多目标旅行商问题的模拟植物生长算法求解*

郝莹, 马良, 戴秋萍
(上海理工大学管理学院, 上海 200093)

摘要: 针对多目标旅行商问题, 提出了一种基于模拟植物生长的优化算法。该算法将 Deb 等人提出的非支配排序及构造偏序集等方法用于模拟植物生长的过程中, 克服了模拟植物生长算法搜索空间过大及收敛性不够理想的缺点。基于该算法的核心思想, 用 MATLAB 编程实现, 对参考文献的算例进行仿真测试。与其他算法比较, 获得了满意的结果。

关键词: 多目标旅行商; 模拟植物生长算法; 非支配排序; 偏序集

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)10-3733-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.10.033

Plant growth simulation algorithm for multi-criteria travelling salesman

XI Ying, MA Liang, DAI Qiu-ping

(Business School, University of Shanghai for Science & Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: This paper proposed a new algorithm based on plant growth simulation algorithm for multi-criteria travelling salesman problem. In the algorithm, it used the method of non-dominated sorting and partially ordered set construction proposed by Deb etc in simulating process of plant growth. It could improve the efficiency of searching and the convergence property of the algorithm. It presented the main idea of the algorithm for MTSP and implemented on microcomputer by MATLAB. Through simulations of a kind of computational instance and comparisons with other algorithms, it obtains satisfactory results.

Key words: multi-criteria travelling salesman(MTSP); plant growth simulation algorithm(PGSA); non-dominated sorting; partially ordered set

0 引言

旅行商问题(travelling salesman problem, TSP)是组合优化领域一个著名的经典难题, 迄今为止尚未完全解决。一般叙述为: 有一旅行商从城市 1 出发, 欲遍历其余城市至少一次, 最后再回到城市 1, 在各城市之间距离已知的情况下, 问应当选择怎样的行走路线, 才能使总行程最短。由于许多实际问题在本质上都可归结为 TSP 问题, 因此寻找适合有效的算法尤为重要。目前业已存在的精确型算法有线性规划算法、动态规划算法和分支定界算法, 但这些精确型算法无疑都是指数级算法, 除了分支定界算法有时被改造用来求近似解, 或与一些启发式算法相结合, 其他算法在实际中均较少采用。精确型算法在大规模组合问题上的失效(组合爆炸), 也迫使人们不得不转向近似算法或启发式算法, 如遗传算法、模拟退火法、蚁群算法等。

模拟植物生长算法(PGSA)是受到生物界中植物或者树木在长大过程中所遵循的一些生长规律的启发, 而产生继而被提出的一种智能优化搜索算法。植物或者树木在生长的过程中, 其茎叶的生长情况主要是由一种称做生长素的浓度来决定, 而生长素浓度的大小则与茎叶所接受到的阳光资源有关, 这种向光性的生长动力不但促进了植物茎叶向各个方向生长, 也决定

了处于各个方向的茎叶不同的生长状态。该算法从植物的向光性特点出发, 将问题的可行域作为植物生长环境, 根据各可行解目标函数的变化情况确定植物的生长素浓度, 与根节点(即初始解目标函数值)相差越大, 其生长素浓度就越大, 则其生长机会越大, 进而模拟出向全局最优解迅速生长的植物生长动力学模型^[1]。

本文在此基础上设计了求解多目标旅行商问题的模拟植物生长算法, 并给出了计算实验和比较结果。

1 多目标 TSP 模型

多目标旅行商问题是经典 TSP 的扩展和延伸, 若给定图 G 的各边弧上有 L 个权值, 则使得回路上相应的 L 个目标值都尽可能小的解就称为这个多目标 TSP 的 Pareto 有效解。实际问题中常常需要考虑路程最短、时间最少、费用最省、风险最小等多方面的因素。由于多目标意义下的解是一种折中解、非劣解, 因而多目标 TSP 解的含义可定义如下:

假定有一回路解 H , 若不存在任何其他回路解 Q , 使得 $Z_r(Q) \leq Z_r(H)$ ($r = 1, 2, \dots, L$), 其中至少有一个不等式严格成立(Z_r 为相应的目标函数值), 则 H 为一个非劣解或 Pareto 解。

记 $G = (V, E)$ 为赋权图, $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 为顶点集, E 为边集,

收稿日期: 2012-03-23; 修回日期: 2012-04-27 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70871081); 上海市重点学科建设资助项目(S30504); 上海市研究生创新基金资助项目(JWCXSL1102)

作者简介: 郝莹(1987-), 女, 陕西渭南人, 硕士研究生, 主要研究方向为系统工程、智能优化(xiying-15@163.com); 马良(1964-), 男, 教授, 博导, 博士, 主要研究方向为系统工程、智能优化; 戴秋萍(1988-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为系统工程、智能优化。

各顶点间的权值为 d_{ij}^r , 已知 $d_{ij}^r > 0, d_{ij}^r = \infty, i, j \in V, r = 1, 2, \dots, L$, 则多目标 TSP 可写为如下的数学规划模型^[2,3]:

$$\min Z = \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}^1 \times x_{ij}, \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}^2 \times x_{ij}, \dots, \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}^L \times x_{ij} \right\}$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, j \in V \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, i \in V \\ \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \forall S \subset V \\ x_{ij} \in \{0, 1\} \end{cases}$$

其中: $|S|$ 为集合 S 中所含图 G 的顶点个数。前两个约束意味着对每个顶点而言, 仅有一条边进和一条边出, 第三个约束则保证了没有任何子回路解的产生。当 $d_{ij} = d_{ji} (i, j \in V)$ 时, 被称为对称问题。当对所有 $i, j, k \in V$, 有不等式 $d_{ij} + d_{jk} \geq d_{ik}$ 成立时, 问题被称为是满足三角形不等式的, 简写成 Δ TSP。三角形不等式在很多情况下是自动满足的, 它是 TSP 中的一种主要类型。个别不满足的, 可进行等价转换。

2 多目标 TSP 模拟植物生长算法

2.1 模拟植物生长算法

根据植物生长的特征, 模拟植物生长算法的基本求解原理可描述如下:

- a) 确定初始种子基点 $x_B = x_0$;
- b) 生长点集合初始状态为 x_0 , 初始化最优解变量 $X_{\min} = x_0$, 最优解 $F_{\min} = f(x_0)$;
- c) 对基点 x_B 进行邻域搜索, 搜索可能的新的生长点加入到生长点集合, 更新最优解变量 $X_{\min}$ 和最优解 $F_{\min}$, 生长新树枝, 更新生长点集合;
- d) 如果生长点集合元素个数不为 0, 在生长点集中选择新基点 x_B , 并将其在生长点集中删除, 转向步骤 c);
- e) 输出 $X_{\min}$ 和 $F_{\min}$ 。

植物生长算法不依赖于所求问题的具体领域, 可在全局范围内寻找最优解; 并且与其他优化算法相比, 没有参数设置的限制。但是如果生长空间很大, 则需要花费较长时间才能得到理想的结果^[4,5]。

2.2 多目标 TSP 求解

2.2.1 求解关键技术

1) 精英策略 由于每次对生长点进行邻域搜索时, 生长点集都在不断增加, 为提高计算效率, 当生长点的个数达到一点数量时, 生长点集内只保留以往的 S 个最优生长点和本次循环新生成的可行解。 S 的大小参考控制变量的个数选取, 一般取控制变量个数的 2~3 倍。精英策略即保留生长点集合中的优良生长点, 采用的方法是: 将生长点集合非支配排序并计算每个生长点的聚集距离, 然后依据个体所处的层次及其聚集距离, 定义一个偏序集, 新的生长点集合依次在偏序集中选择。

2) 分层非支配排序 该方法需要计算生长点集合中每个生长点 i 的两个参数 n_i 和 S_i 。其中, n_i 为生长点集合中支配生长点 i 的个体数, S_i 为生长点集合被生长点 i 支配的个体集合。快速非劣分层的具体步骤为:

a) 找出生长点集合中所有 $n_i = 0$ 的生长点, 并保存在当前集合 F_1 中, 且 $x_{\text{rank}} = 1$ 。

b) $i = 1$ 。

c) 令 H 为空集。对于当前集合 F_i 中每个生长点 x , 其所支配的生长点集合为 S_x , 遍历 S_x 中每个生长点 p , 执行 $n_p = n_p - 1$ 。如果 $n_p = 0$, 则 $p_{\text{rank}} = i + 1$, 且将 p 保存在集合 H 中。

d) 如果 H 不为空集, 则 $i = i + 1, F_i = H$, 转到步骤 c); 否则, 停止迭代。

3) 聚集距离 聚集距离用来估计一个解周围其他解的聚集程度, 通常将优秀的同时聚集密度比较小的生长点保留下来, 聚集密度越小的个体其聚集距离越大。一个生长点聚集距离可以通过计算与其相邻的两个生长点在每个字母表上的距离差之和来求取。

4) 偏序集 生长点之间的偏序关系 $>_n$ 为: $i >_n j$ 当且仅当非劣排序值 $i_{\text{rank}} < j_{\text{rank}}$, 或者 $i_{\text{rank}} = j_{\text{rank}}$ 且 $i_{\text{distance}} > j_{\text{distance}}$, 即当两个生长点属于不同的边界集时, 优先考虑边界集序号 (i_{rank}) 小的个体; 当边界集序号相同时, 则优先考虑聚集距离大的个体^[6]。

2.2.2 多目标 TSP 植物生长算法求解过程

a) 编码。采用直观常见的编码方式: 以遍历城市的次序排列进行编码。例如码串 123456789 表示自城市 1 开始依次经过城市 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 最后返回到城市 1。这种编码方式保证了每个城市经过且只经过一次, 并且保证在任何一个城市子集中不会形成完整的 TSP 回路。

b) 初始化。随机生成初始回路, 即 x_0 , 计算初始回路的 L 个目标函数值; 初始化基点 $x_B = x_0$; 生长点集合 $\text{growset} = \{x_0\}$, 树枝集合 $\text{allset} = \{\}$ 。

c) 产生新生长点及新生长点集合。对基点 x_B 进行 $2N$ 次邻域搜索产生新生长点, 并将新生长点中各可行解并入生长点集; 更新非劣解集。

d) 对 growset 进行分层非支配排序, 每个生长点 i 得到非支配序 i_{rank} 。

e) 计算 growset 中每个生长点的聚集距离 i_{distance} 。

f) 对 growset 构造偏序集, 若 growset 内生长点的个数大于 $3N$, 在偏序集中依次选择 $3N$ 个生长点, 构成新的生长点集。

g) 判断算法是否终止。判断是否满足停机条件, 若满足, 输出非劣解集; 否则, 转入步骤 h)。

h) 在生长点集中随机选择两个生长点, 当 $i_{\text{rank}} < j_{\text{rank}}$ 或者 $i_{\text{rank}} = j_{\text{rank}}$ 且 $i_{\text{distance}} > j_{\text{distance}}$ 时, 生长点 i 优于生长点 j , 则选 i 为新的基点 x_B , 并且将第 i 个生长点在 growset 中删除, 添加到 allset 中, 转向步骤 c)。

上述求解多目标 TSP 的算法在 MATLAB R2010a 中实现, 在 Windows XP 环境下运行通过。

3 算例测试

采用文献[7]中的数据实例来验证该算法的有效性, 并与其他算法进行比较。

取 $n = 6, L = 2$, 则

$$D_1 = \begin{bmatrix} \infty & 81 & 72 & 55 & 81 & 3 \\ 81 & \infty & 3 & 44 & 9 & 40 \\ 72 & 3 & \infty & 87 & 77 & 21 \\ 55 & 44 & 87 & \infty & 67 & 25 \\ 81 & 9 & 77 & 67 & \infty & 93 \\ 3 & 40 & 21 & 25 & 93 & \infty \end{bmatrix},$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} \infty & 82 & 14 & 14 & 43 & 47 \\ 82 & \infty & 61 & 76 & 29 & 47 \\ 14 & 61 & \infty & 29 & 31 & 51 \\ 14 & 76 & 29 & \infty & 78 & 67 \\ 43 & 29 & 31 & 78 & \infty & 28 \\ 47 & 47 & 51 & 67 & 28 & \infty \end{bmatrix}$$

对该算例运用植物生长算法进行求解,得到的非劣解以及与蚁群算法、模拟退火算法(SA)、边交换法(2-Opt)比较如表 1 所示。

表 1 计算结果

植物生长算法	蚁群算法	模拟退火算法	边交换法
(158,280)	(271,197)	(158,280)	(250,208)
(194,265)	(209,248)	(250,208)	(158,280)
(209,248)	(158,280)		
(250,208)	(250,208)		
(271,197)	(194,265)		

可以看出,表 1 中结果已经显示出模拟植物生长算法在求解多目标 TSP 时的一些优点。经 10 轮的运算后,用本算法得到的非劣解与蚁群算法相同,但较之模拟退火和边交换法要优越很多。实验中还发现,本算法相对其他算法,没有参数设置,迭

代次数小,效率较高,运行速度最快;边交换法其次;蚁群算法稍逊,但它能够给出相对多的非劣解;速度最慢的是模拟退火算法。随着问题规模增大,取得的非劣解集略逊于蚁群算法。

4 结束语

模拟植物生长算法原理简单,效果良好,但是因为其在生长过程中其生长空间较大,所以本文在模拟生长过程中融入了精英保留策略,使求得的 Pareto 最优解分布均匀,且具有较好的收敛性和鲁棒性。模拟植物生长算法的全局优化性能以及没有参数设置的限制等特性,都有利于将该算法用于更多的组合优化领域的实际问题中。

参考文献:

- [1] 李彤,王春峰,王文波,等. 求解整数规划的一种仿生类全局优化算法——模拟植物生长算法[J]. 系统工程理论与实践,2005,1(1): 76-85.
- [2] 魏欣,马良. 多目标旅行商问题的大洪水算法求解[J]. 系统工程,2009,27(7): 23-27.
- [3] 马良,蒋毅. 多目标旅行售货员问题的蚂蚁算法求解[J]. 系统工程理论方法应用,1999,8(4): 23-27.
- [4] 丁雪枫,尤建新. 模拟植物生长算法与应用[M]. 上海:上海人民出版社,2011.
- [5] 罗伟强,于建涛,黄家栋. 一种求非线性整数规划最优解的仿生算法[J]. 计算机工程与应用,2008,44(7): 57-68.
- [6] 郑金华. 多目标进化算法及其应用[M]. 北京:科学出版社,2007.
- [7] 马良,朱刚,宁爱兵. 蚁群优化算法[M]. 北京:科学出版社,2008.