

基于小波变换和脊波变换的自适应图像去噪算法*

李根强, 黄永东, 蒋 肖

(北方民族大学 信息与计算科学学院, 银川 750021)

摘 要: 为了克服单纯小波变换或脊波变换的不足,提出了基于小波变换和脊波变换的自适应去噪算法。实验结果表明,在处理点奇异性和线奇异性的图像时,该方法比单纯小波变换或脊波变换的阈值去噪算法更具优越性,在实际应用中更为有效。

关键词: 脊波变换; 小波变换; Radon 变换; 阈值函数; 图像去噪

中图分类号: TP391.1

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2012)08-3192-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.08.105

Adaptive image denoising method based on wavelet transform and ridgelet transform

LI Gen-qiang, HUANG Yong-dong, JIANG Xiao

(School of Information & Computing Science, Beifang University of Nationalities, Yinchuan 750021, China)

Abstract: In order to overcome the shortages of the wavelet and ridgelet transform, this paper proposed an adaptive image denoising method based on wavelet transform and ridgelet transform. The experimental results show that, while processing point and line singularities in an image, this adaptive method has significantly superiority over the threshold denoising algorithm only based on the wavelet transform or ridgelet transform. This novel algorithm is more powerful in practice.

Key words: ridgelet transform; wavelet transform; Radon transform; threshold function; image denoising

0 引言

图像在采集和传输过程中总会受到噪声干扰,降低图像的分辨率,严重影响了目标的识别与分类。图像去噪的目的是要去除噪声,尽可能地保留原始信号特征,更重要的是保护边缘和细节信息,以便对图像进行边缘检测、分割、分类、特征提取、识别和融合等进一步处理和分析。一个有效的变换能够用一些基函数逼近给定的图像信号。图像去噪是一种常用的图像预处理方法,其目的在于改善图像的质量,提高视觉效果。

小波在表示具有点奇异性的图像信息时能够达到最优逼近,但不能充分利用图像本身的几何特征,即不是最优的或最稀疏的函数表示方法^[1-4]。Donoho 和 Candes 提出了一种新的多尺度变换——Ridgelet 变换^[5,6],能有效地克服小波变换在图像去噪中的不足。与小波变换相比,脊波变换能更好地逼近图像信息,实现更高的信噪比,也能更好地保持图像的直线特征,增加图像的视觉效果。脊波变换是通过 Radon 变换来实现的,在重构时,往往会产生环绕现象^[3]。

然而在实际应用中,常常无法得到图像特征的先验知识,为了更好地保持图像的细节,减少边缘模糊,本文提出了基于小波变换和脊波变换的自适应去噪算法。在输入的图像特征统计未知的情况下,自适应去噪算法能够自动地迭代调节参数,以满足评价准则,实现最优去噪。

1 小波变换和脊波变换图像去噪

1.1 小波去噪

小波变换具有良好的低熵性、多分辨率分析、去相关性和基选择灵活性,而信号和噪声在小波域中具有不同的性态表现,它们的小波系数幅值随尺度的变化的趋势不同,随着尺度的增加,噪声系数的幅值很快衰减为零,而真实信号的幅值基本保持不变。在小波变换域中,可以通过对小波系数进行切割、缩小幅度等非线性处理,以达到滤除噪声的目的。尽管重构后的信号丢失了一些细节,但仍然能恢复所期望的信号,这便是小波去噪基本思想。式(1)为建立小波滤波的数学模型,并得到如下观测数据:

$$f_i = g_i + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, N(N = 2^n) \quad (1)$$

其由真实信号 g_i 和加性噪声 ε_i 组成,其向量形式表示为 $f = g + \varepsilon$ 。

在去噪过程中关键是阈值和阈值量化。因为它关系到信号的滤波质量。

1.2 脊波(Ridgelet)去噪

脊波变换可对线状奇异特征进行稀疏表示,因此脊波变换被广泛应用于图像处理领域。

其函数集为:

$$\Gamma = \{\gamma = (a, \mu, b); a, b, x_1, x_2 \in R, a > 0, \mu \in s\} \quad (2)$$

其中: s 为单位圆面。

收稿日期: 2011-12-21; 修回日期: 2012-02-03 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10961001, 61102008)

作者简介: 李根强(1984-),男,宁夏固原人,硕士,主要研究方向为图像处理和模式识别(genqiang_li@163.com);黄永东(1974-),男,宁夏银川人,教授,博士,主要研究方向为小波分析与信息处理;蒋肖(1985-),男,陕西渭南人,硕士,主要研究方向为图像处理 and 模式识别。

定义 1^[6] 设光滑函数 $\psi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, 满足条件 $\int_{\mathbb{R}} \psi(t) dt = 0$ 及容许条件:

$$K_{\psi} = \int \frac{|\hat{\psi}(\xi)|^2}{|\xi|^2} d\xi < \infty \quad (3)$$

对于参数 γ , 定义 $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ 函数:

$$\psi_{\gamma}(x) = a^{-\frac{1}{2}} \times \psi\left(\frac{\langle \mu, x \rangle - b}{a}\right) \quad (4)$$

则称 ψ_{γ} 为由容许条件生成的脊波函数。其中: a 称为 Ridgelet 的尺度参数; μ 表示方向参数; b 表示位置参数。

定义 2^[6,7] 令 $\mu = (\cos \theta, \sin \theta)$, $x = (x_1, x_2)$, 则 Ridgelet 函数可表示为

$$\psi_{a,b,\theta}(x) = a^{-\frac{1}{2}} \times \psi\left(\frac{x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta - b}{a}\right) \quad (5)$$

其中: $x_1, x_2 \in \mathbb{R}; \theta \in [0, 2\pi]; \psi(x)$ 为一维的小波函数。

小波变换是逐点刻画点的奇异性, 而 Ridgelet 变换是沿脊线刻画线的奇异性。在二维情况下, 点和线可以通过 Radon 变换相联系, 因此 Ridgelet 变换和小波变换也可以通过 Radon 变换联系起来。

定义 3^[7] 设 $f(x)$ 为可积二元函数, Radon 变换

$$R_f(\theta, t) = \int_{\mathbb{R}^2} f(x_1, x_2) \delta(x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta - t) dx_1 dx_2 \quad (6)$$

为 $f(x)$ 在 $\mathbb{R}^2$ 上的 Radon 变换, 则脊波变换可以表示为函数 Radon 变换切片上的一维小波变换:

$$\text{CRT}_f(a, b, \theta) = \int_{\mathbb{R}} \psi_{a,b}(t) R_f(\theta, t) dt \quad (7)$$

基于 Ridgelet 变换的图像去噪算法步骤如下: 首先对输入的图像进行预处理, 将其变为素数大小; 其次对图像进行有限脊波变换; 再次计算阈值并对脊波系数进行阈值处理; 最后对脊波系数进行有限的脊波逆变换。

2 基于小波变换和脊波变换的自适应图像去噪算法

设 $f[i, j]$ 是原始图像, $h[i, j] = f[i, j] + \varepsilon[i, j]$, 其中 $\varepsilon[i, j]$ 为噪声, $h[i, j]$ 是加噪图像。

首先, 对含噪图像分别进行脊波变换和小波变换, 并对脊波域和小波域系数分别进行阈值化处理。其次, 对处理后的脊波系数和小波系数进行逆变换。设 $R[i, j]$ 是脊波重构图像, $W[i, j]$ 是小波重构图像。再次, 对图像进行线性组合: $H[i, j] = \alpha R[i, j] + (1 - \alpha) W[i, j]$, 其中: $0 \leq \alpha \leq 1$ 。在这种情况下, 自适应去噪算法能够较好地滤除噪声, 对于输入图像信息特征未知或者输入的信息的统计特性变化时, 自适应去噪算法能够自动地根据图像特征, 迭代调节参数 α , 以保持较高信噪比的要求, 从而实现最优去噪。由于脊波变换和小波变换的特性, 处理后的 $H[i, j]$ 能够很好地保持线奇异性 and 点奇异性特征。

综上所述的小波变换去噪、脊波变换去噪和本文自适应算法去噪均采用阈值函数为硬阈值、软阈值和半软阈值对测试图像进行处理。

3 数值实验

仿真实验部分, 将本文提出的基于小波变换和脊波变换的自适应去噪算法与单纯的小波变换或脊波变换的去噪方法进行实验对比。常见的是用处理后的图像与原始图像的误差来衡量处理图像的质量, 主要指标有方差、信息熵、均方误差

(MSE)、峰值信噪比 (PSNR)、信噪比 (SNR) 等, 来测试它们在图像重构、图像去噪、图像视觉等方面的差异。本文使用信噪比和视觉效果来衡量算法的有效性。

3.1 图像重构

本文采用 Lena、road、house、cameraman、objection、Gauss 图像作去噪测试, 对图像进行加性的高斯白噪声处理后作为实验图像。图像大小均为 256×256 , 并用 db8 进行图像重构。为进一步验证本文算法的性能, 实验对六幅测试图分别基于小波、脊波和本文算法的硬阈值、软阈值和半软阈值去噪进行了对比。实验表明, 本文方法重构后保持了较高的信噪比, 而且具有较好的视觉效果, 如表 1 所示。其中 MSE 和 SNR 定义为

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \|f - g\|^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_i - g_i)^2 \quad (8)$$

$$\text{SNR} = 10 \lg \frac{\|f\|^2 / N}{\text{MSE}} \quad (9)$$

其中: f_i 为原始图像的第 i 个像素, g_i 为滤波后的图像的第 i 个像素。



图1 测试图

表 1 不同算法在不同阈值函数去噪效果比较 (SNR) /dB

阈值函数	含噪图像	图像名称	小波去噪	脊波去噪	本文去噪
硬阈值	13.95	Lena	14.17	13.96	14.56
		road	14.62	14.68	17.80
		house	14.61	15.69	16.83
		cameraman	14.24	14.08	14.73
		objection	20.34	20.24	21.47
		gauss	22.40	22.71	24.50
软阈值	13.95	Lena	14.78	15.54	15.90
		road	16.22	17.86	18.24
		house	16.12	16.87	17.45
		cameraman	15.54	15.69	16.23
		objection	16.37	17.70	18.35
		gauss	19.21	20.21	20.78
半软阈值	13.95	Lena	14.04	13.97	15.84
		road	18.33	16.68	19.00
		house	16.46	15.69	17.42
		cameraman	13.74	14.08	15.63
		objection	21.56	20.84	22.27
		gauss	20.40	23.46	24.26

3.2 实验结果分析

a) 表 1 表明, 基于硬阈值函数, 本文算法比小波去噪算法信噪比平均提高 1.645 dB, 比脊波去噪算法平均提高了 1.093 dB; 基于软阈值函数, 本文算法比小波平均提高 1.452 dB, 比脊波平均提高 0.513 dB; 基于半软阈值函数, 本文算法比小波平均提高 1.461 dB, 比脊波平均提高 1.602 dB, 从而说明本文算法的有效性和稳定性。

b) 通过图 2~4 表明, 对于 Lena 图, 本文算法在 Lena 肖像和皮肤比小波和脊波去噪更加光滑; 对于 road 图, 本文去噪后图像在路面更接近原图, 而其他算法路面比较模糊, 远处树木、房屋、汽车等, 比小波和脊波更加清楚; 对于 house 图, 本文算法相比其他算法在房屋背景更接近于原始图像, 房子纹理比较清楚; 对于 cameraman 图, 本文算法天空不再模糊, 远处的建筑

物比其他算法更加清晰可见,摄影师以及摄影机视觉效果更清楚;对于 objection 图,脊波和小波不能很好地滤除噪声,反而增加了一些伪边缘,而本文算法体现了更好的视觉效果;对于 Gauss 图,小波去噪出现严重的振铃效应,边缘处出现锯齿状,脊波出现了一道很明显的裂痕,本文算法相比小波和脊波减弱锯齿状伪边缘,削弱了裂痕(限于篇幅,图2~4仅给出了 Lena、objection、Gauss 图的效果。第一列为加噪图像;第二列为小波去噪图像;第三列为脊波去噪图像;第四列为本文去噪)。

无论是应用主观评价还是采用客观评价,本文方法去噪性能均优于单纯小波变换去噪或脊波变换去噪,本文方法在有效去噪同时具有很好的图像边缘和细节保护能力。

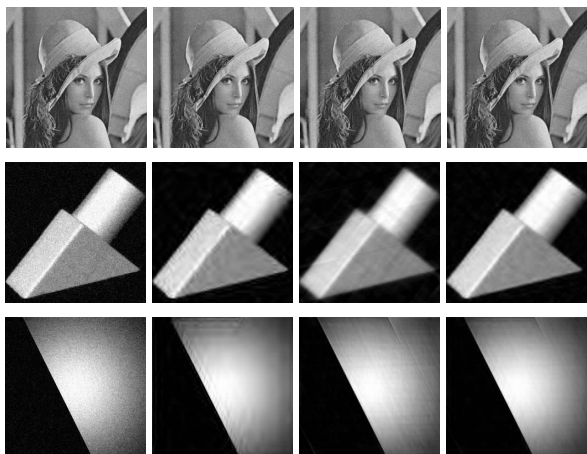


图2 硬阈值图像去噪比较

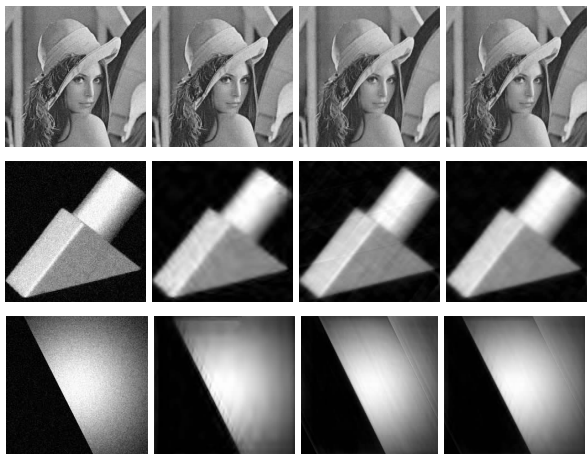


图3 软阈值图像去噪比较

4 结束语

本文结合小波变换和脊波变换各自优势,提出了基于小波变换和脊波变换的自适应去噪方法。对图像在不同阈值函数下进行了去噪处理,并与小波去噪和脊波去噪算法进行了比较。实验结果表明,这种方法有较好的去噪效果,既保持了小波具有点奇异性的优点,同时也保持脊波具有线奇异性特征的优点。因而,本方法具有更好的应用前景。

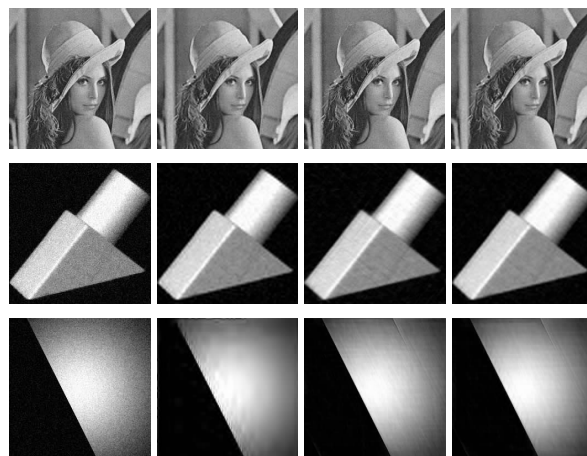


图4 半软阈值图像去噪比较

参考文献:

- [1] DONOHO D L. Ridgelet function and orthonormal ridgelets[J]. Journal of Approximation Theory, 2001, 111(2): 143-179.
- [2] 焦李成, 谭山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和进展[J]. 电子学报, 2003, 31(12): 1975-1981.
- [3] 项海林, 贾建, 焦李成. 基于小波和脊波的图像联合去噪方法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(5): 680-682.
- [4] 单昊, 杨慧珠. 基于 Curvelet 的 Stein 无偏风险估计图像去噪[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2010, 50(8): 1307-1310.
- [5] DONOHO D L. Orthonormal ridgelet and linear singularities[J]. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 2000, 31(5): 1062-1099.
- [6] CADDES E J. Ridgelets theory and applications[D]. Stanford: Stanford University, 1998.
- [7] CANDES E J, DONOHO D L. Ridgelets: a key to higher-dimensional intermittency[J]. Philosophical Trans of the Royal Society of London Series A, 1999, 357(1760): 2495-2509.