约束自适应 Loop 曲面细分*

孙大松，鞠志涛，孙立镌
（哈尔滨理工大学 计算机科学与技术学院，哈尔滨 150080）

摘　要：自适应细分已经被广泛应用于曲面细分领域以减少不需要的细分次数和细分面数。但是目前自适应细分都存在不同细分层次之间的裂缝拟合问题，造成了不同细分层次之间的曲面无法光滑连接，对此提出一种基于中分面的约束应细分方法。该方法的主要思想是通过对深度较高区域的 1 邻域三角形平分，根据产生裂缝的个数，将插入点与其 1 邻域的网格相连，从而降低高细分区域与低细分区域的深度差，达到不同细分程度光滑过度的细分效果。

关键词：裂缝拟合；约束；自适应；Loop 细分曲面
中图分类号：TP391　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1001-3695(2012)09-3506-03
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.09.081

Constraint adaptive Loop subdivision surface

SUN Da-song, JU Zhi-tao, SUN Li-juan
(*School of Computer Science & Technology, Harbin University of Science & Technology, Harbin* 150080, *China*)

Abstract: Adaptive subdivision surfaces have been widely used in segments to reduce subdivision times and the number of faces. However, a problem of the cracks between the different sub-levels fitting in adaptive subdivision resulted the surfaces could not be connected smoothly. This paper proposed the adaptive subdivision method based on the facet, with the main idea of the depth through the region a higher split triangle neighborhood. According to the number of cracks, the insertion point connected with a 1-neighborhood mesh, thereby reducing depth of difference between the high regional and high low regional, the different degree of sub-segments will be transited smoothlyabstract.

Key words: crack fitting; constraint; adaptive subdivision; Loop subdivision surface

细分曲面是通过重复定义一系列控制网格取极限时得到的。由 Catmull 和 Clark 在 1978 年提出，该方法可以使用同一种简单的算法最终产生一个光滑的实体模型，其算法复杂度低、算法效率高、造型效果好而被广泛应用于模型造型和动画造型中。本文使用 Loop 细分[1]方法作为本文算法改进的基础方法。

一般的细分方法是用同一种算法对整个实体进行造型，例如 Loop 细分方法，每次细分都会将每个面一分为四，一个有 1 000 个面的模型仅仅经过两次细分，面的数量就会增加到 16 000 个，这就产生了以下问题：a）由于面的数量增加过快，需要大量的存储空间来存储点面信息，并且大大增加了计算量；b）在一个模型中有些区域不需要太高程度的细分，而有些区域需要进一步细分以体现局部细节特征，如果使用统一的细分次数就会造成一部分区域没有必要而另一部分区域细分程度不够的情况。对此人们提出了自适应细分，它能根据具体要求去仅细分模型中的某一部分，从而产生一个最佳细分网格。

自适应细分需要解决两个问题[2]：a）选择细分区域；b）消除邻面之间因具有不同细分程度而产生的裂缝。因为这些裂缝防止适当的渲染和表面处理，从而在视觉上产生凹凸不平的非光滑现象。其中一种算法由 Amresh 等人提出[3]，主要思想是根据面的裂缝数量分割三角，有几个裂缝就将三角形一分为几；另一种方法叫红—绿网格法[4]，主要思想是如果只有一个裂缝则将三角形一分为二，否则就将三角形一分为四。

本文主要解决细分算法中的第二个问题，提出一种新的自适应细分算法，确保相邻面的细分深度差至多为 1，使用本文算法可以使在模型的整个细分过程中，维持选择区域内的顶点的连续性，当选择区域被重复细分时，不会产生突然的深度变化。另外，新增加的边可以消除整个网格中的裂缝的蔓延。这样产生的细分曲面的深度变化是逐渐的，细分曲面就是光滑的。

1　Loop 曲面细分

Loop 曲面细分是一种基于三角网格 1～4 细分，由 Loop 在 1987 年提出，主要思想是在三角形的每条边上插入新顶点，并将其两两相连，使每个三角形分裂成 4 个小三角形，所以细分一次后，三角形个数将增加 4 倍。几何规则是重新计算网格上所有顶点的位置，一般起着光顺的作用。对控制网格上的顶点，由于细分的进行，顶点的位置在不断地更新，最后收敛到细。其拓扑分裂规则如图 1 所示。

新顶点的几何规则如下：

a）内部奇点，如图 1（a）所示，设有两个三角形（V_0,V_1,V_2）和（V_0,V_1,V_3）共享边为 V_0V_1，则 V_0V_1 上的新顶点位置为

$$V_E=\frac{3}{8}(V_0+V_1)+\frac{1}{8}(V_2+V_3)$$

收稿日期：2011-12-23；**修回日期**：2012-03-12　　**基金项目**：国家自然科学基金资助项目(60173055)

作者简介：孙大松（1972-），男，黑龙江哈尔滨人，副教授，主要研究方向为计算机图形学（slq863@yahoo.com.cn）；鞠志涛（1983-），男，硕士研究生，主要研究方向为曲面细分、计算机图形学；孙立镌（1944-），男，教授，博导，主要研究方向为计算机图形学、CAD.

b）内部偶点，如图 1（b）所示，设 V 的边临点 $V_0, V_1, \cdots, V_{n-1}$，$n = |V_E|$，相应顶点的位置为

$$V_v = (1 - n\beta_n)V + \beta_n \sum_{i=0}^{n-1} V_i$$

其中，

$$\beta_n = \frac{1}{n}\left(\frac{5}{8} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4}\cos\frac{2\pi}{n}\right)^2\right)$$

c）边界奇点，如图 1（c）所示。

$$V_E = \frac{1}{2}(V_0 + V_1)$$

d）边界偶点，如图（d）所示。

$$V_V = \frac{1}{8}(V_0 + V_1) + \frac{3}{4}V$$

在取极限情况下，Loop 细分除顶点处是 C^1 连续外，其他地方是 C^2 连续的。

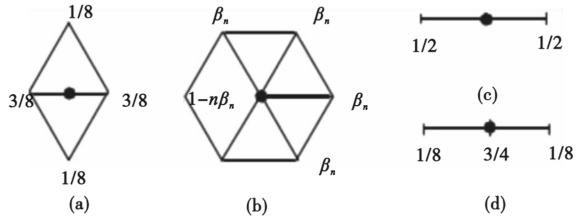

图1　Loop曲面细分

2　自适应细分

为了尽可能减少细分面的数量，在自适应细分中，仅选择一个固定区域的网格进行重复细分，自适应细分要解决的三个问题是：a）细分区域选择；b）顶点的计算；c）裂缝消除。

2.1　区域选择

区域的选择是根据特定的因素，这种因素及可以是用户自定义或者基于专门种类。选择标准：用户可以选择网格中的一个部分作为细分区域，这些部分是需要进一步细分以便可以显示具体的细节特征，此时，用户可以选择顶点或者三角网格进行细分，如果选择的是顶点，任何三角网格都至少有两个顶点被细分。图 2 显示的是用户定义的兔子模型区域。面的曲率是另一个选择标准：计算所有顶点的高斯曲率，确定高曲率的区域，这些区域需要进一步细分。二面角也可用来表示面的曲率，尽管二面角并不能像高斯曲率那样精确，但是在计算更高效，是面曲率中的重要行列式。另一个选择标准是面与极限面的距离程度，距离越远则越需要再次细分。

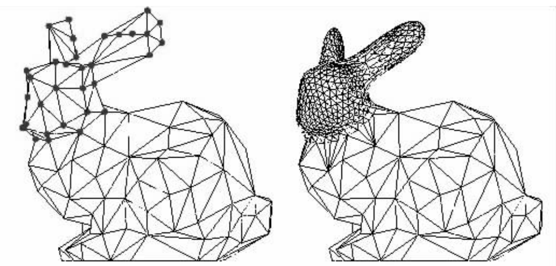

图2　用户定义法选择区域

2.2　顶点的计算

本文引入平坦度的概念，使用 ε 表示，设 ε_T 是给定平坦度的阈值，计算顶点 V 处的平坦度，设 V 是 n 个面的公共顶点，n_i 是这 n 个面的法向量，则 V 处的平坦度为

$$\varepsilon_M(v) = \max\{\arccos(n_i, n_j) : 1 \leq i \neq j \leq n\}$$

当顶点的 $\varepsilon_M(v) < \varepsilon_T$ 时，则称该点为死点，死点不可生成新顶点；如果边的两个端点都满足 $\varepsilon_M(v) < \varepsilon_T$ 时，则称这条边是死边，死边不可插入新边点；一个面有两条以上的边为死边，则该面称为死面，死面不可再细分。除此之外的面都是可分的。整个模型细分情况按以下步骤进行：

a）遍历模型的所有三角形，计算三角形的单位法向量；

b）计算所有顶点的平坦度，根据 $\varepsilon_M(v)$ 大小标记出所有死点、死边和死面；

c）对于死点则不再生成新的顶点，与该点相连的所有边称为死边，死边上也不再生成新边点，具有两条及以上死边的面称为死面，死面也不再参与细分；

d）对于死点、死边和死面之外的情况，按 Loop 细分的几何原则生成新点；

e）重复以上步骤，直到满足细分要求为止。

2.3　裂缝消除

自适应细分中的裂缝是在不同细分深度之间的三角网格之间产生的[5]，如果网格需要再次被编辑或细分，就必须消除这些裂缝，本节指出了当前裂缝消除算法中存在的问题，而这些问题是本文的算法可以解决的。

有人在自适应细分中使用限制面的概念，在该算法中，网格被存储为树型数据结构，叶子表示最后细分深度，但不是在细分后立刻处理裂缝。裂缝的消除是在算法的实现阶段处理的，细分前，面裂缝通过限制父邻面直到所有顶点都完成邻居来消除，这种方法确保了在细分过程中使用了当前平均规则，细分之后，面不需要则被丢弃，在渲染过程中，裂缝即被消除了，参见文献[3]。本文的算法扩展了文献[3]，去消除细分中的裂缝，但本文选择了一个更大的细分区域，而不是一个指定的维护限制网格，原因是文献[3]的方法存在两个缺点：

a）当重复细分时，选择区域会产生了一系列高价顶点，当面被平分去消除裂缝时，高价顶点会产生一个长而狭窄的面。

b）在经过大量细分步骤后，在邻面三角网格之间的细分深度就会不同，这将导致连接处和表面曲率突变。周围产生凹凸图选择区域。

为了克服文献[3]中算法的缺陷，本文使用一个限制网格[6]，因为可以增加细分过程中普通顶点的存留数量，限制网格就是细分区域的 1-邻域三角网格，每个三角网格与选择区域都共享一条边界边，当选择区域按 Loop 规则细分一次后，选择区域的每一个三角网格上都会插入一个新边点，这个新边点会产生一个裂缝，将新点与 1-邻域三角网格的对顶点相连，这样细分区域和非细分区域通过连接线相连，使细分深度有一个平稳过渡，从而达到较好的光滑渲染效果。如果选择的区域被再次细分，邻域面会立即被标记出来，如果顶点的任何邻接点没有被选中，那就要被逐渐选择，具备两个或更多个标记顶点的面参加细分，其他面不变，在这种算法中边界情况会被自动处理。细分示意图如图 3 所示。

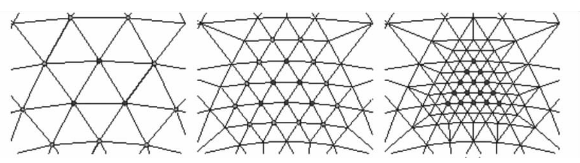

图3　裂缝消除

3 局部修改的约束求解

如果在完成对模型细分后,要对模型的某一个局部区域进行修改,如果没有对局部区域修改的有效操作,就只能重新细分。这显然是非常复杂的。本文提出一种基于约束求解的局部修改方案,通过对修改域的约束控制,使需要移动的点通过周围约束点的控制可以根据需要任意移动。从而达到修改细分模型局部区域的目的。在阐述约束方案前首先进行如下定义。

定义 1 对象点。需要进行修改的点,用 Q 表示。

定义 2 约束点。控制对象点的所有点的集合,即对象点通过约束点的约束求解达到按需移动的目的,记为 C_i。

定义 3 变形路径。对象点的移动方向及位移,记为 $d(Q)$。

定义 4 影响域。所有对象点的集合。R_i 是影响域的半径。

修改细分模型同样使用上述细分方法,当对象点的坐标、约束点、变形路径和影响域确定后,就能根据需要对网格进行局部修改。值得注意的是,为了能保证修改的任意性,需要能对细分的任意层次进行修改。

如果对象点 Q 位于影响域内,则该点通过约束点变形,相反,如果该点位于影响域外,则不变形。对象点受到多个约束点的影响,约束点为 $C_i(i=1,2,\cdots,n_c)$。其中 n_c 是约束点的数量。因此可以定义约束的数学表达式,即对象点的变形路径 $d(Q)$。

设 Q 是需要变形的对象点,$d(Q)$ 是对象点的约束变形量。则有

$$\forall Q \in R^n : d(Q) = \sum_{i=1}^{n_c} M_i \tilde{f}_i(Q) M_i f_i(Q) \tag{1}$$

其中:M_i 为满足约束集合的约束点的逆矩阵;$\tilde{f}_i$ 是 Q 的变形函数,Q 由 i 个约束点控制,即

$$\tilde{f}_i(Q) = B_i\left(\frac{\| Q - C_i \|}{R_i}\right)$$

实现过程:

a)建立立局部坐标系,确定对象点的空间坐标。

b)定义相应约束条件(C_i,R_i,n_c)。

c)判断是否需要在当前层次变形。如果需要则按照式(1)计算变形量;如果不需要则转到步骤 c)。

d)用户需要在第 $k+n$ 层上变形,则对当前对象继续细分 n 次,同时计算约束条件。满足条件后转到步骤 b)。

反复使用上述实现方法,直到满足需要为止。可以看出该方法具有定义简单、容易实现的优点,不必通过复杂的模型重建就能任意修改细分模型。

4 算法结果分析

在 Windows 下使用 Visual Studio 2008 和 OpenGL 对基于约束自适应 Loop 曲面细分方法进行编程分析,本文给出两个细分例子,对一个初始人头和一个齿轮模型应用各种细分,对细分结果进行比较,各种细分情况下的网格数据和细分次数如表 1 所示,细分的初始网格和细分效果如图 4、5 所示。从两幅图片看,自适应细分的优势非常明显。可以在保证细分质量的同时大大减少细分面数。

表 1 约束自适应细分

模型	初始面片数	传统 Loop 细分		自适应细分	
		面片数	次数	面片数	次数
人头	4 801	19 204	1	13 442	1
		76 816	2	30 151	2
齿轮	2 000	8 000	1	5 963	1
		32 000	2	11 357	2

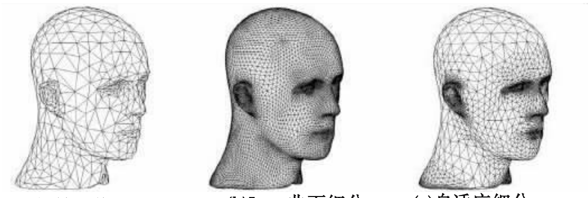

图4 人头自适应细分效果

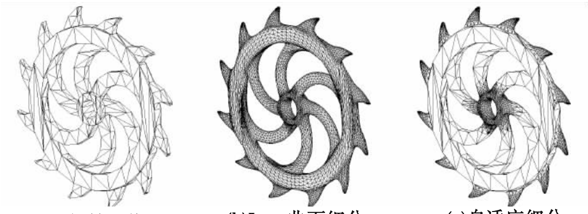

图5 齿轮自适应细分效果

5 结束语

本文给出了一种约束自适应的 Loop 曲面细分方法,给出了该方法的拓扑和几何细分规则,并提出了裂缝消除方法。因为面在选择区域内并且和直接邻域面有着相同的细分深度,所以面的连接性不会突然改变。与选择区域离得越近的面会先被重复细分,细分深度越高,相反,离选择区域远的地方细分深度低,这样就可以解决细分深度的突然变化和渲染走样的问题,本文的算法用抗混叠方法来建立细分深度平稳过渡,从一个地区到另一个区域。应用这种方法要比非自适应 Loop 细分[7]有更好的光滑性和更少的细分面数。

参考文献:

[1] LOOP C. SMOOTH subdivision surfaces based on triangls[D]. [S. l.]: Dept. of Mathmatics, Univercity of Utah, 1987.

[2] GRIMM C, JU Tao, PHAN L, *et al*. Adaptive smooth surface fitting with manifolds[J]. IEEE Trans on Visualization and Computer Graphics, 2009, 5(11): 61-87.

[3] AMRESH G. Adaptive subdivision schemes for triangular meshes[J]. Hierarchical and Geometric Methods in Scientific Visualization, 2003, 13(4): 319-327.

[4] SHU Zhen-yu. Adaptive triangular mesh coarsening with centroidal Voronoi tessellations[J]. Journal of Zhejiang University, 2009, 10(4): 535-545.

[5] TERAN J. Adaptive physics based tetrahedral mesh generation using level sets[J]. Engineering with Computers, 2005, 21(1): 2-18.

[6] DENG Chong-yang. Interpolating triangular meshes by Loop subdivision scheme[J]. Science China Information Sciences, 2010, 53(9): 1765-1773.

[7] CHENG F. Loop subdivision surface based progressive interpolation[J]. Journal of Computer Science and Technology, 2009, 24(1): 39-46.