

一种改进的动态多种群并行差分进化算法*

龙文

(贵州财经大学 贵州省经济系统仿真重点实验室, 数学与统计学院, 贵阳 550004)

摘要: 针对单种群差分进化算法易出现早熟收敛的问题, 提出了一种改进的动态多种群并行差分进化算法。该算法首先利用佳点集方法产生初始种群以增强算法的稳定性和全局搜索能力。基于个体的适应度将种群分为三个子种群, 并分别执行采用不同实验向量产生策略和控制参数设置的差分进化算法, 既保持了各个子种群算法的独立性和优越性, 又不增加算法的复杂性。仿真实验结果表明该算法具有较好的寻优性能。

关键词: 多种群; 差分进化算法; 并行; 佳点集方法

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)07-2429-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.07.007

Dynamic multi-species parallel differential evolution algorithm

LONG Wen

(Key Laboratory of Economics System Simulation, School of Mathematics & Statistics, Guizhou University of Finance & Economics, Guiyang 550004, China)

Abstract: Aiming at the problems of single population getting into premature convergence easily, this paper proposed a novel dynamic multi-population differential evolution algorithm. In this approach, it introduced the good point set method into the differential evolution (DE) initial step, which reinforces the stability and global exploration ability of the DE algorithm. During the evolution process, the proposed algorithm was based on individual fitness values, and divided the initial population into three sub-populations, and then they evolved with different DE algorithm by several trial vector generation strategies with a number of control parameter settings. It not only kept the independence of the sub-population and the superiority of the operators, but also not increased the complexity of algorithm. Tasted four classic benchmarks problems, and the experiment results show that the proposed algorithm is an effective method for different optimization problems.

Key words: multiple subpopulation; differential evolution algorithm; parallel; good point set method

在科学研究和工程实践中,许多实际问题最终都可归结为求解函数的优化问题。不失一般性,非线性最小化数值优化问题可描述为

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \text{s. t.} \quad & l_i \leq x_i \leq u_i, i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $f(x)$ 为目标函数, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ 称为 n 维决策向量; l_i 和 u_i 分别为变量 x_i 的下界和上界。

与遗传算法的原理相似,差分进化(DE)算法也是通过种群个体在变异、交叉以及选择算子的作用下向更高的适应度进化以达到寻求问题最优解的目标^[1]。DE算法已被证明在收敛速度和稳定性方面都超过了其他几种知名的随机算法,对于大多数的数值 Benchmark 问题,DE算法要优于粒子群算法和其他进化算法^[2,3]。由于其具有易用性、稳健性和强大的全局寻优能力的特点,在约束优化计算、非线性优化控制、滤波器设计、聚类优化计算、神经网络优化等领域中得到了广泛的应用^[4-6]。但由于DE算法是通过当前个体间的差分矢量进行变异、交叉和选择来实现寻优的,与其他常用的进化算法一样,DE算法也存在容易陷入局部最优及过早收敛的缺陷^[7]。

本文针对基于单一种群的差分进化算法易陷入局部最优的问题,提出了一种改进的动态多种群并行差分进化算法。

1 基本差分进化算法

差分进化算法是一种基于群体智能理论的优化算法,采用

实数编码,通过群体内个体间的合作和竞争产生的群智能指导优化搜索。其基本思想是:在搜索空间中随机初始化种群 $p^0 = [x_1^0, x_2^0, \dots, x_N^0]$,其中 N 为种群规模。个体 $x_i^0 = [x_{i,1}^0, x_{i,2}^0, \dots, x_{i,n}^0]$ 表示问题的一个解, n 表示优化问题的维数。首先通过式(2)对每一个在 t 时刻的个体 x_i^t 实施变异操作而得到个体:

$$v_i^{t+1} = x_{r_1}^t + F(x_{r_2}^t - x_{r_3}^t) \quad (2)$$

其中: $r_1, r_2, r_3 \in \{1, 2, \dots, N\}$ 互不相同且与 i 不同; $x_{r_1}^t$ 为父代基向量; $(x_{r_2}^t - x_{r_3}^t)$ 称为父代差分向量; F 为缩放比例因子; t 为当前代数, $t+1$ 表示下一代。

然后利用式(3)对个体 x_i^t 和个体 v_i^{t+1} 安排交叉操作,生成实验个体:

$$u_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} v_{i,j}^{t+1} & \text{if } (\text{rand}(j) \leq CR) \text{ or } j = \text{rnbr}(i) \\ x_{i,j}^t & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\text{rand}(j)$ 为 $[0, 1]$ 的满足均匀分布的随机数; CR 为交叉概率, $CR \in [0, 1]$; $\text{rnbr}(i)$ 为 $\{1, 2, \dots, n\}$ 的随机量。最后利用式(4)对个体 x_i^t 和 u_i^{t+1} 的目标函数值进行比较,选择目标函数值小的个体作为新种群的个体:

$$x_i^{t+1} = \begin{cases} u_i^{t+1} & \text{if } f(u_i^{t+1}) < f(x_i^t) \\ x_i^t & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

其中: $f(\cdot)$ 为个体的目标函数值。

2 动态多种群并行差分进化算法

2.1 算法思想

近年来,研究人员已对 DE 算法的实验向量产生策略和控制参数设置进行了大量研究,并且提出了许多有益的建议。事实上,从已有的研究成果中可以获得一些定性和定量的结论。例如,人们已经知道哪些实验向量产生策略适合于全局搜索,哪些控制参数设置可以加速算法收敛等。毋庸置疑,这些已有的经验和知识对改进 DE 算法的性能非常有帮助。然而在设计 DE 算法时,它们却没有被系统地利用。同时还观察到,对每个目标向量,目前几乎所有的 DE 算法仅采用一个实验向量产生策略和一组控制参数设置产生一个实验向量。这样一来,算法在搜索多样性方面的局限将不可避免^[2]。

因此,本文提出一种动态多种群并行差分进化算法,其思想主要是根据个体的适应度值,将种群分为三个子种群,即精英子种群、一般子种群和劣于子种群。各个子种群的个体数目分别为 N_1 、 N_2 和 N_3 ,满足 $N_1 + N_2 + N_3 = N$, N 为种群规模。在进化过程中,三个子种群分别执行采用不同实验向量产生策略和不同控制参数设置的差分进化算法。首先定义一个个体总平均适应度为

$$\bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i \quad (5)$$

其中: f_i 为个体适应度。假设当前种群中最优个体的适应度为 $f_{\max}$,最差个体的适应度为 $f_{\min}$,定义 $f_{\max} - \bar{f}$ 为种群平均聚集程度;定义 $f_{\max} - f_{\min}$ 为种群个体聚集程度。定义

$$\Delta = \frac{f_{\max} - \bar{f}}{f_{\max} - f_{\min}} \quad (6)$$

当 $\Delta < 0.4$ 时, N_3 值应取较大些,以增强算法全局搜索能力;当 $0.4 \leq \Delta \leq 0.7$ 时, N_1 、 N_2 、 N_3 的取值应比较接近,平衡算法的全局和局部搜索能力;当 $\Delta > 0.7$ 时, N_1 的取值应大些,主要考虑算法的局部精确搜索。因此,在迭代过程中每个子种群个体的数目是动态调整的。

2.2 种群初始化

由差分进化算法的机理可知,变异操作、交叉操作和选择操作在一定程度上依赖于种群,初始种群的优劣对于进化算法的收敛性以及搜索效率会产生较大的影响。另外,在求解具体问题前,对其全局最优解处在什么位置还一无所知,如果随机初始化种群个体,不利于搜索到全局最优解,可能导致增加迭代次数或种群大小,这势必会增加算法的计算量。而笔者所期望的是,在初始化种群个体时应尽可能均匀分布在整个搜索空间中^[8]。

佳点集方法是一种有效的、可以减少实验次数的实验方法。在相同取点个数的条件下,佳点序列要比其他方法选取的点序列更均匀。设种群规模为 N ,个体 $A_i^j = \{a_1^i, a_2^i, \dots, a_s^i\}$ ($i=1, 2, \dots, N$),首先在 s 维空间 H 中取含有 N 个点的佳点集, s 维空间 H 中取佳点的方法如下^[9]:

$$P_n(i) = \{(\{r_1 * k\}, \{r_2 * k\}, \dots, \{r_s * k\}), k=1, 2, \dots, N\}$$

其中取

$$r_i = \left\{ 2 \cos \frac{2\pi i}{t} \right\} \quad 1 \leq i \leq s \quad (7)$$

t 是满足 $t \geq 2s + 3$ 的最小素数。或者取

$$r_i = e^i \quad 1 \leq i \leq s \quad (8)$$

其中: $\{r_i * k\}$ 表示 $r_i * k$ 的小数部分。

当 a_k^i ($k=1, 2, \dots, s; i=1, 2, \dots, N$) 为实数编码时,设 a_k^i 的取值范围为 $\alpha_k \leq a_k \leq \beta_k$,取 $a_k^i = \alpha_k + \{r_k * i\} * (\beta_k - \alpha_k)$ 即可。

因此,本文采用佳点集方法产生初始种群,从而保证了初始种群的多样性,提高了算法收敛于全局最优解得鲁棒性。图 1 和 2 是分别采用随机方法和佳点集方法产生的规模为 80 的初始种群分布,其中变量维数为 2,变量的取值范围为 $[-50, 50]$ 。

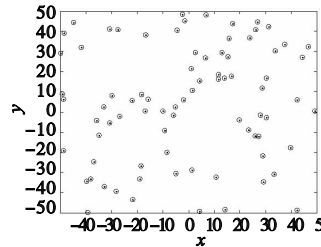


图1 随机方法产生的初始种群分布

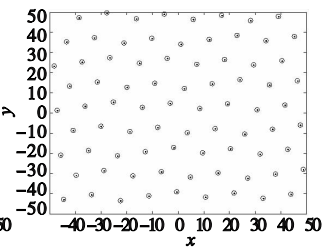


图2 佳点集方法产生的初始种群分布

从图 1 和 2 可以清楚地看出,采用随机方法产生的初始种群个体分布相对杂乱,不均匀,有重叠的点;与随机方法相比,佳点集方法生成的初始种群个体分布均匀,没有重叠点,具有较好的多样性。

2.3 实验向量产生和控制参数设置策略

一般来说,在进化算法中希望采用不同的实验向量产生策略和控制参数设置具有不同的特征,从而它们可以相互补充以求解不同类型的问题。本文选取三个实验向量产生策略,即 DE/best/1/bin、DE/rand/2/bin 和 DE/rand-to-best/1 策略以及三组控制参数设置,即 $[F=1.0, CR=0.9]$ 、 $[F=0.5, CR=0.5]$ 、 $[F=0.2, CR=0.1]$ 。上述策略和控制参数设置在设计 DE 算法时被频繁使用,它们所具备的特征也已被广泛研究。

DE/rand/2/bin 策略在文献中的使用最为普遍。在该策略中,参与变异的所有向量均以随机的方式选择,因此,它可以随机选择新的搜索方向,并且具有搜索无偏性,与只增加一组差异向量的 DE/rand/1/bin 策略相比,DE/rand/2/bin 策略具有更好地扰动效果,能产生更多不同的实验向量。DE/rand-to-best/1 策略具有能够协调算法的全局搜索能力和局部搜索能力的特点;DE/best/1/bin 策略具有局部搜索能力强、搜索精度高、收敛速度快的特点。一般来说,当 F 较大时,产生的实验向量在搜索空间中分布更加广泛,这样群体具有较好的多样性。反之,如果 F 较小,搜索将集中于当前解的邻域,这样可以加速群体收敛。较大的 CR 使得实验向量与目标向量之间存在较大差异,这有利于保持群体的多样性和全局搜索。较小的 CR 则有利于局部搜索和加快收敛速度。因此,在每次迭代过程中对精英子种群采用 DE/best/1/bin 策略和 $[F=0.2, CR=0.1]$ 参数设置,对一般子种群采用 DE/rand-to-best/1 策略和 $[F=0.5, CR=0.5]$,对劣于子种群采用 DE/rand/2/bin 策略和 $[F=1.0, CR=0.9]$ 。

2.4 算法步骤

综上所述,本文算法的流程如图 3 所示。

3 数值实验及分析

为验证本文算法的有效性,选择四个标准测试函数:schaffer($f_1(x)$)、rosenbrock($f_2(x)$)、rastrigin($f_3(x)$)和 griewank(f_4)

(x)进行仿真实验。其中,函数 $f_1(x)$ 在距离全局极大点大约3.14的范围内存在无限多的次全局极大点,函数强烈震荡的性态使其难以全局最优化。 $f_2(x)$ 是一个非凸、病态函数(当维数超过3时,rosenbrock函数 f_2 是多峰值函数),函数 $f_3(x)$ 和 $f_4(x)$ 是多峰值函数,存在多个局部极小点。除了函数 $f_1(x)$ 的最小值点为1以外,其他三个函数的全局最小值均为0,四个函数的具体表达式如下:

$$f_1(x) = 0.5 - \frac{\sin^2 \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - 0.5}}{(1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2))^2}; -100 \leq x_1, x_2 \leq 100$$

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^n [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]; -30 \leq x_i \leq 30$$

$$f_3(x) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10); -5.12 \leq x_i \leq 5.12$$

$$f_4(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1; -60 \leq x_i \leq 60$$

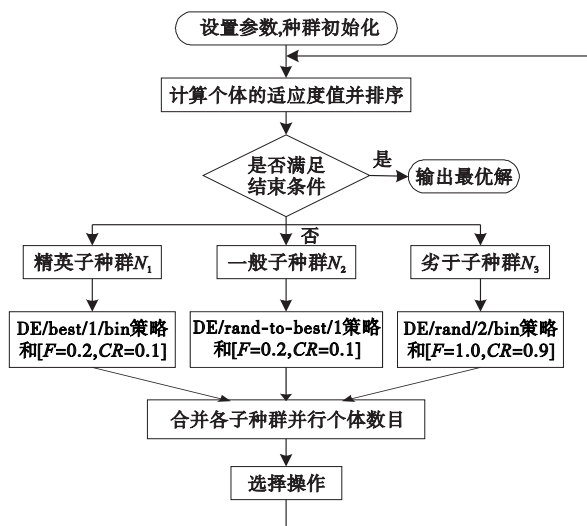


图3 本文算法流程

将本文算法记为 DMPDE,并与标准遗传算法(SGA)^[10]、采用 DE/rand/1/bin 策略的 DE 算法^[10]、采用 DE/rand-to-best/策略的 DE 算法^[10]、采用 DE/best/1/bin 策略的 DE 算法^[11]、动态调整子种群个体的 DE 算法(NPDE)^[11]和双种群伪并行差分进化算法(DSPDE)^[10]进行比较。在实验中,比较四种算法在给定进化代数内求得最优解的能力,比较的指标为搜索到问题最优解的平均值和标准差。搜索到最优解的平均值与理论最优解越接近,表明算法定位最优解的精度越高,搜索到最优解的标准差则反映了算法的稳定性。DMPDE 算法的参数设置为:种群规模 N 和迭代次数与其他算法的设置相同,其他算法的参数设置分别见文献[10]。四个测试函数的维数均为30,每个测试函数在相同条件下独立运行30次实验,结果如表1所示。

从表1可知,由于SGA算法存在早熟收敛的缺点,其搜索到的平均最优结果离期望的全局最小值偏差较大,尤其是rosenbrock函数。与SGA相比,DMPDE算法对上述四个测试函数找到的最优解质量和标准差明显要优于SGA;与DE/rand/1/bin、DE/best/1/bin和DE/rand-to-best/1算法相比,无论是函数的最优解平均值还是解的标准差,本文所提出的DMPDE算法对四个函数得到的结果均有很大的提高。与NPDE和DSPDE算法相比,DMPDE算法得到的结果相似或稍优。DMPDE算法的优势在于结合多种变异策略和多组控制参数设置,充分利用它们的优点来进行寻优,既能增强算法的

全局搜索性能又能加快算法的收敛速度。

表1 七种算法对4个测试的实验结果

算法	$f_1(x)$ 的理论最优值为1		$f_2(x)$ 的理论最优值为0		$f_3(x)$ 的理论最优值为0		$f_4(x)$ 的理论最优值为0	
	平均值	标准差	平均值	标准差	平均值	标准差	平均值	标准差
SGA ^[10]	0.976 5	1.45E-02	2.09E+04	1.47E+04	17.89	6.687 9	7.10E-01	1.87E-01
DE/rand/1/bin ^[10]	0.998 1	4.10E-03	15.067	5.83E-01	183.28	9.546 5	1.18E-04	2.37E-04
DE/best/1/bin ^[10]	0.995 8	4.00E-03	0.8	1.680 9	20.73	9.61E-01	8.10E-01	5.25E-02
DE/rand-to-best/1 ^[11]	0.998 6	6.21E-04	1.24E-01	8.95E-01	12.28	3.20E-01	9.36E-05	7.39E-05
NPDE ^[11]	1.000 0	3.28E-12	5.78E-08	1.82E-08	2.28E-09	4.40E-09	6.60E-08	1.57E-07
DSPDE ^[10]	1.000 0	0.00E+00	5.89E-08	7.89E-08	4.20E-09	8.02E-09	2.00E-07	2.54E-07
DMPDE	1.000 0	0.00E+00	6.24E-10	2.86E-10	3.71E-10	2.86E-09	5.42E-08	2.60E-08

4 结束语

本文针对基于单一种群搜索的差分进化算法存在早熟收敛的缺点,提出一种改进的多种群并行差分进化算法。该算法首先利用佳点集方法产生初始种群个体以保证其均匀地分布在搜索空间中,然后将种群分为三个子种群,分别采用不同实验向量产生策略和控制参数设置。数值实验结果表明,该算法是一种便于实现、性能稳定、通用性强的算法。

参考文献:

- [1] STORN R, PRICE K. Differential evolution-a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11(4): 341-359.
- [2] WANG Yong, CAI Zi-xing, ZHANG Q F. Differential evolution with composite trial vector generation strategies and control parameters[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2011, 15(1): 55-66.
- [3] 阳春华, 钱晓山, 桂卫华. 一种混沌差分进化和粒子群优化混合算法[J]. *计算机应用研究*, 2011, 28(2): 439-441.
- [4] GONG Wen-yin, CAI Zhi-hua, LING C X, *et al.* Enhanced differential evolution with adaptive strategies for numerical optimization[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, part B: Cybernetics*, 2011, 41(2): 397-413.
- [5] DAS S, SUGANTHAN P N. Differential evolution: A survey of the state-of-the-art[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2011, 15(1): 4-31.
- [6] QIN A K, HUANG V L, SUGANTHAN P N. Differential evolution algorithm with strategy adaptation for global numerical optimization[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2009, 13(2): 398-417.
- [7] 葛延峰, 金文静, 高立群, 等. 多种群并行的自适应差分进化算法[J]. *东北大学学报*, 2011, 32(4): 481-484.
- [8] 龙文. 求解两类优化问题的混合进化算法及其应用[D]. 长沙: 中南大学, 2011.
- [9] 张铃, 张敏. 佳点集遗传算法[J]. *计算机学报*, 2001, 24(9): 917-922.
- [10] 吴亮红, 王耀南, 周少武, 等. 双种群伪并行差分进化算法研究及应用[J]. *控制理论与应用*, 2007, 24(3): 453-458.
- [11] 徐松金, 龙文. 动态调整子种群个体的差分进化算法[J]. *计算机应用*, 2011, 31(11): 3101-3103.