

# 基于证据向量差异度改进的冲突证据融合方法<sup>\*</sup>

熊秋燕, 杨鹤标

(江苏大学 计算机科学与通信工程学院, 江苏 镇江 212013)

**摘要:** 针对传统 Dempster-Shafer 证据理论合成高冲突证据时会出现融合结果不合理的问题, 提出了一种新的冲突证据加权方法和融合规则。该方法引入证据向量差异度概念对证据冲突系数进行修正, 并应用修正后的冲突系数计算证据集互信度矩阵和证据权重, 最后对加权修正后的证据进行融合。数值算例表明, 该方法可以合理有效地解决冲突证据融合的问题, 相比于其他改进方法, 具有更快的收敛速度和更强的鲁棒性。

**关键词:** 证据融合; 证据冲突; 证据向量; 向量差异度

**中图分类号:** TP311      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-3695(2012)08-2952-04

**doi:**10.3969/j.issn.1001-3695.2012.08.039

## Improved fusion method of conflict evidence based on evidence vector dissimilarity

XIONG Qiu-yan, YANG He-biao

(School of Computer Science & Telecommunication Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang Jiangsu 212013, China)

**Abstract:** Traditional Dempster-Shafer theory (DST) involves counter-intuitive behaviors when combining conflict evidence. This paper proposed a new evidence weight and fusion method. It introduced evidence vector dissimilarity to modify the DST conflict coefficient based on the disadvantage analysis of DST conflict definition. Then computed new evidence set mutual support matrix and evidence weight vector using the modified DST conflict coefficient. Finally, combined all weighted evidences with DST combination rule. A numerical example demonstrates the rationality and efficiency of the proposed method in combining conflict evidence. Compared with other improved combination methods, the proposed method is robust and more efficient.

**Key words:** evidence fusion; evidence conflict; evidence vector; vector dissimilarity

## 0 引言

Dempster-Shafer 证据理论 (DST) 是 Dempster 教授在 1967 年提出并由他的学生 Shafer 在 1976 年进行改进的基础上发展起来的一门信息融合理论<sup>[1,2]</sup>。由于在处理不完整、不确定、模糊信息融合方面的优势, 该理论被广泛应用到目标识别、故障诊断、决策支持等多个领域中<sup>[3-5]</sup>。但是传统的证据合成理论在处理高冲突证据时出现了一些违背直觉判断的错误, 使得证据理论的应用受到了一些限制。针对这个问题, 目前主要的解决方法包括基于冲突信息分配方式的融合规则的改进<sup>[6-8]</sup>和基于权重信息对证据源进行修正的方法<sup>[9-11]</sup>。笔者认为, 基于冲突重分配的改进方式使得融合规则不再满足传统 DS 证据融合规则具有的结合律, 致使无法对证据进行级联融合, 而只能进行联合融合操作, 这无疑大大增加了计算量和计算复杂度。因此, 本文就证据源信息修正的改进方式进行探索, 寻求一种新的证据加权方式, 使计算得到的证据权重更符合客观实际, 以合理有效地解决冲突证据的融合问题。

本文在综合考虑了传统的证据冲突系数定义的不足之后, 在文献[12]的基础上作进一步分析, 提出了基于证据向量差异度的概念对已有冲突系数进行修正。由于该方法在考虑了

证据向量间距离的同时, 还增加了对证据向量方向的考察, 充分挖掘出证据向量间的一致性关系, 因此笔者认为该方法可以更加客观地表达证据间的一致性和相互支持度, 也将使证据融合的最终结果更加符合客观情况。

## 1 DS 证据理论

**定义 1** 设  $\Theta$  为包含两两互斥假设的辨识框架,  $P(\Theta) = 2^\Theta$ , 表示辨识框架的幂集 (辨识框架所有子集组成的集合), 若有一个集函数  $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$  满足

$$\begin{cases} m(\phi) = 0 \\ \sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1 \end{cases} \quad (1)$$

则称  $m$  为  $\Theta$  上的基本可信度分配 (basic belief assignment, BBA); 称  $\forall A \subseteq \Theta, m(A)$  为基本可信数 (basic probability number), 当  $A \subset \Theta$  时,  $m(A)$  表示证据支持命题  $A$  且由于证据不足不支持  $A$  的任何真子集的程度, 当  $A = \Theta$  时,  $m(A)$  表示不知如何分配。

**定义 2** 设  $\Theta$  为辨识框架,  $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$  是  $\Theta$  上的基本可信度分配, 则称由

$$\text{Bel}(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B), \forall A \subseteq \Theta \quad (2)$$

**收稿日期:** 2011-12-27; **修回日期:** 2012-02-27      **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (61063013, 61005017)

**作者简介:** 熊秋燕 (1986-), 女, 重庆人, 硕士研究生, 主要研究方向为软件理论、软件需求分析 (littlebearxyq@163.com); 杨鹤标 (1960-), 男 (回族), 江苏淮安人, 教授, 主要研究方向为软件工程、软件系统架构、数据挖掘。

所定义的函数  $\text{Bel}: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$  为  $\Theta$  上的信度函数 (belief function)。

**定义 3** 若子集  $A \subseteq \Theta$  且  $A \neq \emptyset$ , 有  $m(A) > 0$ , 则称  $A$  为  $m$  的一个焦元 (focal element)。

**定理 1** 证据理论合成法则。设  $m_1, m_2$  为同一辨识框架  $\Theta$  上的两个证据所对应的基本可信度分配, 焦元分别为  $A_1, A_2, \dots, A_n$  和  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , 则由下式定义的函数:  $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$  表示两证据合成之后的基本可信度分配:

$$m(A) = \begin{cases} 0 & A = \emptyset \\ \frac{\sum_{A_i \cap B_i = A} m_1(A_i) m_2(B_i)}{1 - K} & A \neq \emptyset \end{cases} \quad (3)$$

$$K = \sum_{A_i \cap B_i = \emptyset} m_1(A_i) m_2(B_i) \quad (4)$$

其中:  $K$  为证据冲突系数,  $K$  越大表示证据间冲突越大。该定理中的合成结果  $m(A)$  反映了  $m_1, m_2$  两个基本证据对命题  $A$  的联合支持程度。当多个证据合成时, 可以采用级联运算。

下面给出战场目标识别的算例, 加深对 DS 证据理论的理解, 展示证据理论的实际应用价值。

**例 1** 战场目标识别。在战场态势评估中, 需要通过目标识别传感器收集到的信息正确辨别敌我战机。以两台目标识别传感器为例, 辨识框架为  $\Theta = \{a, b, c\}$ , 其中  $a, b, c$  分别表示敌方战机、友方战机及无法识别的战机。针对某一战机, 假设根据目标识别传感器分析结果确定辨识框架  $\Theta$  中各焦元的基本概率分配为

$$E_1: m_1(a) = 0.9, m_1(b) = 0.1, m_1(c) = 0$$

$$E_2: m_2(a) = 0.8, m_2(b) = 0.2, m_2(c) = 0$$

那么根据前文所述的证据理论合成步骤, 由式(4)得两台目标识别传感器给出的信息冲突度  $K = 0.26$ , 表明证据间冲突较小, 可以根据式(3)合成证据, 其结果为

$$m_1(a) = 0.973, m_1(b) = 0.027, m_1(c) = 0$$

可以看出, 两台目标识别传感器给出的信息通过证据理论融合的结果对辨识框架中焦元  $a$  的支持度最大, 所以认为该战机为敌方战机。

## 2 冲突证据融合存在的问题

### 2.1 证据冲突的定义

**定义 4** Liu 证据冲突定义<sup>[13]</sup>。在 DS 证据理论中, 若一个证据强烈地支持辨识框架幂集中的某一假设, 而另一个证据强烈地支持另外一个假设, 并且这两个假设互不兼容, 那么就认为这两个证据之间存在冲突。

**例 2** 假定辨识框架  $\Theta = \{a, b\}$ , 现有两组证据, 分别为

$$E_1: m_1(a) = 1, m_1(b) = 0$$

$$E_2: m_2(a) = 0, m_2(b) = 1$$

根据定义 4 可以知道, 由于证据  $E_1$  强烈地支持假设  $a$ , 而证据  $E_2$  强烈地支持假设  $b$ 。根据定理 1 中证据冲突系数的计算可得, 例子中两组证据的冲突系数  $K = 1$ , 表明证据完全冲突。通过直觉判断, 由于两组证据分别强烈地支持了互不兼容的两个假设, 这两组证据也应该存在明显的冲突。

### 2.2 证据冲突系数表示的不足

以一个数值算例为例, 来说明证据冲突系数定义的不足。

**例 3** 假定辨识框架为  $\Theta = \{a, b\}$ , 现假设收集到如下两组证据:

$$E_1: m_1(a) = 0.8, m_1(b) = 0.2$$

$$E_2: m_2(a) = 0.8, m_2(b) = 0.2$$

通过直觉可以判断, 两组证据一模一样, 是完全不冲突的。但根据定理 1 中冲突系数的式(4)计算上述两组证据的冲突系数为  $K = 0.32$ , 表明这两组证据存在一定的冲突。这里就出现明显的错误, 对完全没有冲突的证据, 却给出了不为零的冲突系数。接下来分析为什么会出现这样的情况。

回到证据冲突系数的计算公式上, 可以看到, 证据冲突系数是定义在不同证据支持的互不相容假设的情况下得到的, 也就是说, 只要一个证据在某一项假设上有一定的支持, 而另外一个证据在另外一项假设上也有支持, 那么就必然会出现冲突, 这是明显违背常理的。

对于证据源, 或多或少受到干扰而出现支持非真假设的情况, 在这种情况下, 需要证据冲突表示方法和证据融合规则具有一定的鲁棒性, 能够从证据信息中有效地过滤干扰, 从而获得正确结果。基于这种考虑, 国内外很多学者提出了他们的改进方法。

### 2.3 冲突证据融合规则的改进

国内的蒋雯等人<sup>[12]</sup>针对冲突系数不能正确表达证据间的冲突问题, 提出了采用 Josselme 距离<sup>[14]</sup>与冲突系数平均的方法对冲突系数进行修正, 并给出了对 DS 证据理论融合结果进行修正的算法。

**定义 5** Josselme 距离。设  $\Theta$  为一个包含  $N$  个互不相容的完备辨识框,  $m_1$  和  $m_2$  是该辨识框架上的两个基本可信度分配向量, 则  $m_1$  与  $m_2$  之间的距离可以表示为

$$d(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2} (m_1 - m_2)^T \underline{D} (m_1 - m_2)} \quad (5)$$

其中:  $d(m_1, m_2) \in [0, 1]$ ,  $m_1$  和  $m_2$  是基本可信度分配的向量形式;  $\underline{D}$  是一个  $2^N \times 2^N$  的相似性度量矩阵, 矩阵中的任一元素表示为

$$D(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} \quad (6)$$

其中:  $|A|$  表示集合  $A$  的势。

文献[12]采用序贯的证据融合方法, 首先将证据间的 Josselme 距离与 DS 证据冲突系数进行平均, 以获得最终的证据冲突系数; 然后根据该系数计算证据的信任度; 最后通过信任度对 DS 证据理论合成结果进行修正, 将不信任的部分全部分配给全集。

经过分析, 这种序贯综合方法有以下几点缺陷: a) 单纯地采用证据间的距离和 DS 冲突系数的平均作为新的冲突度表示, 不能客观表征证据间的冲突度, 下文将通过算例说明这点; b) 由于采用序贯融合的方式, 导致融合结果收敛慢, 不能快速作出判断, 收敛速度慢是因为在序贯融合过程中遇到冲突证据, 需要后续的证据对其作用的抵消, 所以无法快速收敛; c) 改进的算法是对 DS 融合结果进行修正, 因此, 如果证据源具有高冲突的特点, 那么不可能得到 DS 融合结果, 也就无法进行修正。

### 3 新的证据冲突表示

根据前文的分析,需要找到一种能更客观地度量证据间冲突度的算法。鉴于此,本文提出基于证据向量的差异度来对证据间的冲突系数进行修正。

**定义 6** 证据向量距离差异度。应用 Jousselme 距离,记为  $\alpha(m_1, m_2)$ 。

$$\alpha(m_1, m_2) = d(m_1, m_2) \quad (7)$$

$\alpha$  值越小,表明证据间的距离差异度越小。

**定义 7** 证据向量方向差异度。将可信度分配向量作为向量数学中的一个普通向量元素,可以计算向量间的夹角,用于判断向量间的方向差异度。证据向量方向差异度记为

$$\beta(m_1, m_2) = 1 - \frac{\langle m_1, m_2 \rangle}{|m_1| \times |m_2|} \quad (8)$$

由于对焦元的可信分配都大于零,因此式(8)中的证据向量方向差异度的取值范围为  $\beta \in [0, 1]$ 。其中  $\langle m_1, m_2 \rangle$  表示  $m_1$  与  $m_2$  的内积。

$$\langle m_1, m_2 \rangle = \sum_{A \subseteq P(\Theta)} \sum_{B \subseteq P(\Theta)} m_1(A) m_2(B) \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} \quad (9)$$

$\beta$  值越小,表明证据间的方向差异度越小。

**定义 8** 证据向量差异度。本文采用证据向量距离差异度与证据向量方向差异度的乘积作为证据向量间的差异度,可以表示为

$$\text{diff}(m_1, m_2) = \alpha(m_1, m_2) \beta(m_1, m_2) \quad (10)$$

对证据向量差异度定义的分析:从证据向量距离差异度和证据向量方向差异度的定义,当且仅当  $m_1 = m_2$  时,  $\text{diff}(m_1, m_2) = 0$ ,表明证据之间完全不冲突;否则,  $\text{diff}(m_1, m_2) \in (0, 1]$ 。

**定义 9** 修正的证据冲突系数。由例 2 可知 DS 证据理论中的冲突系数与直觉判断违背,因此,笔者认为直接采用基于证据向量差异度对证据间的冲突进行度量更合理。本文定义修正的冲突系数为

$$K_m = \text{diff}(m_1, m_2) \quad (11)$$

**例 4** 以例 2 中的特殊证据为例,假设收集到五条完全一致的证据,说明在 DS 证据冲突系数上进行修正是不合理的,会影响证据的有效。

通过文献[12]中的方法合成结果为:  $m(a) = 0.451933$ ,  $m(b) = 0.000441$ ,  $m(\Theta) = 0.547626$ 。证据合成结果表明经过合成之后,无法得出合理结果。其原因在于将冲突系数的表示中引入了不合理的部分(DS 冲突系数),降低了合理证据的可靠性,最终导致融合结果出现了错误。

### 4 基于新冲突系数的融合规则

基于上文定义的修正冲突系数,整理新的证据融合规则,假设共收集到  $n$  条证据,其证据融合算法步骤为:

a) 在给定辨识框架内计算给定证据集的冲突矩阵。根据式(11)计算证据  $i$  与  $j$  间的冲突系数,用  $K_m(i, j)$  表示。证据集的冲突矩阵为

$$C = \begin{bmatrix} 0 & K_m(1,2) & \cdots & K_m(1,n-1) & K_m(1,n) \\ K_m(2,1) & 0 & \cdots & K_m(2,n-1) & K_m(2,n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ K_m(n-1,1) & K_m(n-1,2) & \cdots & 0 & K_m(n-1,n) \\ K_m(n,1) & K_m(n,2) & \cdots & K_m(n,n-1) & 0 \end{bmatrix}$$

b) 根据冲突系数矩阵,计算证据间的相互支持度矩阵,证据  $i$  与  $j$  间的相互支持度用  $S_m(i, j)$  表示,则  $S_m(i, j) = 1 - K_m(i, j)$ ,那么证据集支持度矩阵为

$$S = \begin{bmatrix} 1 & S_m(1,2) & \cdots & S_m(1,n-1) & S_m(1,n) \\ S_m(2,1) & 1 & \cdots & S_m(2,n-1) & S_m(2,n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ S_m(n-1,1) & S_m(n-1,2) & \cdots & 1 & S_m(n-1,n) \\ S_m(n,1) & S_m(n,2) & \cdots & S_m(n,n-1) & 1 \end{bmatrix}$$

c) 根据证据集支持度矩阵,计算各证据的归一化权重,证据集合的权重向量为  $\omega = \{\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n\}$ ,其中:

$$\omega_i = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^n S_m(i, j)}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n S_m(i, j)} \quad (12)$$

d) 根据权重系数,对原始证据的基本可信度分配进行加权平均。

e) 对加权平均证据按照 DS 合成规则进行  $n-1$  次迭代融合。

### 5 数值算例

**算例 1** 采用文献[12]中的算例,辨识框架及初始证据如表 1 所示。

表 1 辨识框架及证据源信息

| 证据    | 辨识框架 $\Theta = \{a, b, c\}$ |        |        |
|-------|-----------------------------|--------|--------|
|       | 焦元 $a$                      | 焦元 $b$ | 焦元 $c$ |
| $m_1$ | 0.98                        | 0.01   | 0.01   |
| $m_2$ | 0                           | 0.01   | 0.99   |
| $m_3$ | 0.9                         | 0      | 0.1    |
| $m_4$ | 0.9                         | 0      | 0.1    |

从表 1 中的证据可以看出,第二组证据与其他证据有强烈的冲突,因此在融合过程中需要衰减其决定作用,而其他证据相互支持很高。几种融合方法对上述证据合成的结果如表 2 所示。

表 2 四种证据融合方法合成结果

| 融合法     | $m_1, m_2$          | $m_1, m_2, m_3$       | $m_1, m_2, m_3, m_4$   |
|---------|---------------------|-----------------------|------------------------|
| DS 法    | $m(a) = 0$          | $m(a) = 0$            | $m(a) = 0$             |
|         | $m(b) = 0.01$       | $m(b) = 0$            | $m(b) = 0$             |
|         | $m(c) = 0.99$       | $m(c) = 1$            | $m(c) = 1$             |
|         | $m(\Theta) = 0$     | $m(\Theta) = 0$       | $m(\Theta) = 0$        |
|         | $m(a) = 0$          | $m(a) = 0$            | $m(a) = 0$             |
| Yager 法 | $m(b) = 0.001$      | $m(b) = 0$            | $m(b) = 0$             |
|         | $m(c) = 0.0099$     | $m(c) = 0.00099$      | $m(c) = 0.00099$       |
|         | $m(\Theta) = 0.99$  | $m(\Theta) = 0.99901$ | $m(\Theta) = 0.999901$ |
|         | $m(a) = 0.18$       | $m(a) = 0.321$        | $m(a) = 0.42$          |
| 孙全法     | $m(b) = 0.004$      | $m(b) = 0.003$        | $m(b) = 0.003$         |
|         | $m(c) = 0.194$      | $m(c) = 0.188$        | $m(c) = 0.181$         |
|         | $m(\Theta) = 0.622$ | $m(\Theta) = 0.448$   | $m(\Theta) = 0.396$    |
|         | $m(a) = 0$          | $m(a) = 0.5532$       | $m(a) = 0.798$         |
| 蒋雯法     | $m(b) = 0.00015$    | $m(b) = 0$            | $m(b) = 0$             |
|         | $m(c) = 0.01485$    | $m(c) = 0.0624$       | $m(c) = 0.0401$        |
|         | $m(\Theta) = 0.985$ | $m(\Theta) = 0.3844$  | $m(\Theta) = 0.2019$   |
|         | $m(a) = 0.4898$     | $m(a) = 0.994838$     | $m(a) = 0.999492$      |
| 本文      | $m(b) = 0.000204$   | $m(b) = 0$            | $m(b) = 0$             |
|         | $m(c) = 0.509996$   | $m(c) = 0.005162$     | $m(c) = 0.000508$      |
|         | $m(\Theta) = 0$     | $m(\Theta) = 0$       | $m(\Theta) = 0$        |

从合成结果可以看出:

a)在DS证据理论中,尽管大部分证据强烈地支持焦元 $a$ ,但是由于第二组证据对焦元 $a$ 的支持度为零,导致了最终融合结果出现了违背直觉的错误。

b)在Yager的合成规则中,由于将所有的冲突都分配到不确定的整个辨识框架上,导致在出现冲突证据时,无法正确地识别出最终结果。而孙全的方法同样基于Yager的思想,对冲突进行分配,虽然最后正确识别出了证据支持结果,但是收敛速度很慢,直到第四组证据出现才收敛。

c)蒋的方法和本文提出的方法都能有效合成上述冲突证据,说明本文提出的算法是可行的,能够有效地解决冲突证据的融合问题。同时从证据合成的收敛情况来看,本文方法在引入了证据向量的差异度计算的同时屏蔽了DS证据理论中冲突系数的不合理部分,有效地增强了冲突证据的对比度,使证据合成收敛速度更快。

## 6 结束语

本文通过引入证据向量差异度的冲突系数表示方法,综合考虑证据向量的Jousselme距离差异度和证据向量的方向差异度,充分展现证据间的冲突程度,使证据间的冲突表示更加合理和客观。在此基础上给出了新的证据权重计算和证据融合步骤。最后通过数值算例验证了本文所提出的改进方法在解决冲突证据融合问题上是有有效的、可行的,相比其他的算法,具有一定的鲁棒性,能快速过滤干扰证据的影响并收敛。

### 参考文献:

- [1] DEMPSTER A P. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping [J]. *Annals of Mathematical Statistics*, 1967, 38 (2):325-339.
- [2] SHAFER G. A mathematical theory of evidence [M]. Princeton: Princeton University Press, 1976.
- [3] 万树平,董九英.空袭目标识别的证据理论方法[J]. *计算机工程与应用*, 2010, 46(1):206-207.
- [4] 李巍华,张盛刚.基于改进证据理论及多神经网络融合的故障分类[J]. *机械工程学报*, 2010, 46(9):93-99.
- [5] 吕文红,吴祈宗.基于D-S证据理论的群决策专家意见集结方法[J]. *运筹与管理*, 2005, 14(12):10-14.
- [6] SMETS P, KENNES R. The transferable belief model[J]. *Artificial Intelligence*, 1994, 66(3):191-243.
- [7] YAGER R R. On the Dempster-Shafer approach to diagnosing hierarchical hypotheses[J]. *Communication of ACM*, 1989, 32(5):573-585.
- [8] LEFEVRE E, GOLOT O, VANNOORENBERCHE P. Belief function combination and conflict management [J]. *Information Fusion*, 2002, 3(3):149-162.
- [9] MURPHY C K. Combining of belief functions when evidence conflicts [J]. *Decision Support Systems*, 2000, 29(1):1-9.
- [10] DENG Yong, SHI Wen-kang, ZHU Zhen-fu, et al. Combining belief functions based on distance of evidence [J]. *Decision Support Systems*, 2004, 38(3):489-493.
- [11] 陆文星,梁昌勇,丁勇.一种基于证据距离的客观权重确定方法[J]. *中国管理科学*, 2008, 16(6):96-99.
- [12] 蒋雯,张安,邓勇.基于新的证据冲突表示的信息融合方法研究[J]. *西北工业大学学报*, 2010, 28(1):27-32.
- [13] LIU Wei-ru. Analyzing the degree of conflict among belief functions [J]. *Artificial Intelligence*, 2006, 170(11):909-924.
- [14] JOUSSELME A L, GRENIER D, BOSSE E. A new distance between two bodies of evidence [J]. *Information Fusion*, 2001, 2(1):91-101.