

# 基于随机 PERT 网络 Monte-Carlo 仿真的任务可靠性分析\*

唐建, 严骏, 凌海风, 江勋林

(解放军理工大学工程兵工程学院机械装备系, 南京 210007)

**摘要:** 为研究复杂系统的保障可靠性, 在对保障系统任务可靠性、任务可靠度和任务可靠度密度及其估计进行定义的基础上, 用 PERT 网络对保障任务流程进行建模, 并用 Monte-Carlo 方法对 PERT 网络的任务工期进行仿真, 进而进行基于仿真结果的任务工期概率特性分析、保障系统任务可靠性分析、路径及工作的重要性分析等。在对仿真结果的分析过程中, 考虑工作持续时间服从非对称分布形式, 选用比常用的正态分布形状适应度更好的  $\beta$  分布对任务持续时间进行概率密度函数拟合, 并用粒子群算法对  $\beta$  分布参数进行寻优。对维修计划网络的仿真和分析表明, 用 Monte-Carlo 方法对保障系统进行任务可靠性分析不受工作持续时间概率特性和工作间逻辑关系的限制, 具有解析方法所不具有的广泛适用性, 且基于粒子群的  $\beta$  分布参数寻优能以较高的精度估计出任务可靠性曲线的相关参数。

**关键词:** 任务可靠性; PERT 网络; 蒙特卡罗; 仿真; PSO

**中图分类号:** TP391.9      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-3695(2012)08-2948-04

**doi:**10.3969/j.issn.1001-3695.2012.08.038

## Mission reliability analysis based on Monte-Carlo simulation of stochastic PERT network

TANG Jian, YAN Jun, LING Hai-feng, JIANG Xun-lin

(Dept. of Machinery & Equipment, Engineering Institute of Engineering Corps, PLA University of Science & Technology, Nanjing 210007, China)

**Abstract:** To research the supporting reliability of complex system, the mission reliability is defined and PERT network is used to model the process of supporting mission. In considering that the duration of the works are random variables subjected to  $\beta$  distribution, used Monte-Carlo simulation method to simulate the duration of stochastic PERT network, and analyzed the result of simulation comparatively. During the analysis, PSO used to estimate the  $\beta$  distribution parameters, and then the probability characteristics of the network's duration, the mission reliability of the support system, analyzed the importance of line and work to mission reliability. The simulation and analysis of an equipment maintenance PERT network shows that the use of Monte-Carlo method to simulate the task duration and analysis the task reliability of supporting system is not restricted to the probability characteristics of the works' durations and the logical relationship between the works, so its applicability is broader than the analytical methods. In addition, the parameters of task reliability curve can be estimated with high accuracy by particle swarm optimizer.

**Key words:** mission reliability; PERT network; Monte-Carlo; simulation; PSO

## 0 引言

军事保障系统作为大的复杂系统,其不可靠主要来源于两个大的方面:a)节点运作的不可靠;b)节点间衔接的不可靠<sup>[1]</sup>。无论是节点的内部运作,还是节点间的衔接,都以工作流程为基础,每项工作所消耗的时间将直接影响到系统在规定时间内完成规定保障任务的任务可靠性。

在各种网络分析方法中,计划评审法(PERT)克服了关键路径法(CPM)中工作持续时间必须是确定值的不足,可处理逻辑关系确定但持续时间不确定的任务工期问题<sup>[2]</sup>。但其对网络的分析建立在工作时间期望值基础上,所计算出的任务时

间较实际偏短<sup>[3]</sup>。同时,PERT还限定其他路径成为关键路径的概率为0<sup>[4]</sup>,而实际上,当非关键路径中的一项或多项工作时间的偏差达到一定程度时,就可能转变为关键路径,任务工期也随之变化。

目前,考虑工作时间随机性的网络分析的研究主要集中在风险分析领域<sup>[5]</sup>。专门针对最长路径的研究方法主要有串并联简化法、机会约束规划法、马尔可夫 PERT 网络分析法、马尔可夫骨架方法等。这些方法或是对弧线长度的概率分布函数加以限制,如机会约束规划法要求弧线长度服从负指数分布<sup>[6]</sup>,或是需要复杂的公式推导,其应用受到一定的限制。在工作时间分布是否独立未知、关键路径唯一性假设不足的情况

**收稿日期:** 2012-01-12; **修回日期:** 2012-02-13      **基金项目:** 解放军理工大学青年基金资助项目(42413461A)

**作者简介:** 唐建(1977-),女,四川成都人,博士研究生,主要研究方向为装备保障、优化决策(tjxyqd@yahoo.com.cn);严骏(1962-),男,教授,博导,博士,主要研究方向为装备管理与保障;凌海风(1972-),女,副教授,硕导,博士,主要研究方向为装备保障自动化;江勋林(1984-),江西南康人,硕士研究生,主要研究方向为装备保障优化决策。

下,用解析的方法难以推导出复杂网络的时间参数及其分布特征,仿真的方法正好可以弥补这样的缺陷。

### 1 系统任务可靠性及相关定义

#### 1.1 任务可靠性、任务可靠度及可靠性密度函数

在保障系统中,同一个节点会在不同的任务中担任不同的角色,其可靠性必然基于具体任务进行评价。因此,将系统的任务可靠性定义为:在规定的保障资源约束条件下,系统在规定时间内完成规定保障任务的可能性。任务可靠度即这种可能性的大小即概率,用  $R(t)$  表示。

$$R(t) = P(T < t) \tag{1}$$

$R(t)$  表示完成任务实际所用时间  $T$  不超过规定时间  $t$  的概率, $R(0) = 0, R(\infty) = 1$ 。在时间  $t$  的单位时间内完成规定保障任务的概率,称为任务可靠度密度函数,用  $f(t)$  表示,它是任务可靠度  $R(t)$  随时间的变化率,即

$$f(t) = \frac{dR(t)}{dt} = R'(t) \tag{2}$$

#### 1.2 任务可靠度及可靠度密度函数的估计

由于 Monte-Carlo 仿真方法实际上就是一种统计实验方法,因此有必要定义任务可靠度及可靠度密度函数的估计。由伯努利大数定律可知,当独立抽样次数充分大时,某一事件  $A$  出现的概率  $\hat{P}$  依概率收敛于其发生的概率  $P$ 。因此,在时间  $t$  处,系统的任务可靠度估计值用式(3)计算,任务可靠性密度估计值用式(4)计算。

$$\hat{R}(t) = \frac{n_f(t)}{n(t)} \tag{3}$$

$$\hat{f}(t) = \frac{\hat{R}(t + \Delta t) - \hat{R}(t)}{\Delta t} = \frac{1}{n} \times \frac{\Delta n_f(t)}{\Delta t} \tag{4}$$

其中: $n$  为仿真次数; $n_f(t)$  为在规定时间内  $t$  内完成规定任务的次数; $\Delta n_f(t)$  为在  $(t, t + \Delta t)$  时间范围内完成任务的次数。

### 2 基于仿真的任务可靠性分析

基于 PERT 网络 Monte-Carlo 仿真的保障系统任务可靠性分析分为三个主要步骤:a)利用 PERT 网络对任务流程进行建模;b)采用 Monte-Carlo 仿真方法对 PERT 网络进行多次仿真,获取仿真结果;c)对仿真结果进行概率特征分析和任务可靠性分析。

#### 2.1 基于 PERT 网络的任务流程建模

PERT 网络以有向网络图的形式表现一项任务中各项工作时间顺序上的相互依赖性<sup>[4]</sup>,可作为工作流程的建模工具。

以某维修单位承担的某项装备维修任务为例,完成该任务需要开展的各项任务之间的约束关系如图 1 所示。网络中的工作由起始节点、终止节点以及连接两个节点的有向弧线表述,因此该网络是一个双代码网络<sup>[7]</sup>,用  $G = (V, A, C)$  表示。其中: $V = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$  为网络的节点集; $A \subset N \times N (N = 6)$  为网络的弧线集; $C = \{c_{ij}(t) | (i, j) \in A\}$  是弧权的集合,为随机矩阵。网络中,从标志任务开始的源点①到标志其结束的汇点⑥之间存在多条路径。路径的长度即组成该路径的所有弧线长度之和。网络中最长的路径则为关键路径,它是完成该任务所需要的总时间。关键路线上的工作即关键工作。

需特别说明的是,图 1 中连接节点④、⑤的有向弧线为虚线,则工作④-⑤称为虚工作。这类工作不消耗时间和资源,

仅用来表示时间上的约束关系。也有文献在描述工作之间的时间关系时,区分了结束后开始、开始后开始、结束后结束、开始后结束等情况<sup>[8]</sup>,但都可以通过引入虚工作进行简化,在此不对上述约束关系作专门考虑。

#### 2.2 基于 Monte-Carlo 法的随机 PERT 网络仿真

Monte-Carlo 法以概率统计理论为其主要理论基础,以随机抽样为主要手段,利用与待解问题具有相同概率特征的随机实验进行统计分析<sup>[9]</sup>。该方法有很强的问题适应性,问题的几何形状和复杂性对其求解影响不大,可用于解决解析法、指数法等难以解决甚至无法解决的复杂问题<sup>[10,11]</sup>。

##### 2.2.1 基本假设

利用 Monte-Carlo 方法对保障任务 PERT 网络进行仿真基于三点假设:a)网络计算工期即实际工期,不考虑有等待或可延误的情况;b)后续工作在其前导工作完成后立即开始,不利用时差;c)网络中任意两个工作的持续时间是独立的。

##### 2.2.2 工作持续时间概率特性及随机数生成

根据各项工作持续时间的概率分布特征,编制服从相应的随机数发生器产生表示工作持续时间的随机数是进行 PERT 网络 Monte-Carlo 仿真的基础,而确定网络中各项工作持续时间的概率分布特性则是编制随机数发生器首要的第一步。大量文献对此进行了专门研究,如文献[5]认为工作持续时间服从三角分布,文献[12]认为服从正态分布,而更多的文献如文献[13,14]则认为服从  $\beta$  分布。

$\beta$  分布的特点是其概率密度函数单峰且有界,其适应度很强,能够拟合包括正态分布( $\gamma = \eta = 4$ )、瑞利分布( $\gamma = 2, \eta = 3.4$ )、梯形分布( $\gamma = \eta = 2$ )、均匀分布( $\gamma = \eta = 1$ )等在内的多种分布(图 2)。其概率密度曲线既可以是 对称的( $\gamma = \eta$ ),也可以是非对称的( $\gamma \neq \eta$ );既可以是凸的( $\gamma > 1$  且  $\eta > 1$ ),也可以是非凸的( $\gamma \leq 1$  或  $\eta \leq 1$ )。因此,本文选用  $\beta$  分布对工作持续时间的概率特性进行描述,并采用常用的三时估计法计算出  $\beta$  分布参数。

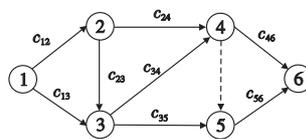


图1 某维修任务的PERT图建模

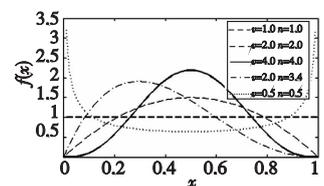


图2 具有不同形状参数的  $\beta$  分布概率密度曲线

所谓三时估计法是指在已知工作时间的最乐观值  $t_o$ 、最可能值  $t_m$  和最悲观值  $t_p$  的基础上,用经验公式(5)和(6)计算出工作持续时间的均值  $\mu$  和方差  $\sigma^2$ ,并用式(7)和(8)计算出  $\beta$  分布的形状参数  $\gamma$  和  $\eta$ 。 $\beta$  分布随机数参考了文献[9,15]。

$$\mu = \frac{a + 4m + b}{6} \tag{5}$$

$$\sigma = \frac{b - a}{6} \tag{6}$$

$$\gamma = \frac{(\mu - a)^2 (b - \mu) - \sigma^2 (\mu - a)}{\sigma^2 (b - a)} \tag{7}$$

$$\eta = \frac{(\mu - a) (b - \mu)^2 - \sigma^2 (b - \mu)}{\sigma^2 (b - a)} \tag{8}$$

##### 2.2.3 PERT 网络 Monte-Carlo 仿真的基本步骤

采用 Monte-Carlo 法仿真随机 PERT 网络的步骤为:

a)对 PERT 网络进行分析,用穷举的方法列出网络中的所

有路径。

b) 为每项工作生成满足其概率特性的随机数。

c) 计算每条路径的持续时间, 得到本次仿真的关键路径及其持续时间。

d) 对每条路径成为关键路径的次数进行累加, 对每项工作成为关键路径的次数进行累加。

e) 仿真至预先设定的仿真次数(最大仿真次数取决于置信度水平及允许误差, 本文将最大仿真次数设为 10 000 次)。

### 2.2.4 基于仿真结果的任务可靠性分析

在上述仿真基础上, 可对任务工期概率分布特性、系统任务可靠度、路径及工作重要度进行分析。

就任务工期概率密度曲线拟合问题而言, 大多数文献都用正态分布对样本进行概率密度曲线拟合, 但正态分布为对称分布, 对于分布具有偏态特征的样本进行拟合必然导致较大的误差, 因此, 选用具有更好的形状适应性的  $\beta$  分布进行拟合。

值得一提的是,  $\beta$  分布参数估计的方法很多, 常见的有迭代方法<sup>[16]</sup>和前文所述的三点估计法。大量实验表明, 在  $\gamma > 1$  且  $\eta > 1$  (即概率密度曲线为凸) 的情况下, PSO 对  $\beta$  分布参数的估计精度好于其他方法。因此, 本文选用  $\beta$  对样本进行拟合。

## 3 实例分析

以图 1 所示的维修保障任务 PERT 图为例, 进行 Monte-Carlo 的仿真, 并基于仿真结果进行系统任务可靠性分析。

### 3.1 工作持续时间的 $\beta$ 分布参数及随机数的产生

如前所述, 网络中的各项工作服从  $\beta$  分布, 并且已知其最乐观值  $t_o$ 、最可能值  $t_m$  和最悲观值  $t_p$ , 用三时估计法计算得到的工作持续时间  $\beta$  分布参数列于表 1。随后, 每项工作都分别采用独立的  $\beta$  随机数发生器产生服从  $\beta$  分布的时间量。

表 1 工作持续时间及计算出的  $\beta$  分布参数

工作	持续时间/h			$\beta$ 分布参数估计			
	$t_o$	$t_m$	$t_p$	$a$	$b$	$\gamma$	$\eta$
①-②	1.6	2.5	3.3	1.6	3.3	4.149 7	3.836 5
①-③	4.9	6.7	8.2	4.9	8.2	4.224 9	3.742 0
②-③	4.2	5.8	7.0	4.2	7.0	4.336 2	3.582 1
②-④	2.8	3.3	4.9	2.8	4.9	2.246 0	4.656 4
③-④	3.2	4.3	5.5	3.2	5.5	3.880 4	4.112 1
③-⑤	3.5	5.2	6.2	3.5	6.2	4.533 7	3.197 4
④-⑤	0	0	0	0	0	0	0
④-⑥	5.8	7.5	9.6	5.8	9.6	3.698 7	4.257 0
⑤-⑥	4.4	6.3	8.7	4.4	8.7	3.665 0	4.280 9

### 3.2 多组仿真结果对比分析

采用 Monte-Carlo 方法对维修任务 PERT 网络进行了五组仿真, 每组仿真次数为 10 000 次。

表 2 所列五组仿真中各条路径成为关键路径的次数。将各组结果相比较, 各路径成为关键路径的次数与总仿真次数的比值表现出显著的概率统计稳定性, 说明了利用 Monte-Carlo 方法对随机 PERT 网络进行仿真分析的可行性。

此外, 根据所有工作持续时间的最可能值  $t_m$  计算出的关键路径为①-②-③-④-⑥。而对于随机 PERT 网络而言, ①-②-③-④-⑥成为关键路径的可能性最大, 约为 63%; 其次是①-②-③-⑤-⑥, 约为 34%。同时, 其他路径, 如①-②-③-④-⑤-⑥、①-③-④-⑥也都有成为关键路

径的可能性, 尽管这种可能性很小。

表 2 多组仿真结果中路径成为关键路径的次数对比

路径	关键路径/次				
	1	2	3	4	5
①-②-④-⑥	0	0	0	0	0
①-②-④-⑤-⑥	0	0	0	0	0
①-②-③-④-⑥	6 261	6 314	6 226	6 229	6 248
①-②-③-④-⑤-⑥	120	112	96	120	143
①-②-③-⑤-⑥	3 424	3 384	3 472	3 443	3 412
①-③-④-⑥	128	122	134	126	126
①-③-④-⑤-⑥	3	2	1	2	4
①-③-⑤-⑥	64	66	71	80	67

### 3.3 基于仿真结果的任务可靠性分析

以第一组仿真结果为例, 对维修系统的任务可靠性进行分析, 可获得仿真基础上的任务工期概率分布密度图, 并可在此基础上拟合出任务工期的概率密度曲线和系统的任务可靠度曲线, 如图 3 所示。

#### 1) 任务工期的概率密度曲线拟合

如前所述, 选用对  $\beta$  分布拟合效果更好的 PSO 进行仿真样本的  $\beta$  分布参数估计。估计出  $\beta$  分布的参数  $a$ 、 $b$ 、 $\gamma$  和  $\eta$  如表 3 所示。

表 3 基于 PSO 的  $\beta$  分布参数估计

组序	$\beta$ 分布参数估计			
	$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\eta}$
1	14.000 0	24.000 0	20.396 8	11.601 6
2	14.000 0	24.000 0	19.793 1	11.236 4
3	14.000 0	24.000 0	20.210 2	11.487 2
4	14.000 0	24.000 0	19.896 1	11.314 6
5	14.000 0	24.000 0	19.609 3	11.214 0

值得一提的是, PSO 不仅可估计形状参数  $\gamma$  和  $\eta$ , 还可估计形状参数  $a$  和  $b$ , 为那些在仿真中没有发生但又有极小概率发生的小概率事件预留了空间。例如本例中, 最大工期理论值(即所用工作都在悲观时间完成)为 25.4 h(路线①-②-③-④-⑥), 最短工期理论值(所用工作都在乐观时间完成)为 14.8 h(路线①-②-③-④-⑥)。表 4 中所列为五组仿真样本中的工期最大值  $t_{max}$  和最小值  $t_{min}$ , 可知仿真样本并没有覆盖整个理论分布区间, 工期虽有在区间  $[14.8 t_{min}]$  或  $[t_{max} 25.4]$  中出现的可能, 但由于概率太小而未在仿真中出现。从参数估计的角度看, 以往的估计方法将样本中的最大值  $t_{max}$  作为  $b$  的估计值, 将最小值  $t_{min}$  作为  $a$  的估计值。从表 3 中 PSO 的估计结果来看, 其估计出的分布区间  $[\hat{a} \hat{b}]$  为  $[14.000 0 24.000 0]$ , 与理论分布区间更接近。

表 4 仿真样本中的最大、最小值及尺寸参数

任务工期 /h	第 $i$ 组仿真				
	1	2	3	4	5
$t_{min}$	17.45	17.24	17.38	17.63	17.38
$t_{max}$	23.39	23.20	23.24	23.54	23.75

此外, 就拟合误差而言, 用 PSO 对第一组仿真样本进行  $\beta$  分布拟合的误差为  $4.0735e-11$ , 用传统迭代方法<sup>[16]</sup>的误差为  $8.5496e-09$ , 而用正态分布拟合的误差为  $1.6150e-06$ 。其他四次仿真的拟合误差结果类似。显然, 对系统的任务可靠性分析而言,  $\beta$  分布比正态分布具有更好的拟合优度。

图 3 中同时绘制了对样本用 PSO 拟合的  $\beta$  分布曲线和用正态分布拟合的曲线, 相对于呈对称状的正态分布曲线可以看出, 用  $\beta$  分布拟合出的概率密度曲线为略偏右型, 即  $\gamma > \eta$  (用

PSO 估计出的  $\hat{\gamma}$  为 20.396 8,  $\hat{\eta}$  为 11.601 6)。

2) 任务可靠度  $R(t)$  和任务时间  $T_r$  分析

根据 PSO 的参数估计结果,可进一步获得  $\beta$  分布下任务工期的累积密度函数,即系统的任务可靠度函数任务可靠度曲线如图 4 所示,并在此基础上计算出系统在各时间点的任务可靠度  $R(t)$  和不同可靠度下的可靠时间  $T_r$ 。

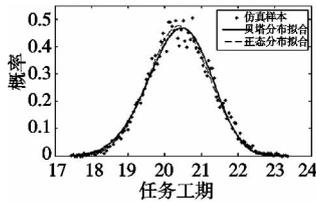


图3 任务工期的概率密度分布及拟合结果

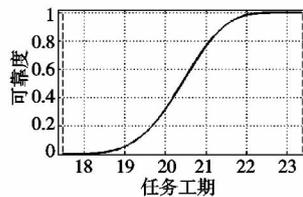


图4 任务可靠度曲线

计算出 14、16、18、20、22 h 的可靠度分别为 0、3.9350e - 08、0.0033、0.3209、0.9812、1.0000。其中,任务在 16 h 内完成的可能性非常小,为 3.9350e - 08,这也正是在仿真样本中没有出现这类小概率事件的原因。

另外,由于任务可靠度  $R(t)$  与任务时间  $t$  有一一对应关系,在给定可靠度值  $r$  (即  $R(T_r) = r$ ) 时,可以获得对应的任务可靠时间  $T_r$ 。本例中,根据仿真样本拟合的可靠度函数计算出的任务可靠度达到 50%、75%、90%、95%、97.5%、99% 和 99.5% 的任务可靠时间分别为 17.66、18.20、18.70、19.00、19.25、19.55 和 19.75,且五组样本的结果完全一致。

3) 路径及工作的重要度分析

路径及工作的重要度分析有利于找出对任务可靠性影响最大、或为提高任务可靠性而最需要着力改善的环节。从统计的角度定义的路径重要度  $I_l(k)$  和工作重要度  $I_w(i,j)$  为

$$I_l(k) = l_k/n \tag{9}$$

$$I_w(i,j) = w_{ij}/n \tag{10}$$

其中: $l_k$  为路径  $k$  成为关键路径的次数, $w_{ij}$  为工作  $i-j$  成为关键工作的次数。

以第一组仿真结果为例,路径①-②-③-④-⑥成为关键路径的次数最多,其重要度为 0.6261,其次是路径①-②-③-⑤-⑥,重要度为 0.3424。各项工作的重要度及排序如表 5 所示。当某条路径的  $I_l(k)$  值远远大于其他路径时,说明关键路径比较稳定,发生转移的可能性较小;而工作的  $I_w(i,j)$  值越高,则说明缩短其持续时间对提高系统任务可靠性的作用越大,应成为管理的重点,如本例中的工作①-②和②-③。

表 5 工作重要度及排序

工作	关键工作/次					重要度 排序
	1	2	3	4	5	
①-②	9 805	9 810	9 794	9 792	9 803	1
①-③	195	190	206	208	197	6
②-③	9 805	9 810	9 794	9 792	9 803	1
②-④	0	0	0	0	0	7
③-④	6 512	6 550	6 457	6 477	6 521	2
③-⑤	3 488	3 450	3 543	3 523	3 479	5
④-⑥	6 389	6 436	6 360	6 355	6 374	3
⑤-⑥	3 611	3 564	3 640	3 645	3 626	4

4 结束语

本文提出在利用 PERT 网络对保障任务流程进行建模的基础上,用 Monte-Carlo 方法对其进行仿真,并进行基于仿真结

果的系统任务可靠性分析和路径、工作重要度分析,这对于研究和提高军事保障系统的任务可靠性具有理论和实际意义。

本文只选择了一个简单的维修任务网络对所提出的方法进行说明和分析,许多保障任务的 PERT 网络会更加复杂,可采用子网络分解,或先用等效函数方法简化网络中的串、并联及环路结构进行简化,再进行仿真等方法。

通过实例可以发现,采用 Monte-Carlo 方法对随机 PERT 网络进行仿真时,每项工作都可以分别采用独立的随机数发生器产生服从已知分布的时间量,在一部分工作时间为随机量、另一部分工作时间为确定量,或者工作时间具有不同分布的复杂情况下,它具有其他解析方法所不具备的优势。仿真过程也不受网络源点、汇点及节点个数的限制。

参考文献:

- [1] 陈国华,张根保,任显林,等.基于故障树分析法的供应链可靠性诊断方法及仿真研究[J].计算机集成制造系统,2009,15(10):2034-2038.
- [2] KEEFER D,VERDINI W. Better estimation of PERT activity time parameters [J]. Management Science,1993,5(7):1086-1091.
- [3] 李景茹.不确定网络进度仿真研究[J].基建优化,2007,28(2):43-46.
- [4] ANDERSON D R,SWEENEY D J,WILLIAMS T A,et al. 数据、模型与决策:管理科学篇[M].11版.侯文华,译.北京:机械工业出版社,2009:256-298.
- [5] 赵建国.蒙特卡洛模拟在随机网络中的工程应用[J].内蒙古工业大学学报,2004,23(3):236-240.
- [6] 张玄,赵清贵.随机网络最长路径的概率分布[J].重庆文理学院学报:自然科学版,2008,27(4):12-14.
- [7] 运筹学教材编写组.运筹学[M].3版.北京:清华大学出版社,2005:286-300.
- [8] 王付刚.蒙特卡洛仿真在项目进度管理中的应用研究[D].无锡:江南大学,2009.
- [9] 薛青,汤再江,郑长伟,等.装备作战仿真基础[M].北京:国防工业出版社,2010:58-76.
- [10] 王胜友.基于随机故障序列的系统动态可靠性建模及仿真研究[D].南京:东南大学,2008.
- [11] ROBERT C P,CASELLA G. MonteCarlo statistical methods[M]. 2nd ed. New York:Springer-Verlag,2004:174-209.
- [12] 程五一,王贵和,吕建国.系统可靠性理论[M].北京:中国建筑工业出版社,2010:219-255.
- [13] 刘勇,郑俊杰,郭嘉.β分布的参数确定及其在岩土工程中的应用[J].岩土工程技术,2006,20(5):240-243.
- [14] 李学京.置信分布的贝塔分布近似及其在可靠性统计中的应用[J].强度与环境,2007,34(2):17-23.
- [15] 邵延峰.系统可靠性数字仿真方法研究及其程序实现[D].西安:西北工业大学,2007.
- [16] HAHN G J,SHAPIRO S S. Statistical models in engineering [M]. New York:Wiley,1994:1234-1251.
- [17] PARSOPOULOS K E,VRAHATIS M N. Parameter selection and adaptation in unified particle swarm optimization [J]. Mathematical and Computer Modeling,2007,46(1-2):198-213.
- [18] YONG Long-guan. Particle swarm optimization for absolute value equations [J]. Journal of Computational Information Systems, 2010,6(7):2359-2366.
- [19] SHANKAR N R,BABU S S,THORANI Y L P,et al. Right skewed distribution of activity times in PERT[J]. International Journal of Engineering Science,2011,3(4):2932-2938.