一种新的分数阶微分的图像边缘检测算子*

王 斌^ª,蒲亦非^b,周激流^b

(四川大学 a. 电子信息学院; b. 计算机学院, 成都 610064)

摘 要:为了提取出更加精确和细微的边缘信息,同时为了具有更好的抗噪性能,提出了一种新的分数阶微分梯度算子。根据 Riemann-Liouville 分数阶微积分定义,推导出了非整数步长的分数阶微分方程,并采用拉格朗日 插值方法确定非整数步长像素点的灰度值,进而构造出八个方向的微分掩模,实现了图像边缘检测。实验表明, 该方法更好地利用了图像的自相关性,比传统的边缘检测算子能更好地提取图像边缘细节,且对噪声具有更好 的鲁棒性。

关键词:边缘检测;非整数步长; Riemann-Liouville 分数阶微分; 拉格朗日插值
 中图分类号: TP391.41
 文献标志码: A
 文章编号: 1001-3695(2012)08-3160-03
 doi;10.3969/j.issn.1001-3695.2012.08.095

New fractional order differential based image edge detection operator

WANG Bin^a, PU Yi-fei^b, ZHOU Ji-liu^b

(a. School of Electronic & Information, b. School of Computer Science, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: To extract more accurate and subtle edge information, and also to obtain better anti-noise capability, this paper proposed a new fractional order differential based image edge detection operator. It derived the fractional order differential equation based on non-integer step according to the Riemann-Liouville definition, and used the method of Lagrange interpolation polynomial to get the gray value of non-integer step pixel. It constructed eight directions fractional order differential mask to realize image edge detection. The experimental results show that this method used more advantage of image autocorrelation so it can extract more detail edge information than the classic method of edge detection, also it has a better anti-noise capability. **Key words**: edge detection; non-integer step; Riemann-Liouville fractional-order differential; Lagrange interpolation

0 引言

在数字图像中,边缘信息是最基本的特征之一,进行边缘 检测是图像处理和目标识别的重要基础。传统的边缘检测方 法都是利用图像中各个像素点邻域内的一阶或二阶方向导数 变化规律来检测边缘的,如基于一阶微分的 Roberts、Sobel、Prewitt 算子和基于二阶微分的 Laplacian 算子等^[1,2]。这些方法 原理简单、易实现,计算速度快,但也存在一些不足。Roberts、 Sobel 和 Prewitt 算子都是利用局部差分检测边缘,容易丢失部 分边缘信息,降低边缘检测精度,且易受噪声影响。二阶微分 的 Laplacian 算子能检测到更丰富的边缘信息,但对噪声更为 敏感,且容易产生虚假边缘^[3]。另外,基于最优化方法的Canny 算子在边缘提取效果和抗噪性能上优于前面几种算子,但其运 算复杂度大,难以满足实时检测的要求。

近年来,分数阶微分理论在数字图边缘处理领域得到了广 泛的应用。Mathieu 等人^[4]提出了分数阶微分的图像边缘检 测。杨柱中等人^[5]构建了基于分数阶微分的 Tiansi 算子进行 图像边缘检测,取得了较好的效果,但该方法忽略了相邻像素 点之间的信息,使计算结果存在一定的偏差,且受噪声的影响 仍然较大。根据图像的高度自相关特性,文献[6]提出了用于 图像增强的非整数步长的分数阶滤波器,取得了较好的图像增强效果,并利用线性加权的拉格朗日插值方法取得了一定的抗噪声性能。基于非整数步长分数阶微分能够更加充分地利用 图像的自相关性,本文根据 Riemann-Liouville 定义提出了基于 非整数步长分数阶微分的边缘检测梯度算子,将传统的固定整 数步长分数阶模板变为步长参数可调节的模板,通过调节分数 阶微分阶次和步长两个参数来实现更好的边缘检测效果,并且 采用拉格朗日多项式的插值方法确定非整数步长像素点的灰 度值,起到了一定的噪声抑制作用。

1 分数阶微分的相关理论

分数阶微积分是数学分析的一个重要分支,它是将传统意 义下的整数阶微积分的运算阶次推广到分数的情况。这里的 分数不仅可以是有理分数,也包括无理分数和复数的情形。自 从分数阶微积分提出以来,许多著名的学者从不同的角度考察 分数阶微积分得到了不同的定义,其中主要有 Grumwald-Letnikov、Riemann-Liouville 和 Caputo 三种 经典的定义^[7,8]。 Riemann-Liouville 定义(简称 R-L 定义)是目前应用最为广泛 的一种定义。不同于文献[6],本文用于图像边缘检测的非整 数步长分数阶微分采用 R-L 定义进行推导。

收稿日期:2011-12-13;修回日期:2012-01-29 基金项目:国家自然科学基金资助项目(60972131);国家教育部回国人员科研启动基金 资助项目(20111139);四川省科技支撑计划基金资助项目(2011GZ0201);四川大学计算机学院杰出青年教师基金资助项目

作者简介:王斌(1987-),男,四川南充人,硕士,主要研究方向为分数阶微积分和数字图像处理(wangbinscu@163.com); 蒲亦非(1975-),男, 四川成都人,副教授,主要研究方向为分数阶微积分理论、信号处理、模式识别;周激流(1963-),男,四川成都人,教授,博导,主要研究方向为图像 处理、人脸识别、无线网络、计算智能.

1.1 R-L 分数阶微分定义

对于信号 s(x), R-L 定义的 v(v < 0) 阶分数阶积分为^[9,10]

$${}^{R}_{a}D^{v}_{t}s(x) = \frac{\mathrm{d}^{v}s(x)}{\left[\mathrm{d}(x-a)\right]^{v}} = \frac{1}{\Gamma(-v)}\int_{a}^{t}(x-\xi)^{-v-1}s(\xi)\,\mathrm{d}\xi \qquad (1)$$

其中:Gamma 函数为 $\Gamma(m) = \int_{0}^{\infty} e^{-t} t^{m-1} dt = (m-1)!;_{a}^{R} D_{t}^{v}$ 表示 基于 R-L 定义的分数阶微积分算子,a、t 表示积分的上限和下 限。由微积分知识可知,当积分阶次取反时(即 v > 0 时),式 (1)则为相应的 v 阶微分式。

不失一般性地,令 a = 0,将信号的持续期[0,t]按等分间 隔 h 进行等分,即 N = t/h,得到一元信号 s(x)的0~1 阶的前 n +1 项分数阶差分表达为^[11]

$$\frac{\mathrm{d}^{v} s(x)}{\mathrm{d}x^{v}} = \frac{h^{-v}}{\Gamma(2-v)} \{ s(x) + \sum_{k=1}^{n-1} [(k+1)^{1-v} - 2k^{1-v}] s(x-kh) + [(1-v)n^{-v} - n^{1-v} + (n+1)^{1-v}] s(x-nh) \}$$
(2)

1.2 分数阶微分特性的分析

由傅里叶变换性质可知,任意能量型信号 $s(x) \in L^2(R)$ 的 整数 $k(k \in \mathbb{Z}^+)$ 阶导数的傅里叶变换为 $(D_k \hat{s})(\omega) = (i\omega)^k \times \hat{s}(\omega) = \hat{d}_k(\omega) \times \hat{s}(\omega)$ 。同理可得,v 阶分数阶微分的傅里叶变换为

$$(D_v\hat{s})(\omega) = (i\omega)^v\hat{s}(\omega) = \hat{d}_v(\omega) \times \hat{s}(\omega)$$
(3)

其中, $\hat{d}_v(\omega) = (i\omega)^v$ 称为v阶微分乘子函数,其复指数形式和 时域形式为

$$\begin{cases} \hat{d}_{v}(\omega) = \hat{a}_{v}(\omega) \times \exp[i\theta_{v}(\omega)] \\ \hat{a}_{v}(\omega) = |\omega|^{v}, \theta_{v}(\omega) = \frac{v\pi}{2} \operatorname{sgn}(\omega) \end{cases}, v \in \mathbf{R}^{+}$$
(4)

由式(4)得到分数阶微分的幅频特性曲线如图1所示。 可以看出,在0<ω<1段,分数阶微分对图像信号的低频成分 的衰减程度远小于一阶和二阶微分,而是进行了一定程度的非 线性保留,这就使得使用分数阶微分进行边缘提取时能够得到 更多的图像边缘细节信息;而在ω>1段,分数阶微分对图像 信息的中高频成分的提升幅度小于一阶和二阶微分,但也得到 了足够的提升。所以,在图像受到高频噪声的影响时,分数阶 微分的边缘检测结果受到的干扰明显小于一阶和二阶微分。



2 非整数步长微分算子的构造

考虑到数字图像的灰度值变化发生的最短距离位于两相 邻像素点之间,传统的用于边缘检测的分数阶微分模板采用固 定步长 h = 1,即以像素为单位进行度量^[12]。这样虽然得到了 较好的边缘提取效果,但也存在以下不足:a)没有充分利用数 字图像灰度值高度自相关的特性,使计算结果出现了一定的偏 差;b)若图像受噪声干扰仍直接进行微分运算,则误差较大, 必然会大大降低边缘提取效果。而采用非整数步长的分数阶 微分能有效克服上述两点不足。

2.1 非整数步长分数阶微分算子的推导

令步长 $h = 1/m(m \in N^*, N^*$ 表示非零正整数),带入式

(2)得:

$$\frac{\mathrm{d}^{v} s(x)}{\mathrm{d}x^{v}} = \frac{m^{v}}{\Gamma(2-v)} \{s(x) + \sum_{k=1}^{n-1} [(k+1)^{1-v} - 2k^{1-v}]s(x-\frac{k}{m}) + [(1-v)n^{-v} - n^{1-v} + (n+1)^{1-v}]s(x-\frac{n}{m})\}$$
(5)

在式(5)中,若 k/m 不为整数时,点 s(x - k/m)的像素点的灰度值不存在,因此需要引入插值方法对该点的灰度值进行估计。基于计算复杂度和稳定性等方面的考虑,选用拉格朗日多项式的分段低次插值方法^[6]。以图像 x 轴正方向为例进行推导,为了获得邻近整数像素点的坐标值,取 $a = \lfloor \frac{k}{m} \rfloor$,b = k/m - a。于是可以得到点 s(x - k/m)邻域内的四个整数像素点的灰度值分别为 s(x - a - 1),s(x - a),s(x - a + 1)和 s(x - a + 2),根据拉格朗日多项式的四点分段低次插值法有

$$s(x - \frac{\kappa}{m}) = \frac{(b)(b-1)(b-2)}{6}s(x-a+1) + \frac{(b+1)(b-1)(b-2)}{2}s(x-a) + \frac{(b+1)(b)(b-2)}{2}s(x-a-1) - \frac{(b+1)(b)(b-1)}{6}s(x-a-2)$$
(6)

将式(6)带入式(5)可得非整数步长的分数阶微分的表达式

$$\frac{\mathrm{d}^{v}s(x)}{\mathrm{d}x^{v}} = \frac{m^{v}}{\Gamma(2-v)} \left\{ s(x) + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{6} \left[(k+1)^{1-v} - 2k^{1-v} \right] \times \left[(-b)(b-1)(b-2)s(x-a+1) + 3(b+1)(b-1)(b-2)s(x-a) + 3(b+1)(b)(b-2)s(x-a-1) - (b+1)(b)(1-b)s(x-a-2) \right] + \left[(1-v)n^{-v} - n^{1-v} + (n+1)^{1-v} \right] s\left(x - \frac{n}{m} \right) \right\}$$
(7)

为了计算简单,取 $n = q \times m(q \in \mathbb{Z}^+)$,当 $q \ge 2$ 时便能保证运算的精确度。

2.2 二维微分掩模的实现

针对二维数字信号,由式(7)可以推导出 *s*(*x*,*y*)在 *x* 轴和 *y* 轴正方向上的前 *n* +1 项的分数阶偏微分的差分表达式分别为

$$\frac{\partial^{v} s(x,y)}{\partial x^{v}} = \frac{m^{v}}{\Gamma(2-v)} \left\{ s(x,y) + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{6} \left[(k+1)^{1-v} - 2k^{1-v} \right] \times \left[(-b)(b-1)(b-2)s(x-a+1,y) + 3(b+1)(b-1)(b-2)s(x-a,y) + 3(b+1)(b)(b-2)s(x-a-1,y) - (b+1)(b)(1-b)s(x-a-2,y) \right] + \left[(1-v)e^{-v} - e^{1-v} + (n+1)^{1-v} \left[s(x-n-2) + 2x^{1-v} \right] \right\}$$

$$\frac{\partial^{v} s(x,y)}{\partial y^{v}} = \frac{m^{v}}{\Gamma(2-v)} \left\{ s(x,y) + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{6} \left[(k+1)^{1-v} - 2k^{1-v} \right] \times (-b)(b-1)(b-2)s(x,y-a+1) + 3(b+1)(b-1)(b-2)s(x,y-a) + 3(b+1)(b)(1-b)s(x,y-a-2) \right] + 3(b+1)(b)(1-b)s(x,y-a-2) \right] + 3(b+1)(b)(1-b)s(x,y-a-2) = 0$$

$$\left[(1-v)n^{-v} - n^{1-v} + (n+1)^{1-v} \right] s \left(x, y - \frac{n}{m} \right) \right\}$$
(8)

为了构造具有抗旋转性的分数阶微分掩模,分别构造出 x 正方向、x 负方向、y 正方向、y 负方向、左上对角线、左下对角 线、右上对角线、右下对角线八个方向上的分数阶微分掩模,如 图 2 所示(其中空白部分用0补充)。由于微分步长是可自由 选取的参量,所以掩模中的系数 C_k(k = -1,0,…,n)是不固定 的,在确定了步长 h 后,带入式(6)便可求得具体的系数 C_k。 将构造的八个方向的分数阶微分掩模分别与图像做卷积运算 (其中 C₀ 为覆盖在感兴趣点 s₀ = s(x,y)上的模板系数值),可 得到八维分数阶梯度列向量。为了简化运算,直接将八个方向 上的 v 阶分数阶微分的近似解的最大模值作为 s(x,y)的 v 阶 分数阶微分近似值。经过运算后,在图像的平滑区输出值几乎 没有变化,而在图像的纹理和边缘区域将会有较大的变化。这 样,将得到的结果与源图像对应像素点的灰度值相减,便得到 了图像的边缘信息。



3 实验及结果分析

综合考虑运算复杂度和检测精度,仿真实验中步长取值为 *h*=1/3,取前*k*=6项进行运算,从而得到八个方向上5×5大 小的微分掩模。

3.1 非整数步长分数阶微分的边缘检测效果

图 3 中的图像依次为原图和阶次 v = 0.2、v = 0.5 和 v = 0.8 时的非整数步长分数阶微分算子的边缘检测结果。通过 实验仿真可知,随着分数阶微分阶次的增加,提取的边缘信息 不断增多。这与前面的分数阶微分的幅频分析结果是一致的。当0 < v < 1 时,微分对图像信号中高频部分的幅度提升效果逐 步增大,提取的边缘信息也会越多。实验中,当 v > 0.7 以后,提取的边缘信息急剧增加,且大部分超出了图像显示范围。观 察可知,当微分阶次位于 0.5 ~ 0.6 之间时,检测效果最好。



图3 不同阶次微分算子提取的边缘信息

3.2 各种算子提取的边缘信息对比

图 4 是本文方法(v=0.5)与传统算法提取的边缘信息对 比。通过观察,很容易发现一阶微分的 Roberts、Sobel 和 Prewitt 算子提取的边缘信息相对较少,且边缘的连续性较差;Laplacian 算子、Canny 算子和传统的分数阶微分方法提取的边缘信 息较为丰富一些;而本文提出的梯度算子检测结果的边缘信息 最为丰富和精确,且连续性最好,相对于前几种方法,有着更好 的边缘提取效果。



3.3 各种算子的抗噪声性能对比

图 5(a) 为加入均值为0、方差为0.005 的高斯噪声的 Lena 图像,其余为各种算法对该噪声图像的检测结果。观察可知,

一阶微分的 Roberts 算子、Sobel 算子和 Prewitt 算子受到的干扰 较小,但提取的边缘信息较少;二阶的 Laplacian 算子和传统分 数阶微分方法的检测结果含有大量的噪声点;而 Canny 算子的 检测结果出现了较多的非边缘线条,这些都很难和真实的边缘 信息区分开来;本文的梯度算子在提取出较为丰富的边缘细节 信息的同时受到噪声的干扰较小,仅有少量的噪声点,可通过 简单的方法去除。所以基于非整数步长分数阶微分的边缘检 测具有更好的抗噪声性能,更适合噪声图像的边缘提取。



(e) Laplacian算子 (f) Canny算子 (g)传统的分数阶微分方法 (h) 本文算子
 图5 噪声图像检测结果

3.4 各种算子的运算速度分析

本文采用上面的 pills 和 Lena 两幅图像,对各种算子的运 行时间进行了统计,结果如表1所示。

	表1 各种算子的运算速度比较							
图像	Roberts	Sobel	Prewitt	Laplace	Canny	传统 分数阶	本文 算法	
pills	0.208	0.236	0.240	0.272	1.368	0.305	0.325	
Lena	0.285	0.334	0.341	0.365	1.517	0.397	0.418	

由表可知,本文提出的梯度算子与其他传统梯度算子的运 行时间较为接近;而 Canny 算子由于计算步骤多、运算复杂度 大,运行时间较长,不能满足实时检测的需要。

4 结束语

近年来,分数阶微积分理论在图像边缘检测领域得到了广 泛研究,并取得了较好的效果。本文基于 R-L 定义,将传统固 定的分数阶微分步长改为可调节的自由参量,并构造了八个方 向的微分掩模进行图像的边缘检测。实验表明,该边缘检测算 子能够比以往的基于一阶或二阶微分,以及 Canny 算子和传统 分数阶微分的边缘检测算子提取出更多的边缘细节信息,而且 具有较好的噪声抑制能力,更适合噪声图像的边缘检测。然而 该算法也还存在一些不足,如何进一步提升算法的抗噪声性 能,以及如何自适应地设定微分步长和微分阶次两个参数,达 到最佳的边缘检测效果,需要进一步的研究。

参考文献:

- 陈彦燕,王元庆.常用边缘检测算法的定量比较[J].计算机工程,2008,34(17):202-204.
- [2] 赵芳,栾晓明,孙越.数字图像几种边缘检测算子检测比较分析
 [J].自动化技术与应用,2009,28(3):68-72.
- [3] 黄曹兵,黄创. 图像边缘检测 Laplace 算子扩展的讨论[J]. 现代计 算机,2006(10):76-77.
- [4] MATHIEU B, MELCHIOR P, OUSTALOUP A, et al. Fractional differentiation for edge detection [J]. Signal Processing, 2003, 83 (11):2421-2432.
- [5] 杨柱中,周激流,黄梅,等.基于分数阶微分的边缘检测[J].四川 大学学报:工程科学版,2007,39(3):124-132.(下转第3184页)

表 2 多幅图像预处理后各分块的统计情况

图像	模板 类型	一个"1" 值非黑块	多于一个 "1"值 非黑块	R/%	全黑块	全黑块 占总分 块比例/%
Lena	Bayer4	2 866	3 457	45.32	26 445	80.70
	Bayer8	2 766	3 757	42.40	26 245	80.09
	Cluster4	2 971	3 047	49.37	26 750	81.63
	Cluster8	2 812	3 665	43.42	26 291	80.23
	Bayer4	4 609	3 272	58.48	24 887	75.95
Donnono	Bayer8	4 319	3 984	52.02	24 465	74.66
Peppers	Cluster4	4 748	3 282	59.13	24 738	75.49
	Cluster8	4 432	3 879	53.33	24 457	74.64
	Bayer4	3 637	2 268	61.59	26 863	81.98
7.1.1.	Bayer8	3 221	3 181	50.31	26 366	80.46
Zeida	Cluster4	3 611	2 322	60.86	26 835	81.89
	Cluster8	3 276	3 198	50.60	26 294	80.24
	Bayer4	2 005	7 308	27.43	23 455	74.63
M l.:11	Bayer8	2 003	7 856	20.32	22 909	69.91
Mandrill	Cluster4	1 867	7 110	26.25	23 791	75.66
	Cluster8	1 982	7 732	20.40	23 054	70.36
	Bayer4	3 016	1 630	64.91	28 122	85.82
D' 1	Bayer8	2 590	2 765	48.36	27 413	83.66
Bird	Cluster4	2 999	1 637	64.69	28 132	85.85
	Cluster8	2 615	2 634	49.82	27 519	83.98

表3 不同算法性能指标的比较

图像	抖动 类型 -	压缩率			文献 编解码	文献[2] 编解码时间/s		新算法 编解码时间/s	
		JBIG	文献[2]	新算法	编码	解码	编码	解码	
Lena	$\operatorname{disperse}$	3.75	4.91	3.81	124.61	105.14	18.23	17.56	
	cluster	4.29	5.24	4.18	146.04	126.56	20.89	19.04	
Peppers	disperse	4.03	4.27	3.66	127.26	110.66	17.56	15.89	
	cluster	4.40	4.45	3.75	135.16	120.48	19.81	18.05	
Zelda	disperse	2.79	5.49	4.66	90.28	78.36	14.73	13.21	
	cluster	2.90	5.73	4.63	95.13	82.35	16.34	15.04	
Mandrill	disperse	2.84	2.20	2.63	240.48	210.36	22.28	21.07	
	cluster	2.92	2.17	2.70	255.61	231.46	23.56	21.56	
Bird	disperse	3.95	4.85	4.51	82.36	75.17	14.41	12.89	
	cluster	4.10	5.13	4.52	90.26	82.27	15.21	14.02	
分类	disperse	3.47	4.34	3.85	132.99	115.94	17.44	16.12	
均值	cluster	3.72	4.54	3.95	144.44	128.62	19.16	17.54	

表3的数据表明,新算法对10幅有序抖动半调图像的平均压缩率在3.85~3.95之间,高于JBIG(3.47~3.72),但低于文献[2]算法(4.34~4.54)。文献[2]中提出的算法必须对图像数据扫描三遍:a)块间异或处理,以增长黑一白游程长度,减少图像数据被划分的黑一白游程对总数;b)对预处理后图像扫描黑一白游程对,统计出每一种黑一白游程对出现的频率;c)建立哈夫曼树并进行编码。当黑一白游程对总类繁多时,建立的哈夫曼码表较大,降低了压缩效率,且码表生成的计算量较大,编、解码相对耗时。本文算法在预处理后,只需对图像数据扫描一遍即可完成编码,编、解码相对简单。表3给出的文献[2]及本文算法的编、解码时间是在相同软硬件环境下

(上接第3162页)

- [6] 黄果,蒲亦非,陈庆利,等. 非整数步长的分数阶微分滤波器在图 像增强中的应用[J].四川大学学报:工程科学版,2011,43(1): 129-136.
- [7] 蒲亦非,袁晓,廖科,等.现代信号分析与处理中分数阶微积分的
 五种数值实现算法[J].四川大学学报:工程科学版,2005,37
 (5):118-124.
- [8] PU Yi-Fei, ZHOU Ji-Liu, YUAN Xiao. Fractional differential mask: a fractional differential-based approach for multiscale texture enhancement[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2010, 19(2):491-511.

测得的。文献[2]算法对 10 幅有序抖动半调图像的平均编、 解码时间分别为 132.99~144.44 s、115.94~128.62 s;本文算 法编、解码时间分别为 17.44~19.16 s、16.12~17.54 s。基于 算术编码的 JBIG 二值图像无损压缩标准,算法复杂度相比前 两种算法要高,在此不进行详细分析。通过以上分析,在顾及 编、解码效率和压缩率两方面因素时,新算法相比其他两种方 法具有一定的优势。

4 结束语

本文根据预处理后图像矩阵特点,有针对性地改进了对非 黑块编码方法,提出了一种基于跳黑块编码的有序抖动半调无 损压缩方法。该方法的创新之处:a)通过文中所述预处理使 半调图像转换为可用 BBS 编码的二值图像;b)对 BBS 编码中 的非黑块进行了一定程度的压缩。影响 BBS 编码压缩效率的 主要因素在于图像是否以黑色区域为主及分块的大小。因此, 研究自适应分块、探究块大小 L 的取值与压缩效率的关系是今 后工作的重点。

参考文献:

- LIN Yin-yi, WANG Y J, FAN I H. Compaction of ordered dithered images with artithemetic coding[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2001,10(5):797-802.
- [2] 孔月萍, 耿烨. 有序抖动半调图像的无损压缩算法[J]. 光子学报, 2009, 38(5):1306-1308.
- [3] HUANG Tong, HUSSAIN A. Facsimile coding by skipping white [J].IEEE Trans on Communications, 1975, 23(12):1452-1460.
- [4] MESE M, VAIDYANATHAN P P. Recent advances in digital halftoning and inverse halftoning methods [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems: Fundamental Theory and Applications, 2002, 49 (6): 790-805.
- [5] 孔月萍. 图像逆半调及其质量评价技术研究[D]. 西安:西安电 子科技大学, 2008.
- [6] KITE T D, EVANS B L, BOVIK A C. Modeling and quality assessment of halftoning by error diffusion [J]. IEEE Trans on Images Processing, 2000,9(5):909-922.
- [7] 孔月萍,杜旭苗.一种半调图像类型识别方法[J]. 计算机应用研究,2009,26(12):48-49.
- [8] 刘勇,尹立新,赵洋.一种新的二值图像自适应跳块编码[J]. 计算 机工程,2009,35(13):219-221.
- [9] 章毓晋.图像工程[M].2版.北京:清华大学出版社,2006:298-299.
- [10] REAVY M D, BONCELET C G. An algorithm for compression of bilevel images [J]. IEEE Trans on Image Processing, 2001, 10 (5): 669-676.
- [9] KEITH B O, SPANIER J. The fractional calculus:theory and applications of differentiation and integration to arbitrary ORDER[M]. New York:Academic Press, 1974.
- [10] KENNETH S M. An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations[M]. New York: Wiley-Interscience Publication, 1993.
- [11] 陈庆利,蒲亦非,黄果,等.数字图像的0~1阶 Riemann-Liouville 分数阶微分增强模板[J].电子科技大学学报,2011,40(5):772-776.
- [12] 蒲赤非. 将分数阶微分演算引入数字图像处理[J]. 四川大学学报: 工程科学版,2007,39(3):124-132.