

基于差值信号稀疏模型的分布式压缩感知^{*}

张波, 刘郁林, 张建新

(重庆通信学院 DSP 研究室, 重庆 400035)

摘要: 利用无线传感器网络的空间相关性, 构建了一种差值信号稀疏模型, 该模型适用于对同一物理现象或事件进行监测的传感器网络应用。在差值信号稀疏模型的基础上, 提出了一种适用于该模型的分布式压缩感知算法, 该算法能够在节点间不通信的情况下实现对差值信号的编码。仿真结果表明, 与单独重构相比, 提出的算法可以用更少的观测值联合重构出信号群, 以能量有效的方式满足了无线传感器网络的应用。

关键词: 无线传感器网络; 压缩感知; 差值信号; 稀疏模型

中图分类号: TN911.72

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2012)10-3897-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.10.078

Distributed compressed sensing based on differential signal sparse model

ZHANG Bo, LIU Yu-lin, ZHANG Jian-xin

(DSP Laboratory, Chongqing Communication Institute, Chongqing 400035, China)

Abstract: This paper proposed a differential signal sparse model by exploiting inter-signal correlation structures. The model was appropriate for the WSNs applications in which multi-node were used to monitor the same physical phenomena or events. Based on differential signal sparse model, this paper proposed a distributed compressed sensing(DCS) algorithm for the model. The proposed algorithm could encode differential signal without inter-node communications. Simulations indicate that, compared with separately reconstruction, the proposed algorithm can joint reconstruct multiple signals with high probability by using significantly fewer measurements per sensor and accommodates requirements of WSNs applications in energy efficient way.

Key words: wireless sensor networks(WSNs); compressed sensing(CS); differential signal; sparsity model

0 引言

无线传感器网络(WSNs)节点的能量有限, 怎样在能量约束条件下, 有效可靠地对感知区域的信息进行采集与传输是亟待解决的问题。采用传统的数据压缩手段把采样得到的数据压缩后再传输是一种行之有效的办法。但是传统的数据压缩手段存在编码复杂、鲁棒性差等弊端。

近年来提出了一种全新的数据采样理论——压缩感知(compressed sensing, CS)^[1~3]。CS理论指出, 只要信号是稀疏的或在某个变换域是稀疏的, 那么就可以用一个与变换基不相关的观测矩阵将变换所得高维信号投影到一个低维空间上, 然后通过求解一个优化问题就可以从这些少量的投影中以高概率重构出原信号。CS理论的直接信息采样、计算不对称性、鲁棒性好、可扩展等优异特性使得它非常适合于WSNs的数据采集与传输^[1~4]。

传统的CS理论主要是利用单个信号的内部相关性对信号进行压缩采样。而WSNs往往采用密集组网的方式, 节点间的数据具有空间相关性, 因此有必要探索利用空间相关性, 应用CS解决WSNs的数据采集与传输问题。对于该问题, 国内外已展开一系列研究^[5~9]。

文献[5]考虑在噪声环境下, 多个传感器节点对同一信号

进行采样, 达到了良好的去噪目的, 但在实际应用中, 多个传感器节点观测到的往往不是单个信号, 而是具有相关性的信号群。文献[6]中, 采用分簇的路由方式, 各簇成员节点将采样得到的数据传输到簇头节点, 在簇头节点利用CS进行欠采样, 但在各簇成员节点依然要按Nyquist采样定律进行采样。文献[7]采用反馈调节的方式控制节点的采样速率, 在保证重构性能的前提下以尽可能低的采样速率进行采样。该算法在采样的过程中根据估计出来的相对误差动态地调节采样速率, 可应用于非平稳信号的采样。但是, 反馈控制会增加一定的控制开销, 另外该算法没有考虑节点的空间相关性。文献[8]借鉴分布式信源编码的思想, 通过探索信号群信号内部和信号之间的相关性, 构建了三种联合稀疏模型(joint sparsity model, JSM), 对每一种模型均给出了相应的从不相关投影联合恢复多信号的算法, 从理论和经验上指出了为保证精确重构每个传感器所需的测量值个数。

在一些WSNs网络应用中, 单个节点采集得到的信号稀疏性差, 但节点间的差值信号具有很好的稀疏性。针对这一类应用, 本文构建了一种差值信号稀疏模型。对差值稀疏信号, 提出了一种单独编码联合解码的分布式压缩感知算法, 该算法可在节点间不通信的情况下实现对差值信号的编码。与文献[6]在簇头节点欠采样不同, 本文采用单独编码联合解码的方

收稿日期: 2012-03-01; **修回日期:** 2012-04-07 **基金项目:** 新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-11-0873); 国家自然科学基金资助项目(60672157); 重庆市自然科学基金重点资助项目(CSTC2011BA2016)

作者简介: 张波(1987-), 男, 陕西安康人, 硕士研究生, 主要研究方向为压缩感知、无线传感器网络(zhangboswjtu@163.com); 刘郁林(1971-), 男, 四川简阳人, 教授, 博导, 主要研究方向为盲信号处理、超宽带通信、认知无线电、无线传感器网络及DSP技术等; 张建新(1982-), 男, 新疆乌鲁木齐人, 助理工程师, 硕士, 主要研究方向为压缩感知、传感器网络。

法可以在簇成员节点进行欠采样,进一步节约了节点的能量消耗,延长了网络的生命周期。

1 压缩感知

CS 的基本思想是利用稀疏信号的少量投影值重构出原始信号。问题描述如下。

N 维实信号 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 可在某组正交基 $\{\varphi_i\}_{i=1}^N$ (φ_i 为 N 维列向量)下展开,即

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^N \theta_i \varphi_i \quad (1)$$

其中: θ_i 为展开系数。写成矩阵形式可以得到:

$$\mathbf{x} = \Psi \boldsymbol{\theta} \quad (2)$$

其中: $\Psi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为正交基矩阵; $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]^T$ 为展开系数向量。若 $\|\boldsymbol{\theta}\|_0 = K$, 则称向量 $\boldsymbol{\theta}$ 是 K 稀疏的。 $\|\cdot\|_0$ 表示信号的 0-范数,即信号值不为零的个数。

对 $\mathbf{x}$ 用 $M \times N$ 的测量矩阵 Φ 进行投影

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} = \Phi \Psi \boldsymbol{\theta} = \Theta \boldsymbol{\theta} \quad (3)$$

其中: $\mathbf{y}$ 为投影系数构成的 $M \times 1$ 的列向量,称为观测值向量。

CS 理论指出,如果 Θ 满足 RIP 特性或者测量基 Φ 和稀疏基 Ψ 不相关,那么 $\mathbf{x}$ 就可以用 M 个非自适应的投影值重构出来。如果选择随机矩阵作为测量矩阵,那么 Θ 能够以很高的概率满足 RIP 条件^[1-3]。

利用 1-范数意义下的优化问题求解 $\boldsymbol{\theta}$ 的近似解 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min \|\boldsymbol{\theta}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} = \Phi \Psi \boldsymbol{\theta} \quad (4)$$

基追踪^[10] (basis pursuit, BP) 和正交匹配追踪^[11] (orthogonal matching pursuit, OMP), 可以用来求解上式的 1-范数问题。采用 OMP 重构算法需要的测量值个数应满足

$$M \geq cK \quad c \approx 2 \ln(N) \quad (5)$$

求得 $\boldsymbol{\theta}$ 近似解 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 后,通过反变换得到原始信号的近似解 $\hat{\mathbf{x}}$ 。

2 差值信号稀疏模型

如图 1 所示,部署在监控区域的多个传感器节点可按区域划分成多个簇,物理位置邻近的节点被划分到同一簇中。设一个簇有 J 个节点,各节点同步采样,经过一段固定时间采样后各节点均采样得到一个长度为 N 的信号向量,一个簇内的节点地理位置邻近,因此各节点采集得到的多个信号可看做一个具有相关性的信号群,记为 Ω 。

$$\Omega = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^{N \times 1}, i = 1, 2, \dots, J\} \quad (6)$$

其中: $\mathbf{x}_i$ 表示节点 i 采集得到的 $N \times 1$ 的信号向量。

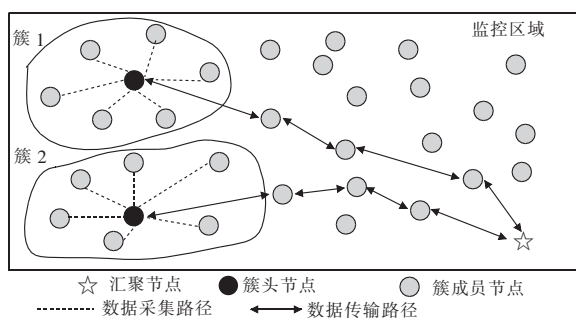


图 1 一个典型采用分簇路由方式的 WSNs

一般情况下,位于一个簇的节点,可对同一物理现象(温度、湿度、气压等)或事件进行监测。因此,一个簇的各节点同步采样得到的信号值,在大多数采样时刻是相等或近似相等的,只有少数时刻差别较大,可构建差值信号稀疏模型。

差值信号稀疏模型:设 $\mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}_j$ 是信号群 Ω 中的两个信号,它们的差值信号记为 d_{ij} ,即 $d_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$, $x_i(n)$ 和 $x_j(n)$ ($n = 1, 2, \dots, N$) 是 $\mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}_j$ 第 n 时刻的采样值,如果这两个信号在 N 个对应时刻采样值不同的个数等于 K'_{ij} ($K'_{ij} \ll N$),即

$$\|d_{ij}\|_0 = K'_{ij} \quad (7)$$

那么就称 $\mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}_j$ 的差值信号 d_{ij} 是稀疏的,如果信号群 Ω 中任意两个信号的差值信号均为稀疏信号,那么就称该信号群是差值稀疏信号群。若从信号群 Ω 中选取一个固定节点作为参考节点,设 $\mathbf{x}_r$ 是参考节点 r 采样得到的 $N \times 1$ 的信号向量, $\mathbf{x}_r \in \Omega$, 其他节点的信号均与 $\mathbf{x}_r$ 求差,由于参考节点是固定的,在不引起混淆的前提下, K'_{ij} 可简记为 K'_i , d_{ij} 可简记为 d_i 。不失一般性,可选节点 1 作为参考节点,在下文的阐述当中,均把节点 1 作为参考节点。

3 差值稀疏信号群的重构

3.1 传统 CS 算法

如果信号群 Ω 中各个信号均具有稀疏性,根据传统的 CS 理论可采用单独编码单独解码的方式对信号群进行编解码,如图 2 所示。具体编解码步骤为:a)在各簇成员节点对采集的信号进行投影,获得观测值向量;b)在汇聚节点利用各个节点的观测值向量独自地恢复出各个节点的原始信号。

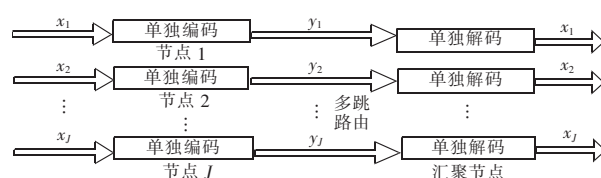


图 2 单独编码单独解码流程

该算法是利用时间相关性对各个信号进行压缩采样,并没有考虑节点间的空间相关性,对不稀疏或稀疏性差的信号,需要较多的测量值才能确保精确重构。

3.2 基于簇头的联合编码算法

对差值稀疏信号群,可把数据传输到簇头节点后再进行压缩编码,如图 3 所示。具体编解码步骤为:a)各簇成员节点按 Nyquist 采样定律进行采样,将采样得到的信号传输到簇头节点;b)簇头节点收集到各节点的数据后,先计算得出其他节点与节点 1 的差值信号,然后将节点 1 的信号和其他各节点与节点 1 的差值信号进行编码;c)在汇聚节点先解码出节点 1 的信号和其他节点与节点 1 的差值信号,然后恢复得到其他各个节点的信号。

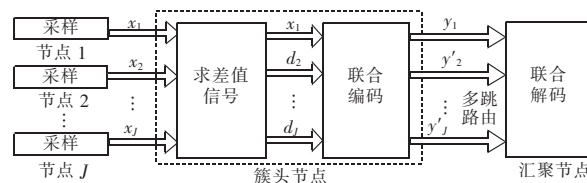


图 3 基于簇头的联合编码流程

上述的编解码方案可显著地降低从簇头节点传输到汇聚节点的数据量,从而减少整个网络的通信流量,但该编解码方案存在如下三个问题:a)数据压缩过程是在簇头节点进行的,各簇成员节点依然要按照 Nyquist 采样定律进行采样;b)簇头节点要对簇内的所有节点的数据进行压缩编码,计算量大;c)簇内的所有数据都要经过簇头节点中转,会造成簇头节点能量

的过快消耗,没有兼顾各节点的能量均衡。

3.3 基于差值信号稀疏模型的分布式压缩感知算法

对差值稀疏信号群,可采用单独编码、联合解码的分布式压缩感知算法对信号群进行编解码。该算法对参考节点的原始信号 x_1 依然采用单独编码单独解码的方式进行编解码。对其他节点的编解码步骤为:a)各节点根据其自身与参考节点的差值信号的稀疏度(而不是信号自身的稀疏度)确定观测值的个数,对采集的信号进行投影;b)汇聚节点利用差值信号稀疏这一先验条件联合解码,先重构出其他节点与参考节点信号的差值信号,然后恢复各个节点的原始信号,如图 4 所示。

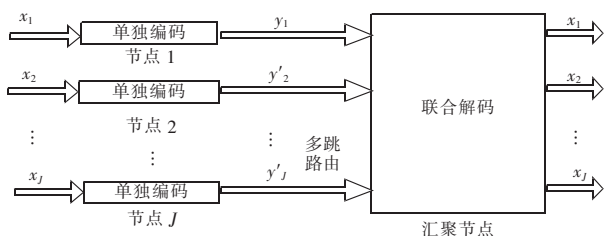


图 4 单独编码联合解码流程

该算法从两方面克服了传统 CS 算法和基于簇头的联合编码算法的不足:a)有效利用了差值信号稀疏这一先验条件,可以用更少的观测值对各个节点的原始信号进行编码;b)不需要节点之间的数据交换就能够实现对差值信号编码,节约了节点之间交换数据的额外开销。算法描述如下:

为了方便表述,假设信号群 Ω 中只有两个信号,这两个信号可用两个 $N \times 1$ 的列向量 x_1 和 x_2 表示。设 x_1 是 K_1 稀疏的, x_2 是 K_2 稀疏的, x_2 与 x_1 的差值信号 d_2 是 K'_2 ($K'_2 < K_2$) 稀疏的。参考信号 x_1 采用单独编码单独解码的方式进行测量重构。用测量矩阵 Φ_1 对 x_1 投影:

$$y_1 = \Phi_1 x_1 \quad (8)$$

其中: Φ_1 是一个 $M_1 \times N$ 随机高斯矩阵, y_1 为投影系数所构成的 $M_1 \times 1$ 的列向量。

若 $M_1 > cK_1$, 那么在汇聚节点利用 y_1 可精确重构出 x_1 。

下面讨论在 x_1 已知的条件下, 重构 x_2 需要的测量值个数。

在节点 2 用随机测量矩阵 Φ_2 对 x_2 投影:

$$y'_2 = \Phi_2 x_2 \quad (9)$$

其中: Φ_2 是一个 $M_2 \times N$ 随机高斯矩阵, y'_2 为投影系数所构成的 $M_2 \times 1$ 的列向量。

可以证明,在 x_1 已知的条件下,如果 x_2 的观测值个数 M 满足

$$M_2 \geq cK'_2 \quad (10)$$

那么用 x_1 和 y'_2 可联合重构出 x_2 。

对上述联合重构算法证明如下:

测量矩阵 Φ_2 的第 i 列可记为 φ_i , ($i = 1, 2, \dots, N$), 那么测量矩阵 Φ_2 可以写成列向量的形式 $\Phi_2 = [\varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_N]$ 。在汇聚节点用测量矩阵 Φ_2 对 x_1 投影:

$$y'_1 = x_{11}\varphi_1 + x_{12}\varphi_2 + \dots + x_{1N}\varphi_N \quad (11)$$

其中: x_{1n} ($n = 1, 2, \dots, N$) 表示 x_1 的第 n 个元素, y'_1 为投影系数所构成的 $M_2 \times 1$ 的列向量。

将式(9)改写成如下形式:

$$y'_2 = x_{21}\varphi_1 + x_{22}\varphi_2 + \dots + x_{2N}\varphi_N \quad (12)$$

其中: x_{2n} ($n = 1, 2, \dots, N$) 表示 x_2 的第 n 个元素, 将式(12)和(11)相减可得

$$y'_2 - y'_1 = (x_{21} - x_{11})\varphi_1 + (x_{22} - x_{12})\varphi_2 + \dots + (x_{2N} - x_{1N})\varphi_N = \Phi(x_2 - x_1) = \Phi d_2 \quad (13)$$

d_2 为 K'_2 稀疏信号, 如果 M_2 满足式(10), 采用 OMP 重构算法, 利用 y'_1 和 y'_2 可精确重构出 d_2 。

由 x_1 和 d_2 可求得 x_2

$$x_2 = x_1 + d_2 \quad (14)$$

上述结论虽然是从两个信号的情况得到的, 但可以推广到三个或以上信号的信号群。

与传统 CS 算法相比, 当 $\sum_{i=2}^J K'_i \geq \sum_{i=2}^J K_i$ 时, 该算法需要更多的测量值才能确保精确重构; 当 $\sum_{i=2}^J K'_i < \sum_{i=2}^J K_i$ 时, 该算法可以用更少的测量值便能确保精确重构。该算法非常适合应用于单个节点采集得到的信号稀疏性差, 但节点间的差值信号具有很好的稀疏性的 WSNs 应用。

4 实验仿真

为验证提出的算法性能, 进行了实验仿真。仿真数据采用随机方式生成。

图 5 为随机生成的两个长度 $N = 100$, 稀疏度 $K = 10$ 的信号向量, 分别表示传感器一个簇内两个节点(节点 1, 2)采集到的数据。图 6 为两个信号向量的差值向量。由图中可以看出差值信号的稀疏度为 5。

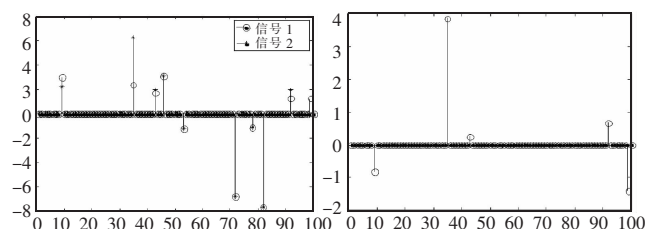


图 5 两节点原始信号对比

图 6 两节点的差值信号

传统的 CS 算法采用单独方式重构信号群的各个信号, 而基于差值信号稀疏模型的分布式压缩感知算法采用联合方式重构信号群中的各个信号。图 7 比较了单独重构和联合重构两种重构方式的重构成功率。对每一个观测值重复实验 2 000 次, 将均方误差的相对值作为重构误差, 如果重构误差小于 0.02 则视为重构成功, 重构成功率为重构成功次数与总实验次数之比。由图中可以得知: 运用联合重构的办法, 在测量值个数 $M \geq 35$ 时就可以确保精确重构, 而采用单独重构的方法, 在测量值个数 $M \geq 48$ 时才可以确保精确重构。仿真结果表明, 对满足差值信号稀疏模型的 WSNs 应用, 采用基于差值信号稀疏模型的分布式压缩感知方法可以用更低的采样速率对信号进行采样。

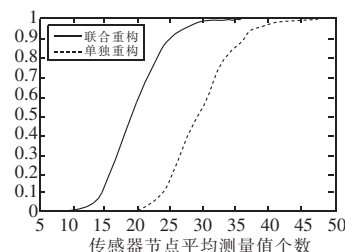


图 7 联合重构和单独重构成功率

5 结束语

本文从传感器节点空间相关性的角度出发,构建了一种差值信号稀疏模型,并在保证精确重构的前提下,探讨了独立编码、联合解码可行性,给出了相应的分布式压缩感知算法。该算法可以在节点不通信的情况下对差值信号进行编码,既节约了节点的能量消耗又兼顾了节点的能量均衡,以能量有效的方式满足了 WSNs 的应用。基于差值信号稀疏模型的分布式压缩感知算法适用于对同一物理现象或事件进行监测的一类传感器网络应用,不具备普适性,进一步的研究将着重考虑普适性更好的分布式压缩感知算法。

参考文献:

- [1] DONOHO D. Compressed sensing[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [2] BARANIUK R. Compressive sensing[J]. IEEE Trans on Signal Processing Magazine, 2007, 24(4): 118-121.
- [3] CANDES E J, WAKIN M B. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE Trans on Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21-30.
- [4] 石光明, 刘丹华, 高大化, 等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070-1081.
- [5] HAUPT J, NOWAK R. Signal reconstruction from noisy random projections[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(9): 4036-4048.
- [6] 胡海峰, 杨震. 无线传感器网络中基于空间相关性的分布式压缩感知[J]. 南京邮电大学学报: 自然科学版, 2009, 29(6): 12-16.
- [7] CHEN Wei, WASSELL L J. Energy efficient signal acquisition in wireless sensor networks: a compressive sensing framework [J]. IET Trans on Wireless Sensor Systems, 2012, 2(1): 1-8.
- [8] BARON D, DUARTE M F, SARVOTHAM S, *et al.* Distributed compressive sensing[EB/OL]. (2005). <http://dsp.rice.edu/cs>.
- [9] LUO Chong, SUN Jun, WU Feng. Compressive network coding for approximate sensor data gathering[C]//Proc of IEEE Global Telecommunications Conference. 2011.
- [10] CANDES E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [11] TROPP J A, GILBERT A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.