for Integrated Electronic & Information System and Electronic Countermeasure Technology, Air Force Engineering University, Xi' an 710051, China)

**Abstract**: The least squares method utilizing the symmetry of the correlation curve of the PN sequence can achieve accurate measurement of the PN sequence phase. However, in practical applications, the wireless channel bandwidth is limited, so that the restored PN sequence is only consistent with the original wave in the polarity which can led to the deformation of the correlation curve and limiting the actual measurement accuracy of the least squares method. To further improve the measurement accuracy of the least squares method, this paper introduced a multi-rate processing method without increasing the front-end AD sampling frequency by increasing the number of phase detector points near zero, that made the points which were used to fit the straight closer to the zero. The simulation result shows that measuring performance of the twice interpolation method gains about three times improvement compared with the approach without interpolation. So with multi-rate processing, the measurement method of PN phase can significantly improve the performance.

Key words: the least squares method; precise synchronization; multi-rate interpolation

### 0 引言

同步是无线通信系统的一项关键技术<sup>[1-3]</sup>,同步的好坏直 接影响整个通信系统的通信质量。而时间的精确同步是测距 或定位系统的实现基础,无论在军事应用如多机的无源定 位<sup>[4]</sup>还是商业应用如卫星的 GPS 导航<sup>[5]</sup>,精确同步精度都是 系统最为重要的性能指标。在数字化系统中,前端的采样频率 成为同步精度提高的瓶颈<sup>[5]</sup>。因为传统的精确同步方法<sup>[6,7]</sup> 只能把同步的误差范围限制在1个采样周期内,想要提高同步 精度就需要进一步提高采样频率,这样增加了系统的复杂度和 实现难度。而伪随机序列由于其具有良好的相关性和抗噪声 能力而经常被用于测距和定位中,因此有很多文献对此进行了

## 大量研究<sup>[8~10]</sup>。

文献[8]在时域内进行分析了频偏对相位测量的影响,并 提出了通过分段互相关的方法来提高系统的抗频偏能力,但文 章最终没有提及系统的精确同步的误差范围。

文献[9]利用快速傅里叶变换的方法,通过求参考信号与 输入信号相关谱的过程实现对 DSSS 信号 PN 码相位的测量, 这种方法效率很高而被广为使用,然而该方法的缺陷是要想进 一步提高相位测量的精度必须提高采样频率,这样使 FFT 的 点数增加,计算量增大,实现难度提高。

文献[10]提出了利用 DLL 延迟锁相环 S 型鉴相曲线中间 部分的线性特点,采用最小二乘法得到精确伪码相位差,该方 法实现简单,精度高,不失为一种良好的精确同步方法,但是在

#### **收稿日期:** 2012-03-06; 修回日期: 2012-04-12 基金项目: 国防预先研究资助项目(51310020401)

作者简介:王徐华(1984-),男,浙江龙游人,博士研究生,主要研究方向为电子系统综合化理论与技术(daleiwxh@163.com);柏鹏(1961-),男, 成都人,教授,博导,主要研究方向为通信系统工程;李寰宇(1984-),男,哈尔滨人,博士研究生,主要研究方向为信息化作战及射频隐身;彭卫东 (1967-),男,河北石家庄人,副教授,主要研究方向为通信系统工程;李明阳(1985-),男,河北保定人,博士研究生,主要研究方向为电子系统综合 化理论与技术. 实际应用中需要进行调制解调,上下变频和滤波,这样使 PN 码的相关曲线发生了变化,因此对实际测量精度造成很大的 影响。

本文同样利用了伪随机序列的优良特性,设计出一种简单 高效的精确同步系统解决方案。PN 序列的粗同步不是本文所 关心的,本文所做的工作都是在系统已经建立了粗同步的基础 之上,即 PN 序列已经被捕获。本文首先建立精确同步的系统 模型;然后引入了最小二乘法以估算出接收 PN 的相位差,分 析了在实际应用过程中该方法所遇到的问题;其次提出了最小 二乘法 + 多速率内插处理的系统解决方案以改善测量精度;最 后给出数值仿真结果。

1 精确同步系统模型及原理

#### 1.1 精确同步系统模型

首先作如下假设:

a)节点 A 和节点 B 都拥有各自的计时器, 记为 timer A 和 timer B;

b)节点A需要实现与节点B的时间同步;

c) timer A 和 timer B 具有相同的时间周期。

那么同步的整个流程如下:

a)A 给 B 发送用于同步的信息;

b) B 接收 A 发送的信息;

c)B给A回传用于同步的信息;

d)A 根据 B 发送的同步信息调整自己的计时器。

在图 1 中实线表示两个系统未同步时候的信号状态,而虚 线则表示两个系统保持同步时的信号状态。 $t_1 \ge A \cap B$ 发送 用于同步的信息时 timer A 的数值,计为  $N_{s4}$ ; $t_2 \ge B$ 和 A 未同 步状态下 B 接收到 A 发送的同步信息时的 timer B 的数值,记 为  $N_{rB}$ ; $t_3 \ge B$ 和 A 如果处在同步状态下 B 接收到 A 发送的同 步信息时的 timer B 的数值,记为  $N_{0rB}$ ; $t_4 \ge B$ 和 A 未同步状态 下 B 向 A 回发同步信息时的 timer B 的数值,记为  $N_{sB}$ ; $t_5 \ge B$ 和 A 未同步状态下 A 接收到 B 回发的同步信息时的 timer A 的 数值,记为  $N_{0rA}$ ; $t_6 \ge B$ 和 A 同步状态下 A 接收到 B 回发的同 步信息时的 timer A 的数值,记为  $N_{rA}$ 。

精确时间同步的目标就是把 timer A 和 timer B 的计数值 在绝对时刻 T 时调整到一致。



#### 1.2 精确同步原理

当系统没有进行精确同步时,timer A 和 timer B 中的计数 值是不一致的。假设 A 和 B 已经完全同步,(在相关的计数器 值上加/表示)那么:

$$\begin{cases} N_{rB} - N'_{sA} = T_1 / \Delta t \\ N_{rA} - N_{sB} = T_2 / \Delta t \end{cases}$$

其中: $\Delta t$  是计数器周期; $T_1$  包含了 A 的信号调制时间,在空中 传输时间以及未知的 B 信号捕获处理时间; $T_2$  包含了 B 的信 号调制时间,在空中的传输时间以及未知的 A 节点信号捕获 时间。假设 A 和 B 的距离在  $T_1$  和  $T_2$  阶段是一致的,那么:

 $N_{rB} - N'_{sA} = N'_{rA} - N_{sB}$ 同时可设:

$$\begin{cases} N'_{sA} = N_{sA} + n\\ N'_{sA} = N_{sA} + n \end{cases}$$

其中: $N_{A}$ 、 $N_{A}$ 为没有调整前的 timer A所对应的计数器值。因此可得

 $n = (N_{rB} + N_{sB} - N_{sA} - N_{rA})/2$ 

通过将 timer *A* 的值 + *n* 就实现了精确同步。需要注意的 是,本文中的精确同步主要目的是完成两个非相干的计时器在 同一个绝对时间具有相同的计数值。

#### 2 最小二乘法的 PN 相位测量方法

由上述的系统模型可知,系统在粗同步后记录的计时器时间不准确,因为此时的 PN 序列和本地的 PN 序列有一个相位差,误差即为图 1 中 t<sub>3</sub> ~ t<sub>4</sub> 和 t<sub>6</sub> ~ t<sub>5</sub>,且均为未知量,因此需要对 PN 相位差进行估计并修正,这样的最终的调整值 n 才能精确。

可以利用最小二乘法来测量接收 PN 序列的相位,其基本 思想就是利用 PN 码相关的对称性,获得鉴相曲线。如图 2 和 3 所示。



其中: 7 表示本地 PN 和接受 PN 的相位差; R(0)表示本地 PN 和接受 PN 完全同步的相关值; T<sub>c</sub> 为码片周期。

在理想条件下,将本地伪码分别左右移位  $N \uparrow \Re$ 样点,输入鉴相单元,输出鉴相误差;如果鉴相器的 PN 序列和输入的 PN 序列的相位差不超过 ±  $T_e/2$ ,则这些输出值必然组成一条 直线,即为图 1(b)中对应的 –  $T_e/2 < \tau < T_e/2$ 范围的那段直 线。将这些点利用最小二乘法拟合该直线,设曲线的方程为  $\hat{y} = bx + a$ ,那么在最小均方误差准则下的最优估计为式(2)的 表达形式<sup>[11,12]</sup>:

$$\widehat{a} = \left(\sum_{i=1}^{n} y_{i} \sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - \sum_{i=1}^{n} x_{i} \sum_{i=1}^{n} x_{i} y_{i}\right) / \left(n \sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{i}\right)^{2}\right)$$
$$\widehat{b} = \left(n \sum_{i=1}^{n} x_{i} y_{i} - \sum_{i=1}^{n} x_{i} \sum_{i=1}^{n} y_{i}\right) / \left(n \sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{i}\right)^{2}\right)$$
(2)

由于  $x_i$  是对称的,所以  $\sum_{i=1}^{n} x_i = 0$ ,代人式(2)得到本地 PN 和接受 PN 的相位差:

$$\tau = -\frac{\widehat{a}}{\widehat{b}} = \sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i^2 / n \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$
(3)

而 $\tau$ 的单位为 $T_s$ ,需把 $\tau$ 转换成计时器的计数值对粗同步 时刻记录的数值进行修正,即对 $N_{th}$ 和 $N_{th}$ 进行修正,进而得到 n以完成两个计数器步调一致。关于上述 PN 相位测量方法在 文献[11]中有介绍,但其并没有提及如何传输 PN 信号。而在 实际的无线通信系统中,信道带宽有限,PN 序列不能直接传 输,接收端亦不能准确还原出 PN 原始信号,因而所得到的相 关曲线和鉴相曲线与图1中的不一致。

本文选择 BPSK 方式来传输 PN 序列,设 PN 序列的表达 式为

$$C(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_i \{ u[t - (i - 1)T_c] - u(t - iT_c) \}$$
(4)

其中, {a<sub>i</sub>} 双极性的伪随机序列, 取值为±1。

则调制信号为

$$S(t) = C(t) e^{jwt}$$
<sup>(5)</sup>

接收到的信号为

$$S(t) = C(t + qT_c) e^{j(w + qw)t}$$
(6)

其中:q是相位偏移指数,qT。为捕获后的残余相位偏差。

$$S(t) e^{jwt} = C(t + qT_c) e^{j(2w + qw)t}$$
(7)

然后将其通过一个低通滤波器。如果滤波器是理想的,即 可以将高频成分完全滤除,那么

$$S'(t) = C(t + qT_c) e^{jqwt}$$
(8)

将其代入相关函数,可得:

D(

$$R(q,M) = \int_{0}^{MT_c} C(t+qT_c) e^{iquet} C(t) dt$$
(9)

其中:*M* 表示码元个数,取伪码序列的整数倍。本文把时间进 行离散化,即进行了信号的采样。设采样率为*f*<sub>s</sub>,码元速率为 1,这样相关函数的表达式可表示为

$$R(q,M,i) = \sum_{i=0}^{MT_{cf_{s}}} C(i/f_{s} + qT_{c}) e^{jqwi/f_{s}} C(i/f_{s})$$
(10)

其中:w是调制波形的频率,与码率一致。鉴相值可以表示为

$$D(q) = R(q, M, i + f_s T_c/2) - R(q, M, i - f_s T_c/2)$$
(11)

将接收到的 PN 序列左右各取 N 个采样点则,其鉴相单元 的鉴相值输出值为表达式

$$q + jf_s/T_c) = R(q + jf_s/T_c, \delta, M, i + f_sT_c/2) - R(q + jf_s/T_c, \delta, M, i - f_sT_c/2)$$
(12)

其中:
$$j = \{-N, -N+1, \dots, N\}$$
。  
将 $\begin{cases} y_j = D(q+jf_s/T_c) \\ x_j = j/f_s \end{cases}$ 代人式(3)可得  
 $qT_c = -\sum_{j=N}^N \int_{j=N}^{2^N} D(q+jf_s/T_c) / f_s \times \sum_{j=-N}^N jD(q+jf_s/T_c)$  (13)

从式(10)~(13)可知得到的测量值包涵了一个 e<sup>dyut</sup>分量, 在仿真中只用了其中的实部,实际上它是关于其自身的一个未 知量,不能通过滤波去除,因而影响了测量精度。

取采样频率设为码元速率的 11 倍,在接收端低通滤波器 归一化以后的参数设置为:通带频率 w<sub>c</sub> = 0.1,阻带频率 w<sub>c</sub> = 0.25。用接收到的 PN 序列和本地 PN 序列作出相关曲线和鉴 相曲线得到的结果分别如图4(a)(b)所示。



图4(b)鉴相曲线与图3中的有较大差别,最为主要的是 它已完全变成是曲线的形式。为了保证二乘法的有效性,那么 用来拟合的点只能是零点附近的很少几个,集中在过零点附 近。显然,这样的结果会造成算法稳健性的减弱,有效的测量 范围变小,因而为了确保算法的有效性,就该在过零点附近的 范围内集中更多的鉴相点,选择更靠零点的点作拟合运算。

#### 3 多速率内插处理方法

软件无线电理论中的多速率的数据处理方法可以有效解决上述的问题,在不提高采样接收端 AD 的采样频率,可以增加图 6(b)的鉴相点个数<sup>[13]</sup>。

在原来信号的采样数据中每相邻两个样点之间等间隔地插入(*I*-1)个零值样点。如果原来的信号序列为*x*(*n*),则内插后的序列为

$$x_{I}(n) = \begin{cases} x(n/I) & n = 0, \pm I, \pm 2I, \cdots \\ 0 & \pm i t \end{cases}$$
(14)

插值序列的离散傅里叶变换为

$$X_{I}(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-jwnI} = X(e^{jwI})$$
(15)

从式(6)可以得出插值后的信号频谱为原来信号频谱经 *I* 倍压缩后得到,为了恢复出原始频谱,需对插值信号的频谱进 行低通滤波,滤波带宽为 π/*I*。

对接收到的下变频后的信号进行两倍插值,滤除高频成 分,同时对本地伪随机码进行两倍拓展,这样处理后可以得到 鉴相曲线和原先的鉴相曲线特性保持完全一致,但是分辨率提 高了一倍(点的个数多了一倍),如图5所示。



如果取同样多的点进行直线拟合运算,经过插值的鉴相点 更集中在零点附近,拟合效果也就更好。由于样点的周期缩短 了一半,原来的算法中 *j* 变成 *j*/2,得到:

 $qT_{e} = -\sum_{j=-N}^{N} j^{2} \sum_{j=-N}^{N} D(q+jf_{s}/2T_{e})/2f_{s} \times \sum_{j=-N}^{N} jD(q+jf_{s}/2T_{e})$ (16)  $\pm p : D(q+jf_{s}/2T_{e})$  为插值滤波后的鉴相值。

#### 4 性能仿真

本文选取了 16 个 63 bit 的 PN 序列组成整组测量码进行 仿真,码率速率为 1,采样频率为 11。接收端的相位偏移预设 值是 $\frac{1}{22}T_c$ ,仿真结果如表 1 所示。

#### 表1 插值前后在不同信噪比下的相位测量误差

两种方案	信噪比/dB						
	- 6	-4	- 2	0	2	4	6
未经插值/ $T_c$	0.0097	0.0109	0.0106	0.0043	0.0050	0.0060	0.0046
经插值/ $T_c$	0.0026	0.0029	0.0027	0.0011	0.0012	0.0016	0.0010

从表1中可以看出,在信噪比为-6 dB的情况下,经过插 值处理后的算法依然能够使测量误差控制在0.003 T<sub>e</sub>范围 内,未经插值的算法测量误差只能控制在0.011 T<sub>e</sub>范围。最 小二乘法测量相位的方法对噪声不敏感,这一点继承了扩频通 信的抗噪声性能,而经插值处理后的算法误差比未采用插值处 理的算法误差提高了将近三倍的测量性能。

#### 5 结束语

采用最小二乘法测量 PN 相位的方法可以实现系统的精确同步,结合多速率处理的方法可以进一步提高系统测量精度。本文采用 16 个 63 bit 的 PN 序列进行仿真,在 - 6 dB 的信 噪比下也能实现 0.003 *T*。相位测量精度。

该算法实现复杂度不高,目前已经在一片 XILINX 的 VIR-TEX5 系列的芯片中实现,用来实现高同步以及高精度测距功 能。该系统经过实际测试,测量误差能够控制在 5 ns 范围内, 而前端 AD 的采样频率不足 100 MHz。

#### 参考文献:

- BLISS D W, PARKER P A. Temporal synchronization of MIMO wireless communication in the presence of interference [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010, 58(3):1794-1806.
- [2] LI N, YANG L. A research on synchronization algorithm and highly reliable routine protocol of industrial wireless sensor network [C]//Proc of the 2nd International Conference on Information Science and Engineering. 2010:1770-1774.

- [3] REVENAZ A, RUGGERI M, MARTELLI M. Wireless communication protocol for agricultural machines synchronization and fleet management[C]//Proc of IEEE International Symposium on Industrial Electronics. 2010;3498-3504.
- [4] 黄知涛,周一宇,姜文利.基于外辐射源信号的时差定位系统定位 精度分析[J].系统工程与电子技术,2010,32(11):2257-2262.
- [5] 刘毓,邹星. GPS/GLONASS 接收机信号捕获及其仿真[J]. 计算 机工程与应用,2011,47(1):154-155.
- [6] WALDEN R H. Analog-to-digital converter survey and analysis [J].
   IEEE Journal Selection Areas in Communication, 1999, 17(4): 539-550.
- [7] KANG S L. Rapid acquisition of PN signals for DS/SS systems using a phase estimator[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications,2001,19(6):1128-1137.
- [8] LI Jia-chin. Noncoherent sequential PN code acquisition using sliding correlation for chip-asynchronous direct-sequence spread spectrum communications [ J ]. IEEE Trans on Communications, 2002, 50 (50):664-676.
- [9] 王磊,徐大专.一种抗频偏的时间精同步方法及性能分析[J].电 子与信息学报,2011,33(2):300-303.
- [10] VANNEE D J R , COENEN A J R M. New fast GPS code-acquisition technique using FFT [ J ]. Electronics Letters, 1991, 27 (3): 158-160.
- [11] 胡修林, 曾臻, 张俊, 等. 直扩系统伪码精确同步及 FPGA 实现
   [J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2005, 33(6):44-46.
- [12] 李淳,刘聪锋,廖桂生,等.约束最小二乘无源定位算法的求解与 分析[J].系统工程与电子技术,2012,34(2):221-226.
- [13] MITOLA J. The software radio architecture [J]. IEEE Communications Magazine, 1995, 33(5):26-38.