一种基于 SR-UKF 的 FastSLAM 算法*

吕太之，赵春霞
（南京理工大学 计算机科学与技术学院，南京 210094）

摘　要： 标准 FastSLAM 算法存在着粒子集退化和线性化误差累积的缺陷。针对上述问题，提出了基于平方根无迹卡尔曼滤波（SR-UKF）的 FastSLAM 算法。SR-UKF 选取一组能够代表状态向量统计特性的代表点带入非线性函数处理后重新构建出新的统计特性；使用 SR-UFK 取代 EKF 来估计每个粒子的后验位姿提议分布，可以提高粒子采样精度，减缓粒子集的退化；同时 SR-UKF 可以确保协方差矩阵的非负定，保证了 SLAM 算法的稳定性。仿真实验结果表明，基于 SR-UKF 的 FastSLAM 算法在估计精度和鲁棒性两方面均优于 FastSLAM 2.0 算法。

关键词： 同时定位与地图创建；基于平方根的无迹卡尔曼滤波；快速同时定位与地图创建；扩展卡尔曼滤波
中图分类号： TP24　　**文献标志码：** A　　**文章编号：** 1001-3695(2012)10-3725-03
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.10.031

Novel FastSLAM algorithm based on square root unscented Kalman filter

LV Tai-zhi, ZHAO Chun-xia
(*College of Computer Science & Technology, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing* 210094, *China*)

Abstract: Standard FastSLAM algorithm suffers from particle set degeneracy and accumulation errors caused by linearization of the nonlinear model. To overcome the above problems, this paper proposed a novel FastSlam algorithm based on square root unscented Kalman filter(SR-UKF). SR-UKF selected a group of representative sigma points to approximate the covariance, these sigma points were propageted through the non-linearforce model to reconstruct the new statistical characteristics. Using SR-UKF to replace EKF for posteriori estimation of particles could reduce the linearization error and slow down particle set degeneracy. SR-UKF ensured the non-negative definite of covariance matrix to guarantee the stability of SLAM algorithm. The simulation experiments demonstrate that the proposed algorithm is better than FastSLAM 2.0 both in accuracy and robustness.

Key words: simultaneous localization and mapping(SLAM); square root unscented Kalman filter(SR-UKF); fast simultaneous location and mapping(FastSLAM); extended Kalman filter(EKF)

0　引言

移动机器人同时定位与地图创建（SLAM）是其在未知环境中进行探索的关键，在机器人自主应用中扮演着重要的角色。SLAM 可以描述为移动机器人在未知环境中从一个未知的位置开始移动，在不断地移动中根据控制信息和传感器观测进行自身定位，同时构建增量式地图。定位与增量式构造地图融为一体，而不是独立的两个阶段。由于控制信息和传感器观测都会受到噪声的干扰，SLAM 本质上是一个基于移动机器人整个路径的概率估计问题。

SLAM 问题的常用概率解决方案有两类，即扩展卡尔曼滤波器（EKF）算法和快速 SLAM（FastSLAM）算法。EKF-SLAM 是 SLAM 问题中最早提出而且也是应用最为广泛的算法，直到现在还有各种应用和改进提出[1~3]，然而 EKF-SLAM 的缺点在于其计算的复杂度使其并不适用于大范围的环境。Murphy[4]将全状态滤波器分解，提出了一种基于 Rao-Blackwellise 粒子滤波器（RBPF）的新方式来处理 SLAM 问题，随后 Montemerlo 等人[5,6]在此基础上提出了 FastSLAM 算法。FastSLAM 基于 Rao-Blackwellise 思想，将系统状态的联合估计问题分解为机器人路径估计和地图估计两个部分。对机器人定位部分采用粒子滤波来递归估计，地图被分解为 M 个相互独立的特征，每个特征的状态估计采用 EKF 估计。Bailey 等人[7]校验了 FastSLAM 算法的一致性，结果证明即使引入重采样策略，FastSLAM 算法也只能在短时间内满足一致性要求。

FastSLAM 中后验位姿提议分布采用 EKF 递归估计。EKF 的基本思想是将非线性系统线性化后进行卡尔曼滤波，由此带来的线性化误差是 FastSLAM 2.0 算法不一致性的重要因素之一。针对 EKF 的缺陷，本文使用 SR-UKF 估计后验位姿提议分布，该方法直接利用系统非线性模型，提高了采样粒子的精度，减缓了粒子集的退化。同时由于 SR-UKF 可以确保协方差矩阵的非负定，保证了 SLAM 的稳定性。

1　FastSLAM 算法

FastSLAM 算法基于 Rao-Blackwellise 思想，将 SLAM 问题分解为机器人位姿和相互独立的特征估计。在贝叶斯公式与特征估计之间独立性的假设下，SLAM 中机器人位姿和路标位置估计的联合概率分布可以表示为

收稿日期： 2012-03-22；**修回日期：** 2012-04-28　**基金项目：** 高等学校博士点专项基金资助项目(20093219120025)；国家自然科学基金资助项目(61101197)

作者简介： 吕太之(1979-)，男(回族)，江苏南京人，博士研究生，主要研究方向为同时定位与地图创建、机器人自主导航(lvtaizhi@163.com)；赵春霞(1964-)，女，教授，博导，博士，主要研究方向为模式识别、智能机器人.

$$P(X_{1:t}, m \mid z_{1:t}, U_{1:t}, X_0) = P(X_{1:t} \mid z_{1:t}, u_{1:t}, X_0) P(m \mid X_{0:t}, z_{1:t}, u_{1:t}) = P(X_{1:t} \mid z_{1:t}, u_{1:t}, X_0) \prod_{i=1}^{n} P(m_i \mid X_{0:t}, z_{1:t}, u_{1:t}) \tag{1}$$

FastSLAM 对路径估计采用粒子滤波器,每个粒子都需保存一份地图,地图分解为 N 个独立的路标特征,对每个路标特征则采用扩展卡尔曼滤波器进行估计。FastSLAM 中粒子的数据结构如图 1 所示。

	位姿	路标1	路标2		路标N
粒子1	$x\ y\ \theta$	$\mu_1\Sigma_1$	$\mu_2\Sigma_2$	…	$\mu_n\Sigma_n$
粒子2	$x\ y\ \theta$	$\mu_1\Sigma_1$	$\mu_2\Sigma_2$	…	$\mu_n\Sigma_n$
⋮					
粒子M	$x\ y\ \theta$	$\mu_1\Sigma_1$	$\mu_2\Sigma_2$	…	$\mu_n\Sigma_n$

图1　FastSLAM中粒子的数据结构

FastSLAM 算法实现步骤如下:

a)预测。根据输入的控制信息和机器人运动模型来预测每个粒子 t 时刻的均值和方差。

b)数据关联。采用极大化观测概率函数将观测信息和各个粒子 t 时刻的路标特征依次进行数据关联。

c)采样。标准 FastSLAM 算法采用序贯重要性采样方法(sequential importance sampling,SIS)。后验概率分布一般是无法获得的,因此只能从一个近似后验概率的提议分布函数 $q(x_{1:t} \mid z_{1:t}, u_{1:t}, x_0)$ 中采样。提议分布函数需要满足下面的等式:

$$q(x_{1:t}^i \mid z_{1:t}, u_{1:t}, x_0) = q(x_t^i \mid x_{t-1}, z_t, u_t) q(x_{1:t-1}^i \mid z_{1:t-1}, u_{1:t-1}, x_0) \tag{2}$$

粒子的非正则权值为

$$w_t^i = \frac{p(x_{1:t}^i \mid z_{1:t}, u_{1:t})}{q(x_{1:t}^i \mid z_{1:t}, u_{1:t})} \propto \frac{p(z_t \mid x_t^i) p(x_t^i \mid x_{t-1}^i, u_t) p(x_{1:t-1}^i \mid z_{0:t-1}, u_{0:t-1}, x_0)}{q(x_t^i \mid x_{t-1}, z_t, u_t) q(x_{1:t-1}^i \mid z_{1:t-1}, u_{1:t-1}, x_0)} = w_{t-1}^i \frac{p(z_t \mid x_t^i) p(x_t^i \mid x_{t-1}^i, u_t)}{q(x_t^i \mid x_{t-1}, z_t, u_t)} \tag{3}$$

粒子的权值归一化为

$$\tilde{w}_t^i = w_t^i / \sum_{j=1}^{n} w_t^j \tag{4}$$

FastSLAM 2.0 与 1.0 之间的区别在于 2.0 改进了提议分布函数。FastSLAM 1.0 采用先验分布 $p(x_t^i \mid x_{t-1}^i, u_t)$ 作为提议分布,而 FastSLAM 2.0 则在先验分布的基础上融合了 t 时刻的观测信息来获取提议分布,因此 FastSLAM 2.0 算法可以获得比 FastSLAM 1.0 更好的机器人位姿估计一致性。

d)地图更新。根据每个粒子关联观测信息,采用 EKF 算法更新每个特征的估计,即更新每个特征的均值和方差。

e)重采样。计算粒子集的有效粒子数 N_{eff}。若 N_{eff} 小于设定的阈值,则对粒子集进行重采样。

$$N_{\text{eff}} = 1 / \sum_{j=1}^{n} (w_t^j)^2 \tag{5}$$

FastSLAM 2.0 重采样的方法是复制权值较大的粒子,舍去权值较小的粒子。文献[8,9]中提出粒子集重采样会引起粒子耗尽的问题,用遗传优化过程代替重采样过程可以改善粒子集的多样性,提高估计精度。在重采样过程中本文使用上述文献中提出的遗传算法来改进了粒子的多样性。

2　基于 SR-UKF 的 FastSLAM 算法

为了改进 FastSLAM 算法的一致性,提出了基于 SR-UKF 的 FastSLAM 算法。该算法对单个粒子的提议分布采用基于平方根的无迹卡尔曼滤波(SR-UKF)获得,重采样使用遗传算法,地图估计部分仍然是 FastSLAM 的架构。

2.1　位姿估计

EKF 的实质是通过展开泰勒级数并取其一阶项,略去高阶项来对非线性模型的运动方程和观测方程进行线性化,在这个过程中将不可避免地引入了线性化误差。为了改善对非线性问题进行滤波的效果,Julier 等人[9]提出了采用无迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filter,UKF)方法对非线性问题进行滤波估计。UKF 的本质思想是选取一组能够代表状态向量统计特征的代表点(sigma 点),通过将这些代表点带入非线性函数处理后重新构建出新的统计特性(均值和方差)。在 UKF 算法迭代过程中都需要重新计算代表点,而代表点的获取是需要计算协方差矩阵的平方根。文献[10]提出在估计过程中可以直接传递协方差矩阵的平方根,该算法被称为 SR-UKF。SR-UKF 采用协方差矩阵的平方根来替代易失去正定性的协方差矩阵,可以确保协方差矩阵的非负思想,提高算法的稳定性。SR-UKF 的算法复杂度等同于 UKF 和 EKF 算法,都是 L^3(L 为系统状态的维数),但是性能优于两者。将 SR-UKF 算法应用到 FastSLAM 框架每个粒子的估计中,降低了由于线性化而带来的不一致现象,提高了系统状态估计的精度。

UT(unscented transformation)是 SR-UKF 的基础,通过选取一组代表点并将其代入非线性函数处理后再重新构造出新的统计特性。设 X 是维数为 L 的随机向量,其均值是 $\bar{X}$,方差是 P_x,根据以下方程获取 $2L+1$ 个代表点及其权值。

$$X_0 = \bar{X} \tag{6}$$

$$W_0^{(\text{mean})} = \frac{\lambda}{L+\lambda}, W_0^{(\text{cov})} = \frac{\lambda}{L+\lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \tag{7}$$

$$X_i = \bar{X} + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_i \quad i = 1, 2, \cdots, L \tag{8}$$

$$W_i^{(\text{mean})} = W_i^{(\text{cov})} = \frac{1}{2(L+\lambda)} \quad i = 1, 2, \cdots, L \tag{9}$$

$$X_i = \bar{X} - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_{i-L} \quad i = L+1, \cdots, 2L \tag{10}$$

$$W_i^{(\text{mean})} = W_i^{(\text{cov})} = \frac{1}{2(L+\lambda)} \quad i = L+1, L+2, \cdots, 2L \tag{11}$$

其中:$(\sqrt{(L+\lambda)P_x})_i$ 代表平方根矩阵的第 i 列;$\lambda = \alpha^2(L+\kappa) - L$ 为尺度调节因子;常量 α 决定了代表点在均值附件的分布,通常将 α 设置为 $1\text{e}-4 \leqslant \alpha \leqslant 1$;$\kappa$ 为次级尺度调节因子,一般设置为 0;$W_i^{(\text{mean})}$ 为第 i 个代表点的权值;$W_i^{(\text{cov})}$ 为其方差的权值。

将这些代表点通过非线性函数 $y = f(x_i)$ 向前传递,则 y 的均值和方差为

$$\bar{y} = \sum_{i=0}^{2L} w_i^{(\text{mean})} X_i \tag{12}$$

$$P_y = \sum_{i=0}^{2L} w_i^{(\text{cov})} (y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})^{\text{T}} \tag{13}$$

不同于 UKF 算法,SR-UKF 在每次迭代过程中传递的是协方差的平方根 S($P = SST$)。在 SR-UKF 算法中需要使用 Cholesky系数一阶更新和 QR 分解来处理均值和协方差的非线性传递。下面给出两者的定义。

若矩阵 $P=AA^{\mathrm{T}}$,其中 $A\in\mathbb{R}^{m\times n}(n>m)$,则可对 A^{T} 进行 QR 分解,即 $A^{\mathrm{T}}=QR$,其中 $Q\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 为正交矩阵,$R\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 为上三角矩阵。由此可得 $P=R^{\mathrm{T}}Q^{\mathrm{T}}QR=R^{\mathrm{T}}R$,$R^{\mathrm{T}}$ 即为 P 的 Cholesky 系数。

若已知 P 的 Cholesky 系数为 R^{T},则称 $P\pm\sqrt{v}uu^{\mathrm{T}}$ 系数为 P 的 Cholesky 系数一阶更新,记为 cholupdate$\{R^{\mathrm{T}},u,\pm v\}$。

SR_UFK 粒子滤波器将粒子滤波与 SR-UKF 相结合,采用 SR-UFK 获取单个粒子的后验位姿提议分布。SR-UKF 在迭代的过程中直接传递协方差矩阵的平方根,同时通过 QR 分解和 Cholesky 更新降低了算法的复杂度。

SR-UKF 估计机器人位姿的具体算法流程如下:

a)初始化

$$\bar{X}_0=E(X_0)$$

$$S_0=\text{cholupdate}\{E[(X_0-\bar{X}_0)(X_0-\bar{X}_0)^{\mathrm{T}}]\}$$

$$Q_v=\sqrt{Q},R_v=\sqrt{R}$$

b)计算代表点

$$X_{t|t-1}=[\tilde{X}_{t-1}\quad \tilde{X}_{t-1}+\eta S_{t-1}\quad \tilde{X}_t-\eta S_{t-1}]$$

其中:$\eta=\sqrt{L+\lambda}$。

c)时间更新

采用 UT 将每个代表点作非线性变化,并计算变化后采样点的均值与协方差矩阵。为保证协方差平方根矩阵 S 的半正定性,有必要进行 Cholesky 一阶更新。

$$X^*_{t|t-1}=f(X_{t|t-1},u_t)$$

$$\tilde{X}^-_t=\sum_{i=0}^{2L}w_i^{(\text{mean})}X^*_{i,t|t-1}$$

$$S^-_{\tilde{X}_t}=qr\{[\sqrt{W_i^{(\text{cov})}}(X^*_{1:2L,t|t-1}-\tilde{X}^-_t)\quad Q_v]\}$$

$$S^-_{\tilde{X}_t}=\text{cholupdate}\{S^-_{\tilde{X}_t},X^*_{0,t|t-1}-\tilde{X}^-_t,W_0^{(\text{cov})}\}$$

$$X_{t|t-1}=[\tilde{X}\quad \tilde{X}+\eta S\tilde{X}^-_t\quad \tilde{X}-\eta S\tilde{X}^-_t]$$

$$Z_{t|t-1}=h(X_{t|t-1})$$

$$\tilde{Z}^-_t=\sum_{i=0}^{2n}w_i^{(\text{mean})}Z_{i,t|t-1}$$

d)观测更新

$$S^-_{y_t}=qr\{[\sqrt{W_i^{(\text{cov})}}(Z_{1:2L,t|t-1}-\tilde{Z}_t)\quad R_v]\}$$

$$S^-_{y_t}=\text{cholupdate}\{S^-_{y_t},Z_{0,t|t-1}-\tilde{Z}^-_t,W_0^{(\text{cov})}\}$$

$$P_{x_t z_t}=\sum_{i=0}^{2L}w_i^{(\text{cov})}(X_{i,t|t-1}-\tilde{X}^-_t)(Z_{i,t|t-1}-\tilde{Z}^-_t)$$

$$K_t=(P_{x_t z_t}/S^{\mathrm{T}}_{y_t})/S^-_{y_t}$$

$$\tilde{X}_t=\tilde{X}^-_t+K_t(Zn_t-\tilde{Z}^-_t)$$

$$U=K_tS^-_{y_t}$$

$$S_t=\text{cholupdate}(S^-_{\tilde{X}_t},U,-1)$$

其中:Zn_t 代表 t 时刻的观测值。

根据后验提议分布进行重要性采样,获得 t 时刻第 i 个粒子的位姿$\{X^i_t\}^N_{i=1}$。

2.2　地图估计

在 FastSLAM 架构下,每个粒子对应一份地图,并假设地图中的特征是相互对立的,地图的估计可以被分解为 M 个相互独立特征的估计。地图特征估计采用 EKF 能描述环境模型的不确定性,保证地图估计的连续性。由于在 FastSLAM 中假定每个特征都是相互独立且服从高斯分布的,采用 EKF 来估计计算量不会太大。路标特征的后验概率 $p(m_i|x_{1:t},z_{1:t},u_{1:t})$采用 EKF 递归估计,第 i 个粒子的地图估计可表示为

$$\text{map}^i=\{\mu^i_1,P^i_1,\cdots,\mu^i_M,P^i_M\}\tag{14}$$

其中:μ^i_k 和 P^i_k 分别是第 i 个粒子地图中第 k 个特征的均值和方差。仅对 t 时刻观测到的路标特征采用 EKF 更新。特征均值和方差使用式(15)~(17)来更新。

$$S^i_{t+1}=\nabla hP^i_t\nabla h^{\mathrm{T}}+R\tag{15}$$

$$\mu^i_{t+1}=\mu^i_t+K^i_{t+1}[z^i_{t+1}-h(\mu^i_t)]\tag{16}$$

$$P^i_{t+1}=P^i_t-K^i_{t+1}S^i_{t+1}(K^i_{t+1})^{\mathrm{T}}\tag{17}$$

最终地图的估计可以采用两种方法,一种是采用权值最大粒子的地图估计,另一种是各个粒子的地图估计加权表示。

3　仿真实验分析

采用 MATLAB 建立仿真环境,对 FastSLAM 2.0 和基于 SR-UKF 的 FastSLAM 算法进行仿真实验。仿真实验环境假定机器在 250 m×200 m 的区域运动,环境中共有 135 个路标,机器人速度 $V=3$ m/s,最大舵角 $G=30°$,速度误差 $\sigma v=0.3$ m/s,舵角误差为 $\sigma\beta=3$,激光雷达最大扫描距离为 30 m,距离误差为 0.1 m,角度误差是 1。

图 2 和 3 分别是粒子数量为 100 的情况下基于 SR-UKF 的 FastSLAM 算法和 FastSLAM 2.0 仿真结果。其中实线是机器人实际的路径,虚线是算法估计的路径,圆圈代表路标的实际位置,星号代表估计的位置。从图 2 和 3 中可知,基于 SR-UKF 的 FastSLAM 算法中估计的路径与真实路径之间在很多地方都重合,而 FastSLAM 2.0 算法估计路径与真实路径之间有明显的距离。

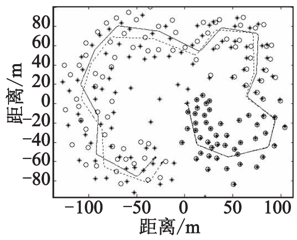

图2　FastSLAM 2.0仿真环境中的路径和地图估计

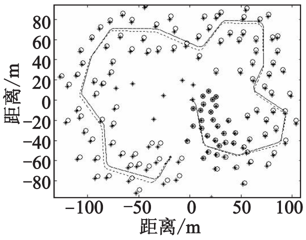

图3　基于SR-UKF FastSLAM 2.0仿真环境中的路径和地图估计

图 4 为基于 SR-UKF 的 FastSLAM 算法与 FastSLAM 2.0 算法位置距离误差的比较。从图 4 可以看出,FastSLAM 2.0 算法由于线性化误差累计导致路径的估计越往后误差越大,而基于 SR-UKF 的 FastSLAM 算法要好得多。

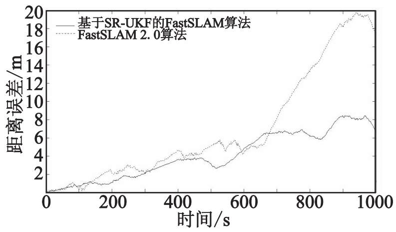

图4　FastSLAM 2.0与基于SR-UKF的FastSLAM算法距离误差比较

采样过程的随机性会导致每次实验结果都有些差别。为了能够更加详细准确地评价上述两种算法的性能,进行了 20 次的 Monte Carlo 实验,结果如表 1 所示。表 1 记录了粒子数分别为 100 和 20 时两种算法的位姿和特征均方根误差。从表 1 可知,基于 SR-UKF 的 FastSLAM 算法在位姿和特征估计精度上要优于 FastSLAM 2.0 算法。　(下转第 3735 页)

(上接第 3727 页)

表 1　两者算法的仿真结果对比

粒子数	算法	位姿误差/m	特征误差/m
100	FastSLAM 2.0	5.200 7	6.347 2
	基于 SR-UFK 的 FastSLAM 算法	3.843 6	4.042 8
20	FastSLAM 2.0	7.242 8	7.475 8
	基于 SR-UFK 的 FastSLAM 算法	4.040 1	5.127 2

4　结束语

本文提出了一种基于 SR-UKF 的 FastSLAM 算法，根据 FastSLAM 算法中采用 EKF 算法计算提议分布而带来线性化误差的缺点，使用 UT 选取不同权值的代表点来代入非线性函数减少了线性化误差。在迭代的过程中传递的是协方差矩阵的平方根，提高了算法的鲁棒性。通过仿真实验对基于 SR-UFK 的 FastSLAM 算法进行验证，结果表明算法是可信的。

参考文献：

[1] HUANG S, DISSANAYAKE G. Convergence analysis for extended Kalman filter based SLAM[C]//Proc of IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2006:412-417.

[2] KANG J G, AN Su-yong, OH S Y. Modified neural network aided EKF based SLAM for improving an accuracy of the feature map[C]//Proc of International Joint Conference on Neural Networks. 2010:1014-1021.

[3] CHOI W S, OH S Y. Robust EKF-SLAM method against disturbance using the shifted mean based covariance inflation technique[C]//Proc of IEEE International Conference on Robotics and Autumation. 2011:4054-4059.

[4] MURPHY K. Bayesian map learning in dynamic environments[C]//Advances in Neural Information Processing Systems. 1999:1015-1021.

[5] MONTEMERLO M, THRUN S, KOLLER D, *et al*. FastSLAM: a factored solution to the simultaneous localization and mapping problem [C]//Proc of AAAI National Conference on Artificial Intelligence. 2002:593-598.

[6] MONTEMERLO M, THRUN S, KOLLER D, *et al*. FastSLAM 2.0: an improved particle filtering algorithm for simultaneous localization and mapping that provably converges[C]//Proc of International Conference on Artificial Intelligence. 2003:1151-1156.

[7] BAILEY T, NIETO J, NEBOT E. Consistency of the FastSLAM algorithm[C]//Proc of International Conference on Robotics and Automation. 2006:424-429.

[8] XIA Yi-min, YANG Yi-min. An improved FastSLAM algorithm based on genetic algorithms[C]//Proc of Communications in Computer and Information Science. 2011:296-302.

[9] JULIER S J, UHLMANN J K. A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems[C]//Proc of SPIE. 1997:182-193.

[10] Van der MERWE R, WAN E A. The square root unscented Kalman filter for state and parameter estimation[C]//Proc of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Piscataway: IEEE Press, 2001:3461-3464.

[11] 周武，赵春霞. 一种基于遗传算法的 FastSLAM 2.0 算法[J]. 机器人, 2009, **31**(1):25-32.