

基于局部自适应混合积分的动态布料 模拟快速方法*

沈才樑^{1,2}, 李伟¹, 俞立峰¹, 张明敏²

(1. 浙江工业职业技术学院 数字媒体与信息工程学院, 浙江 绍兴 312000; 2. 浙江大学 CAD & CG 国家重点实验室, 杭州 310000)

摘要: 针对布料动态模拟中快速稳定求解的瓶颈问题, 提出了一种局部自适应的混合积分方法。在每一时间步长, 网格中质点利用自身模拟参数求解一稳定的判断准则, 据此自适应判定该质点相连弹簧不同弹性力部分引起的运动方程采用何种数值积分求解, 从而有效提高了模拟效率且可以并行计算。另外, 针对线性方程组的特点, 用快速超松弛迭代法代替传统的共轭梯度法来求解, 进一步提高了系统的性能表现。实验表明, 该方法具有近似线性的复杂度, 便于并行计算, 并具有良好的稳定视觉效果。

关键词: 局部自适应; 布料模拟; 数值积分; 质点—弹簧模型

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2012)07-2740-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.07.093

Fast dynamic cloth simulation based on local adaptive hybrid integration

SHEN Cai-liang^{1,2}, LI Wei¹, YU Li-feng¹, ZHANG Ming-min²

(1. School of Digital Media & Information Engineering, Zhejiang Industry Polytechnic College, Shaoxing Zhejiang 312000, China; 2. CAD & CG National Key Laboratory, Zhejiang University, Hangzhou 310000, China)

Abstract: The speed and stability of numerical simulation methods in cloth simulation is the bottlenecks problem. This paper presented a novel adaptive implicit-explicit (IMEX) scheme, locally in both space and time. This scheme which took advantage of simulation parameters, applied a local stability criterion to decide the IMEX splitting during the simulation adaptively. Then the simulation could be solved more efficiently and in parallel. In addition, introduced a fast iteration method to instead of the modified preconditioned conjugate gradient for linear equations characteristics. It further directly improved the efficiency of the computation at each time step. Experimental results show that the algorithm has approximate linear computational complexity and in parallel, gives a stable vision effect.

Key words: local-adaptive; cloth simulation; numerical integration; mass-spring model

0 引言

布料是一种典型的柔性物体, 布料动态模拟一直是计算机动画领域的研究热点, 它在网络游戏、三维虚拟服装展示、影视特效制作和计算机仿真等领域有着十分广泛的应用。

Terzopoulou^[1]等人是较早采用物理方法进行织物模拟的学者, 他们运用连续弹性理论来模拟布料的形状和运动, 成功模拟了柔性物体对外力的动力学响应。Provot^[2]提出了一种基于粒子系统的弹簧—质点模型, 采用了简单的显式 Euler 法求解系统微分方程组。由于物理模型简单灵活, 该方法在效率上比基于 Terzopoulou 模型的方法有明显提高。显式积分方法构造非常简单, 单步计算时间短。然而众所周知, 当数值积分的时间步较长或者物理模型中弹簧的刚度较大时, 它们在求解系统动力学方程的过程中将难以保证计算稳定。

为此, Baraff 等人^[3]引入半隐式积分方法, 结合共轭梯度方法较好地解决了布料动态模拟稳定问题。隐式方法在保证系统稳定的同时允许大步长, 从而可以实时展现织物的自然动

态。但 Baraff 是用线性逼近非线性的约束, 才得到一个可以方便求解的线性方程组。实际上并未将布料形变的非线性因素考虑进去, 因此, 当遇到强刚性问题时, 隐式法的步长选取同样受限。Desbrun 等人^[4]在隐式方法的基础上提出一种预先修正方法。他们将粒子系统的弹簧约束力分为线性和非线性两部分考虑, 并只允许线性部分参与半隐式积分, 预先求解恒定的线性部分逆矩阵, 再通过引入修正力保持角动量平衡进行事后修正, 从而导入非线性因素。这种处理使得结果中布料非线性变形的误差非常大, 同时会造成布料表面褶皱的生成大量减少。

Choi 等人^[5]注意到动态布料模拟系统的稳定性不仅与数值积分方法有关, 而且还与物理模型的稳定性有着密切关系。布料的后屈曲失稳就是一种不稳定的物理过程, 它会影响模拟的稳定性和速度, 因此提出立即失稳模型 (immediate buckling model), 将压缩和弯曲弹簧统一处理, 避免了后屈曲失稳问题 (post-buckling instability)。

在 Baraff 等人工作的基础上, 本文提出一种局部自适应混合积分方法。

收稿日期: 2011-11-23; **修回日期:** 2012-01-04 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (60970076); 绍兴市重点科技攻关项目 (2010A21034)

作者简介: 沈才樑 (1973-), 男, 浙江绍兴人, 副教授, 硕士, 主要研究方向为虚拟现实、系统仿真、视频与图像处理 (scly1996@163.com)。

1 弹簧—质点模型

弹簧—质点模型是把一块布料看做一个 $m \times n$ 大小的网格结构,网格的经线与纬线的交点用一个质点表示。本文算法采用类似 Choi 的布料网格模型,该模型将布料连续质量空间离散为四边形网格结构的粒子系统,粒子之间用无质量的、自然长度不为零的各种弹簧连接,如图 1 所示。

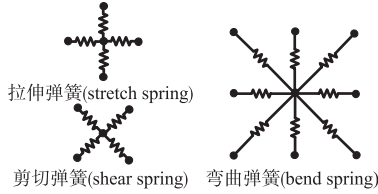


图1 弹簧间的连接关系模型

结构弹簧用于阻止布料在垂直、水平两个方向过度拉压变形;剪切弹簧用于阻止倾斜方向过度变形并模拟布料的伸展性;弯曲弹簧用于模拟布料在弯曲或折叠时的抗弯曲性能,由于其弹性系数较小,在模拟中有时可以不考虑。

本文的布料网格模型与 Choi 的立即失稳模型一致,然而力学模型与 Choi 的模型却不相同,一个重要的不同点是在相邻粒子间加入了维持布料内部结构的压缩弹簧。立即失稳模型中将布料弯曲行为看做是一种受压立即失稳的压杆,并假定所有压杆变形后呈圆弧状,以此来计算粒子间的弯曲力。这种方法计算非常复杂,然而即便如此它也难以模拟出物理上准确的弯曲行为。Choi 在实验中观察到了压缩弹簧阻碍布料弯曲以及影响系统稳定性的现象,这实际上是由于半隐式积分方法在计算(或预测)下一个时刻压缩力时,在其中引入了一个阻碍布料弯曲的力,而当前时刻的压缩力并不会阻碍弯曲的发生。基于此,本文在粒子系统中加入了高刚度的压缩弹簧以支撑布料模型的粒子结构,同时对压缩力的 Jacobian 矩阵进行修正,使得上述阻碍布料弯曲的力不会产生。这样既保证了布料局部不会出现非真实的收缩现象,也保持了弯曲变形的真实性。

结构力(包括拉伸力和压缩力)和剪切力的计算式为

$$f_{i,j} = k_s (|x_{i,j}| - L) \frac{x_{i,j}}{|x_{i,j}|} \quad (1)$$

其中: $x_{i,j} = x_i - x_j$; L 是弹簧原长; k_s 是结构弹簧或剪切弹簧的刚度。

2 数值积分方法

描述布料的受力模型之后,就可以对布料模型进行受力分析,建立运动方程并求解。布料受到的作用力与其运动状态的关系可以由两个具有一阶偏导的运动方程来描述:

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{f(x,v)}{M} \\ \frac{\partial x}{\partial t} = v \end{cases} \quad (2)$$

其中: x 表示质点 $m(i,j)$ 在世界坐标系中的坐标 $p_{i,j} \in \mathbb{R}^3$; M 是布料网格质点的质量矩阵; f 代表质点所受合力。

2.1 半隐式积分方法

为了求解高刚度和大时间步长条件下的布料模拟,使用隐式后退欧拉法来构造式(2)的积分式为

$$\begin{pmatrix} v^{t+h} \\ x^{t+h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v^t + hM^{-1}f^{t+h} \\ x^t + hv^{t+h} \end{pmatrix} \quad (3)$$

对隐式积分方法中产生的非线性系统进行线性化,即得到半隐式积分方法。具体地,隐式积分式中 f^{t+h} 由它的一阶泰勒展开项替代,即

$$f^{t+h} \approx f^t + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x^{t+h} + \frac{\partial f}{\partial v} \Delta v^{t+h} \quad (4)$$

式中: $\Delta v^{t+h} = v^{t+h} - v^t$, $\Delta x^{t+h} = x^{t+h} - x^t$ 。将式(4)代入式(3),消去 Δx^{t+h} ,并按照 Δv^{t+h} 整理得到

$$(M - h^2 \frac{\partial f}{\partial x} - h \frac{\partial f}{\partial v}) \Delta v^{t+h} = hf^t + h^2 \frac{\partial f}{\partial x} v^t \quad (5)$$

记 $J(x) = \frac{\partial f}{\partial x}$, $J(v) = \frac{\partial f}{\partial v}$ 为力关于位置和速度的雅克比

(Jacobian)矩阵。式中 M 是以 3×3 对角矩阵为子矩阵的对角矩阵。而两个 Jacobian 矩阵 $J(x)$ 、 $J(v)$ 都是子矩阵为 3×3 对称矩阵的稀疏矩阵,这是因为 $J(x)$ 、 $J(v)$ 为非零矩阵当且仅当粒子 i 、 j 之间有弹簧连接。因此,总的系数矩阵 $\bar{M} = (M - h^2 \frac{\partial f}{\partial x} - h \frac{\partial f}{\partial v})$ 是一个对称稀疏矩阵,同时这个系数矩阵也具有正定性,可以采用共轭梯度法(CG)迭代精确求解。

2.2 局部自适应混合积分法

迄今为止,基于隐式积分算法的布料模拟都需要在每一个时间步长求解布料网格系统中的所有质点,这对中等规模布料来说计算量非常大。求解这一系统运用 Baraff 提出的半隐式积分结合改进的共轭梯度法的计算成本为 $O(n^{1.5})$,其中 n 是布料网格上的粒子数。然而并不需要总是这样。想象一下,一块桌布掉落到一块方形桌上,如果试图去计算布料其中一角的运动(假设相对于整个桌子来说,它不会滑落),并不需要立即计算其对角的桌布运动,即局部地区的运动通常对布料上远方区域的影响很弱且也不明显。既然计算成本随着 n 急剧上升,那么如果能将整个布料网格分解成多个子区域,各自独立求解将会更有效率。

将隐式积分中 x^{t+h} 利用 v^{t+h} 计算,则整理可以得到

$$x^{t+h} = (2x^t - x^{t-h}) + h^2 M^{-1} f^t \quad (6)$$

式(6)右边第一项表示了系统按照原来速度的惯性运动,而第二项是布料系统在弹簧内力以及外力作用下的运动。作用到粒子上的弹簧力始终阻碍粒子的惯性运动,这是因为弹簧变形后始终趋向于回复平衡位置。然而,由于式(6)中第二项的值并没有大小限制,不妨假设某一粒子 i 在 t 时刻有 $|h^2 M^{-1} f^t| \geq 2|x_{ij}^t - L|$,那么 t 时刻后粒子 i 将产生过度运动,也就是粒子回复过程超过弹簧平衡位置后继续运动,直至弹簧的伸长大于粒子回复前的弹簧伸长; $t+h$ 时刻之后弹簧力将持续这种变化趋势,最终数值积分过程就发散了。

根据以上分析可得出,为了保持数值稳定性,必须限制由弹簧力产生的粒子运动。粒子 i 受到弹簧力而产生的运动可以表示为 $|h^2 M^{-1} f^t| = \frac{kh^2}{m} \left| \sum_{j=1}^{n_i} (|x_{ij}^t| - L) \frac{x_{ij}^t}{|x_{ij}^t|} \right|$ 。其中: n_i 为连接在粒子 i 上的弹簧个数。因此,限制弹簧力产生的粒子运动就转换为限制 kh^2/m ,这称为 Courant 条件。据此通过对式(5)进行傅里叶分析及其对应常微分方程进行中心离散化,分析可以得到如下判断准则:

$$\kappa = \frac{h}{m} (k_s h + 2k_d) \leq 0.2 \quad (7)$$

其中: k_s 是结构弹簧或剪切弹簧的刚度; k_d 为阻尼系数。

这样在半隐式积分框架下可利用布料网格空间域质点局部参数,即该质点的局部网格结构参数 m 、 k_s 、 k_d 和当前时间域

参数步长 h , 求解上述判断准则。如果结果为真, 则令与该质点相连接的拉伸或剪切弹簧跳过其雅可比矩阵计算, 直接运用显式积分计算; 否则, 利用隐式积分计算。

在没有牺牲精确性的前提下, 根据上述判断准则可以将布料网格自适应分解为多个子区域独立求解, 从而提高模拟效率且可以并行计算。同时, 这也提高了系数矩阵的稀疏性。

半隐式积分方法的效率主要取决于雅可比矩阵的建立和线性方程组的求解。雅可比矩阵的建立并不复杂, 因此线性方程组的求解就成了半隐式积分方法的效率瓶颈所在。式(5)中 $(M - h^2 \frac{\partial f}{\partial x} - h \frac{\partial f}{\partial v})$ 的规模是 $3n \times 3n$, 这里的 n 是布料模型的粒子数。因而线性系统规模将随着布料模型粒子数的增加而迅速增大。另外, 由于共轭梯度法求解式(5)的算法复杂度一般在 $O(n^{1.5}) \sim O(n^2)$, 因此, 当布料粒子模型的规模较大时, 线性方程组的求解将非常耗时。考虑上述线性方程组具有正定、对称、稀疏的特点, 本文采用超松弛迭代算法来求解该线性方程组。

记 $\bar{M} = (M - h^2 \frac{\partial f}{\partial x} - h \frac{\partial f}{\partial v})$, 则根据式(5)可构建其超松弛迭代通式为

$$\begin{cases} \Delta v_i^{(0)} = h \bar{M}_{ii}^{-1} \bar{f}_i^t & k=0, 1, 2, \dots; i=1, 2, \dots, n \\ \Delta v_i^{(k+1)} = \Delta v_i^{(0)} + \bar{M}_{ij}^{-1} \sum_{(i,j) \in E \text{ 且 } j < i} (M_{ij} - \bar{M}_{ij}) \Delta v_j^{(k+1)} + \\ \bar{M}_{ij}^{-1} \sum_{(i,j) \in E \text{ 且 } j \geq i} (M_{ij} - \bar{M}_{ij}) \Delta v_j^{(k)} \\ \Delta v_i^{(k+1)} = \Delta v_i^{(k)} + \omega (\Delta v_i^{(k+1)} - \Delta v_i^{(k)}) \end{cases}$$

式中: ω 为松弛因子, 实验中其取值一般为 1.0 ~ 2.0, 值越大模拟精度越高。

相比共轭梯度法, 上述迭代方法更为灵活, 最终能够以自适应的方式适当降低模拟的精确性来提高布料动态模拟的效率和生成速度。一般来说, 本文方法的复杂度是 $O(n + e)$ (n 为粒子数, e 为弹簧数), 从而它的计算开销不会随着模型规模的增大而迅速增加, 因此, 这种算法也适合于布料模型规模较大时的实时计算。

3 实验结果和分析

基于上述方法, 在 Windows XP SP2 操作系统和 Intel Pentium 4 2.4 GHz 处理器的软硬件环境下, 在 Visual C++ 6.0 平台下并结合 OpenGL 图形库, 对布料进行模拟。

为了测试本文局部自适应混合积分方法和其他常用数值积分方法对计算速度的提升差异, 利用 10×10 布料网格做单摆运动仿真实验, 实验中分别应用显式龙格-库塔法 (Runge-Kutta 法)、半隐式欧拉法结合共轭梯度法 (CG 法) 以及本文方法各自模拟 100 帧, 记录总的计算时间, 从而求出生成每帧的平均计算时间, 利用这个参数来衡量不同数值方法的计算速度。另外根据仿真中总步长数还可以求解得到平均单步计算时间。实验结果如图 2 所示。由图 2 可知, 尽管显式方法单步计算时间比本文方法要小, 但考虑到本文方法在时间步长上要远大于它, 因此本文方法的速度还是会达到或超过显式方法, 布料规模越大这种实时性能提升的效果越明显。

图 3 分别给出了 25×9 个质点、1202 根弹簧构成的布料 (左图) 和 32×32 个质点、5826 根弹簧构成的布料 (右图) 的悬垂效果。图 4 给出了 16×12 个质点、1014 根弹簧构成的布料旗帜在风力作用下的效果。

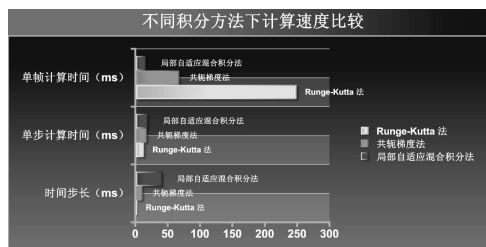


图2 不同数值积分方法计算速度比较



图3 布料悬垂模拟



图4 风力作用下的布料

4 结束语

实验结果表明, 本文提出的局部自适应混合积分法在不牺牲准确性的前提下, 在每一时间步长运用时域和空域上局部模拟参数求解一判断准则, 据此自适应地将布料网格分解为多个子区域独立求解, 并利用快速迭代法求解对称稀疏线性方程组, 这大大提高了模拟效率且可以并行计算, 算法具有近似线性复杂度, 可适用于较大规模布料的实时模拟。未来进一步考虑将本文算法移植到基于 CUDA 语言的 GPU 平台上, 模拟效率将得到进一步提升, 从而满足大规模布料的实时模拟要求。

参考文献:

- [1] TERZOPOULOS D, PLATT J, BARR A, et al. Elastically deformable models[J]. *Computer Graphics*, 1987, 21(4): 205-214.
- [2] PROVOT X. Deformation constraints in a mass spring model to describe rigid cloth behavior[C]//Proc of Conference on Graphics Interface. 1995: 147-154.
- [3] BARAFF D, WITKIN A. Large steps in cloth simulation[C]//Proc of the 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1998: 43-54.
- [4] DESBRUN M, SCHRODER P, BARR A. Interactive animation of structured deformable objects[C]//Proc of Conference on Graphics Interface. 1999: 1-8.
- [5] CHOI K J, KO H S. Stable but responsive cloth[J]. *ACM Trans on Graphics*, 2002, 21(3): 604-611.
- [6] 张明敏. 基于组织结构的织物仿真与真实感展示[D]. 杭州: 浙江大学, 2008.
- [7] 周川. 布料动画关键技术研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2009.
- [8] BRIDSON R, FEDKIW R, ANDERSON J. Robust treatment of collisions, contact and friction for cloth animation[J]. *ACM Trans on Graphics*, 2002, 21(3): 594-603.
- [9] BOXERMAN E, ASCHER U. Decomposing cloth[C]//Proc of ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. New York: ACM Press, 2004: 153-161.
- [10] 刘宁, 高成英, 罗笑南. 织物模拟中的自适应网格剖分研究[J]. *计算机科学*, 2004, 31(5): 193-196.
- [11] 孔川, 罗大庸. 利用弹簧质点模型和隐式方法的布料模拟研究[J]. *计算机工程与应用*, 2011, 47(9): 225-227.
- [12] LI Ling, VOLKOV V. Cloth animation with adaptively refined meshes[C]//Proc of the 28th Australasian Computer Science Conference. 2005: 107-114.