

量子遗传算法研究进展*

梁昌勇, 柏桦, 蔡美菊, 陆文星

(1. 合肥工业大学 a. 管理学院; b. 过程优化与智能决策教育部重点实验室, 合肥 230009)

摘要: 针对量子遗传进行了研究,介绍了量子遗传算法的发展、基本理论和方法,从量子门的改进、加入新算子、量子遗传算法的并行性、混合量子遗传算法四个角度论述了量子遗传算法的改进方法,并总结了量子遗传算法的应用领域。最后提出了量子遗传算法的发展方向。

关键词: 量子门; 量子计算; 量子比特; 量子遗传算法

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)07-2401-05

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.07.001

Advances in quantum genetic algorithm

LIANG Chang-yong, BAI Hua, CAI Mei-ju, LU Wen-xing

(a. School of Management; b. Key Laboratory of Process Optimization & Intelligent Decision-Making, Ministry of Education, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: This paper firstly introduced the origin of the quantum genetic algorithm (QGA), basic theories and methods. Secondly, it discussed the improved methods QGA from four perspectives which are improvement of quantum gates, adding new operators, the parallelism of QGA and hybrid QGA, then summarized the applications of QGA. Finally, it proposed the future directions.

Key words: quantum gate; quantum computing; qubit; quantum genetic algorithm(QGA)

0 引言

量子遗传算法(QGA)是20世纪90年代后期新兴的一个研究领域,主要是在遗传算法中引入量子计算的一些概念,将量子比特的几率幅表示应用于染色体的编码,使一条染色体可以表达多个态的叠加,同时利用量子旋转门等操作实现染色体的更新,从而实现了目标的优化求解。与传统遗传算法相比,量子遗传算法能够在较小的种群规模下,快速地收敛到全局最优解。

最早提出量子遗传算法的是Narayanan等人^[1],他们提出了受量子计算思想启发的量子遗传算法(quantum-inspired genetic algorithms),将量子多宇宙的概念引入遗传算法中,利用多个宇宙的并行搜索扩大搜索范围,利用宇宙之间的联合交叉实现信息的交流,从而整体上提高了算法的搜索效率,并将其用来求解有九个节点的旅行商问题。但该算法中的多宇宙是通过分别产生多个种群获得的,并没有利用量子态,因此,并不是严格意义上的量子遗传算法。随后,Han等人^[2]将量子比特和量子旋转门引入到遗传算法中,提出了真正意义上的量子遗传算法,并将其用来求解0-1背包问题,获得了比传统遗传算法更好的效果。由此,掀起了一股研究量子遗传算法的热潮。

本文介绍了量子遗传算法的基本理论与方法,综合论述了量子遗传算法的改进和应用,总结了量子遗传算法未来的发展

方向。

1 基本QGA理论与方法

在量子遗传算法中,最重要的是量子编码和量子门的引入。量子编码是将染色体用量子的态矢量表示,使一条染色体表达为多个态的叠加,从而增加了种群多样性,使算法能够在较小的种群规模下求得最优解;而量子门的引入使算法具备了开发能力和探索能力,可以保证算法收敛。

1.1 量子编码

在量子遗传算法中,使用了一种新颖的基于量子比特的编码方式,即用一对复数定义一个量子比特位,一个具有 m 个量子比特位的系统可以描述为

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_m \\ \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_m \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中, $|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 = 1 (i = 1, 2, \dots, m)$ 。

量子比特(qubit)是一个充当信息存储单元的物理介质的双态量子系统,是定义在一个二维复向量空间中的一个单位向量,该空间由一对特定的标准正交基 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 张成。因此,它可以同时处于两个量子态的叠加态中,如 $|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ 。其中0和1分别表示自旋向下态和自旋向上态,“1”为一种量子态的表示, α, β 是两个复数称为几率幅对,且 $|\alpha_i|^2 +$

收稿日期: 2012-02-01; 修回日期: 2012-03-06 基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(70631003); 国家自然科学基金资助项目(70771037)

作者简介: 梁昌勇(1965-),男,安徽合肥人,教授,博导,博士,主要研究方向为人工智能、决策分析; 柏桦(1984-),女,江苏南京人,硕士,主要研究方向为智能优化(baihua1212@gmail.com); 蔡美菊(1985-),女,河南开封人,博士研究生,主要研究方向为智能优化,信息技术; 陆文星(1971-),男,江苏常州人,博士研究生,主要研究方向为决策支持系统、项目管理。

$|\beta_i|^2 = 1 (i = 1, 2, \dots, m)$, $|\alpha|^2$ 可看成量子处于自旋向下态的概率, $|\beta|^2$ 可看成量子处于自旋向上态的概率。显然, 量子比特处于 0 态时, $|\alpha|^2 = 1, |\beta|^2 = 0$; 量子比特处于 1 态时, $|\alpha|^2 = 0, |\beta|^2 = 1$; 量子比特处于叠加态时, $|\alpha|^2 \neq 0, |\beta|^2 \neq 0$, 所以一个量子比特可同时包含 0 和 1 的信息。对应于二进制编码, 0 态表示一个染色体各个基因位上的值都对应为 0; 1 态就表示一个染色体各个基因位上的值都对应为 1; $|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ 这种混合态就表示一个染色体各个基因位上的值是由 0 或 1 组成的, 而 $|\alpha|^2, |\beta|^2$ 就分别表示对应基因位上取 1 或 0 的概率, 则可以得到如式(1)所示的量子编码。

量子编码与二进制编码之间关系举例如下:

若有一个具有三个量子比特位的量子编码:

$$\left| \begin{array}{c|c|c} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right|$$

则该量子编码可以转换为如下形式的二进制编码:

$$\frac{1}{2\sqrt{2}}|000\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|001\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|100\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|101\rangle$$

即该量子编码转换为|000|、|001|、|100|、|101|的概率分别为 1/8, 3/8, 1/8, 3/8。所以, 该量子编码具有四个二进制编码的信息, 显然这种编码方式能够使种群拥有更好的多样性, 且随着 $|\alpha|^2, |\beta|^2$ 趋于 0 或 1, 染色体将收敛于一个单一态。因此, 与遗传算法相比, 量子遗传算法在较小的种群规模下就可以得到最优解。

1.2 量子门

通过量子门变换矩阵可以实现种群的更新。实际上量子门变换矩阵是一个可逆的归一化矩阵, 即需要满足 $U^* U = U U^* = I$ (U^* 为 U 的共轭转置矩阵)。可以根据不同的应用, 设计不同的量子门变换矩阵。常用的量子门变换矩阵有异或门、受控异或门、旋转门和 Hadamard 变换门等。Han 等人^[2]在解决组合优化问题中, 采用如下的量子旋转门对种群进行更新。

$$\begin{pmatrix} \alpha'_i \\ \beta'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{pmatrix} \quad (2)$$

其中: $[\alpha_i, \beta_i]^T$ 为染色体中的第 i 个量子位; θ_i 为旋转角, 其大小和方向的调整策略如表 1 所示。 $\theta_i = s(\alpha_i, \beta_i) \Delta\theta_i$ 。

表 1 量子旋转门的调整策略

x_i	$best_i$	$f(x) \geq f(b)$	$\Delta\theta_i$	$s(\alpha_i, \beta_i)$			
				$\alpha_i \beta_i > 0$	$\alpha_i \beta_i < 0$	$\alpha_i = 0$	$\beta_i = 0$
0	0	false	0	0	0	0	0
0	0	true	0	0	0	0	0
0	1	false	0	0	0	0	0
0	1	true	0.05π	-1	+1	± 1	0
1	0	false	0.01π	-1	+1	± 1	0
1	0	true	0.025π	+1	-1	0	± 1
1	1	false	0.005π	+1	-1	0	± 1
1	1	true	0.025π	+1	-1	0	± 1

表 1 中, x_i 为当前染色体的第 i 位, $best_i$ 为当前的最优染色体的第 i 位, $f(x)$ 为适应度函数, $\Delta\theta_i$ 为旋转角度大小, 控制算法收敛的速度; $s(\alpha_i, \beta_i)$ 为旋转角度的方向, 保证算法的收

敛。旋转门操作保证了算法的收敛, 举例说明如下:

例如, 当 $x_i = 0, best_i = 1, f(x) \geq f(b)$ 时, 为使当前解收敛到一个更高适应度的染色体, 应该增大当前解取 0 的概率, 即要使 $|\alpha|^2$ 变大, 那么如果 (α_i, β_i) 在第一、三象限, θ_i 应向顺时针方向旋转; 如果 (α_i, β_i) 在第二、四象限, θ_i 应向逆时针方向旋转。因为当 (α_i, β_i) 在第一象限时, α_i 为正数, β_i 也为正数, 查表得 $\theta_i = -0.05\pi$ 。按照式(2)进行旋转门操作, 得到的 α'_i, β'_i 分别为

$$\alpha'_i = \alpha_i \cos \theta_i - \beta_i \sin \theta_i \text{ 得到的 } |\alpha'_i|^2 \text{ 增大}$$

$$\beta'_i = \alpha_i \sin \theta_i + \beta_i \cos \theta_i \text{ 得到的 } |\beta'_i|^2 \text{ 减小}$$

其他情况同理。因此, 按照表 1 方式, 可以使算法收敛。显然, 不同的 $\Delta\theta_i$ 取值, 算法的收敛效果也不同。

1.3 量子遗传算法流程

量子遗传算法步骤:

- 1 令 $t = 0$, 对种群规模为 N 的种群进行初始化 $Q(t)$;
- 2 对初始种群每个个体实施一次测量, 得到一个状态 $P(t)$;
- 3 对每个状态计算适应值;
- 4 记录最佳个体及其适应值;
- 5 while(不满足终止条件)
- 6 $t = t + 1$;
- 7 对种群 $Q(t)$ 中每个个体实施一次测量, 得到一个状态 $P(t)$;
- 8 对每个状态计算适应值;
- 9 利用量子旋转门操作对种群个体进行更新;
- 10 记录下最佳个体及其适应值。

end

需要说明的是:

a) 在种群初始化中, 种群规模为 N , 即有 N 个量子编码的个体, 每个量子个体都设为 $1/\sqrt{2}$, 即

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

b) 对种群每个个体实施一次测量是指对每个个体每个量子位进行测量, 过程为随机生成一个 $[0, 1]$ 的随机数, 如果该随机数大于等于几率幅 ($|\alpha_{i,j}|^2$ 或 $|\beta_{i,j}|^2$), 则测量结果取 1, 否则取 0。由此将量子编码的个体转换为二进制编码的个体, 得到了 N 个二进制编码的个体。

c) 求解适应度指利用得到的二进制编码求解函数的适应度, 在数值优化问题中过程为: 先将二进制代码转换为十进制数, 然后代入优化的函数中, 得到其函数值即为适应度。

d) 种群更新按照式(1)的方式进行。

2 QGA 的改进方法

2.1 对量子门的改进

量子遗传算法通过量子门来更新种群, 从而使算法收敛。所以, 量子门的选择能够影响算法的收敛性能。因此, 许多研究尝试从量子门的角度对量子遗传算法进行改进。Han 等

人^[3]提出了一种基于 $H\epsilon$ 旋转门操作的量子遗传算法,这种新的旋转门操作能够使初始量子个体具备更多与最优解相关的信息,因此能够大幅提升求解效率,并且能够有效避免陷入局部最优。数值函数优化和0-1背包问题验证了算法的有效性。Chen 等人^[4]为了提高量子遗传算法的收敛速度,提出了一种混沌更新旋转门,将生成的混沌序列用于种群的更新。由于混沌序列具有遍历性的特点,混沌序列在经过变异操作后能够增加种群的多样性,而且利用混沌更新旋转门更新种群并不会改变量子概率幅的混沌性,这就节约了搜索和比较的时间,从而提升了运算效率。几个典型数值优化问题证明了该方法的有效性。

2.2 加入新算子

Han 等人^[1]提出的量子遗传算法(QGA)没有采用任何遗传操作,因为他们认为该算法染色体的多态性表达已经能够保证算法具有足够的多样性,同时具有开发能力和探索能力,因而不需要有交叉和变异。但是对于一些多峰函数优化问题,该算法仍然容易陷入局部最优。因此,许多改进方法从加入量子交叉、量子变异、量子突变等新算子入手来提升量子遗传算法的性能。Yang 等人^[5]借鉴量子相互干扰的特性,提出了一种量子全干扰交叉算子(crossover-global-interference),让更多个体参与到交叉操作中,即使在种群中大部分个体都相同的极端情况下,仍然能够通过该算子产生新个体,因而能够防止早熟。Li 等人^[6]提出了一种新的量子交叉方式:首先随机安排种群中染色体的顺序,然后交叉生成第一个新染色体。新染色体的第一个基因位取自第一个染色体的第一个基因位,新染色体的第二个基因位取自第二个染色体的第二个基因位,直到新染色体的长度与原染色体相同为止。最后重复上述过程产生下一个新染色体。这种特殊的交叉操作能够很好地防止算法早熟收敛,增强了算法的搜索效率。文献[7]提出了一种免疫量子遗传算法,作者认为,基本量子遗传算法在量子编码转换为二进制编码的过程中存在着随机性和盲目性,这种特性虽然能够让每个个体都有进化的机会,但同时又意味着每个个体在一定程度上都有退化的机会,在处理复杂问题时,这种退化有可能导致种群信息的严重缺失,因而引入免疫算子来克服这一缺陷。仿真实验表明,免疫量子遗传算法在处理复杂函数优化问题时具有良好的效果。文献[8~10]从免疫算子的角度对量子遗传算法作了进一步的研究。

2.3 量子遗传算法的并行性

受遗传算法并发性的启发,文献[11]提出了一种并行量子衍生遗传算法,作者认为,在基本量子遗传算法中,一个个体能够同时表达多种状态,而每个个体仅仅由其本身概率幅和当前最优解个体决定,因此每个个体之间并没有紧密的联系,所以可以引入并行算法的思想,将整个种群划分为几个子种群,每个子种群各自进化,并且在进化到一定代数时通过移民操作交换个体。这种方法扩大了搜索范围,提高了算法的搜索效率。文献[12,13]则将所有个体按照一定的拓扑结构分成几个相互独立的子种群,采用多状态基因量子比特编码方式来表达子种群中的个体,并且通过最佳移民和量子交叉操作来交换子种群之间的信息,有效地阻止了早熟收敛。

2.4 混合量子遗传算法

No Free Lunch 定理说明:没有一种方法能够有效地解决所有问题,所以混合算法受到广泛重视^[14]。而量子遗传算法具有搜索效率高、原理简单等优点,容易与其他方法融合,因此许多研究针对混合算法展开。文献[15]提出了一种有效的混合量子遗传算法,利用种群的聚拢因子和量子位收敛因子设定终止条件,并将单纯形法作为局部搜索策略,提高了算法效率。文献[16]将人工免疫系统中的克隆算子引入到量子遗传算法中,采用对父代进行克隆复制的策略,使其解空间扩大,保持了解的多样性,有效克服了早熟问题。

3 QGA 的应用研究

QGA 作为一种新兴的进化算法,在很多方面获得了比传统进化算法更优秀的效率,其应用研究主要集中在以下几个方面。

3.1 组合优化

量子遗传算法的首次提出就是通过组合优化问题来验证其有效性的,所以量子遗传算法在组合优化问题中有着广泛的应用。Han 等人^[2]提出了 QGA 算法,并将其用于求解背包问题,较传统遗传算法获得了较高的求解效率。熊焰等人^[17]在 QGA 的基础上,引入了量子变异机制,用于求解0-1背包问题,使得算法性能较 QGA 和基本遗传算法有较大提高。邢焕来等人^[18]在文献[1]提出的 QGA 基础上引入动态调整量子门旋转角机制,结合量子交叉、量子变异操作提出了 NIQGA 算法,并将其应用到0-1背包问题和路由选择问题中。王宇平等^[19]将量子遗传算法用来求解 TSP,获得了较高的效率。

3.2 函数优化

许多学者对量子遗传算法进行了改进,并将其应用到数值优化问题中,取得了丰厚的成果。Chen 等人^[20]在量子遗传算法的基础上,提出了一种混沌旋转门量子遗传算法(CQGA),通过数值优化实验证明,该算法比基本 QGA 有更高的求解效率。文献[21,22]提出了量子遗传算法与传统 GA 的混合框架,采用量子搜索空间和遗传码空间混合搜索以及量子搜索和遗传搜索的多方位混合,提出了混合量子遗传算法(RQGA),通过数值优化实验表明,混合算法具有较快的收敛速度和质量。在高维多极值优化方面,陈辉等人^[23]提出了实数编码混沌量子遗传算法(RCQGA),与传统的 QGA 相比,该算法具有编码方便、运行时间短、收敛速度快、全局寻优能力强等优点。李英华等人^[15]在量子遗传算法的基础上,加入了一种可控旋转门操作和新的算法终止条件,得到了一种混合量子遗传算法,数值优化实验表明,该方法具有较快的收敛速度和较高的收敛精度。张葛祥等人^[24]提出了一种新量子遗传算法(NQGA),采用量子比特相位比较法更新量子门和自适应调整搜索网格的策略,通过典型复杂函数的测试表明,NQGA 具有较高的优化质量和效率。

3.3 信号处理

量子遗传算法具有种群规模小、收敛速度快的优点,许多学者将其应用到信号处理领域。杨俊安等人^[25]提出了一种盲

源分离新方法——多宇宙并行量子遗传算法,新方法比采用常规遗传算法和量子遗传算法的盲源分离方法具有明显的高效性。邹益民等人^[26]将量子遗传算法应用到滤波器参数优化问题上,解决了传统滤波器设计方法需要反复试凑、效率低下、精度有限的弊端。李恒建等人^[27]针对现有图像稀疏分解算法计算量和存储量大的缺陷,引入了量子遗传算法来解决基于匹配追踪的图像稀疏分解问题,提高了搜索速度和效率。邵桂芳等人^[28]提出了一种基于遗传量子的自适应图像分割算法,解决了常用分割算法容易丢失图像边缘细节信息、运算时间长的缺点,通过仿真实验证明了该方法的有效性。张莎莎等人^[29]提出了一种基于量子遗传算法的红外图像分割方法,大大提高了运算速度。

3.4 自动控制

量子遗传算法在控制器的参数优化中显示了优越的性能。李盼池等人^[30]将量子遗传算法引入到正规模糊神经网络控制器的设计中,提高了控制器的响应速度。孙丰诚等人^[31]利用量子遗传算法进行发动机 PID 控制器参数优化,实验结果表明,经优化后的控制器控制效果良好。曾成等人^[32]提出利用一种改进的量子遗传算法来整定 PID 参数中的比例系数、积分时间和微分时间,设计出了能较好控制品质的 PID 控制器。

3.5 数字通信

在数字通信领域,量子遗传算法也有广泛的应用。孙力娟等人^[33]在基本量子遗传算法的基础上,采用动态旋转角策略,提出了一种基于并行量子遗传算法的 QoS 组播路由方法,降低了组播树代价。汪林林等人^[34]将量子遗传算法与聚类算法相结合,将其应用到入侵检测领域,有效地解决了自适应性和智能化问题。高洪元等人^[35]将改进的量子遗传算法应用到多用户检测问题中,获得了较好的抗多址干扰能力和抗远近效应能力。赵知劲等人^[36]利用量子遗传算法对无线电频谱进行分配,更好地实现了网络效益最大化。孙力娟等人^[37]将量子计算和遗传算法进行融合,利用融合算法对计算机通信网进行优化,获得了明显的高效性。汪鹏君等人^[38]将量子遗传算法应用到逻辑电路最佳极性搜索中,获得了较高的寻优性能和优化能力。

3.6 其他应用

量子遗传算法在其他领域也有一定的应用:张葛祥等人^[39]利用量子遗传算法进行特征选择问题的研究;袁晓峰等人^[40]利用量子遗传算法进行粗糙集属性约简;焦嵩鸣等人^[41]将改进的量子遗传算法应用到热工过程模型辨识中,拓宽了量子遗传算法的应用。

4 未来研究展望

量子遗传算法虽然引进了量子计算中的一些概念,但其本质仍是一种遗传算法,所以在理论上,传统遗传算法的应用领域均适用于量子遗传算法,并且求解效率明显优于传统遗传算法。但由于量子遗传算法是一种新理论,在理论研究、复杂函数优化等方面还不是很成熟。目前的研究主要集中在组合优化、数值优化等有限的几个领域,更多的研究领域有待于扩展。

因此,量子遗传算法未来的研究方向主要包括以下几个方面:

a) 算法的理论基础

在算法理论基础方面的研究主要停留在构造新的量子门、量子交叉算子等方面,对于算法收敛性、收敛速度估计、参数设置对算法的影响等数学基础领域方面的研究则很少涉及。而量子遗传算法较之传统遗传算法的优势在于以较小的种群规模就可以快速收敛到最优解,因此,其收敛性等数学基础领域的研究更值得人们关注。

b) 混合算法研究

混合算法能够综合各种方法的优点,构造出符合特定应用背景的算法,因而受到广泛重视。将量子理论、免疫原理、神经网络、混沌理论、多智能体系统等领域的思想和方法引入到量子遗传算法中,构造混合算法框架将是未来的一个发展方向。

c) 高维函数优化问题

量子遗传算法在 0-1 背包问题等简单组合优化问题上取得了突出的成果,但采用量子位编码观察的方式得到二进制编码的量子遗传算法,不适合多参数优化和高精度计算的要求,在处理高维函数优化问题时会过早出现早熟以及陷入局部最优的现象。因此,构造符合高维函数优化问题的量子遗传算法是重要的研究课题。

d) 交互式领域

用户的审美疲劳问题是制约交互式遗传算法发展的关键因素之一,而用户审美疲劳问题产生的根源在于种群规模与收敛速度之间的矛盾。因为若保证用户在交互的过程中不至于产生疲劳,必须使种群规模限制在很少的情况下,但是较小的种群规模会导致遗传算法早熟,无法保证算法收敛到最优解。而量子遗传算法在较小的种群规模下能够很快地收敛到全局最优解。因此,将量子遗传算法引入到交互式遗传算法领域将是一个重要的发展方向。

e) 应用研究

量子遗传算法在模式识别与人工智能、自动控制、数字通信等领域已经有了初步研究,但大多只停留在参数优化问题上,对这些领域的进一步扩展将是未来的发展方向。

f) 其他领域

遗传算法在多目标优化、约束优化问题、不确定性优化问题等工程领域有着广泛的应用,理论上量子遗传算法也能够适用于这些领域。然而量子遗传算法并未涉及到这些研究领域,因此,量子遗传算法会向其他空白领域发展。

参考文献:

- [1] NARAYANAN A, MOORE M. Quantum-inspired genetic algorithm [C]//Proc of IEEE International Conference on Congress on Evolutionary Computation. 1996:61-66.
- [2] HAN K H, KIM J H. Genetic quantum algorithm and its application to combinatorial optimization problem [C]//Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation. 2000:1354-1360.
- [3] HAN K H, KIM J H. Quantum-inspired evolutionary algorithm with a new termination criterion, gate and two-phase scheme [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2004, 8(2):156-169.
- [4] CHEN H, ZHANG J, ZHANG C. Chaos updating rotated gates quantum-inspired genetic algorithm [C]//Proc of International Conference

- on Communications, Circuits and Systems. 2004;1108-1112.
- [5] YANG S, WANG Min, JIAO Li-cheng. A novel quantum evolutionary algorithm and its application[C]//Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation. 2004;820-826.
- [6] LI Y, ZHANG Y, ZHAO R, *et al.* The immune quantum-inspired evolutionary algorithm[C]//Proc of IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. 2004;3301-3305.
- [7] ZHANG Xiang-xian, HENAN P R. Quantum-inspired immune evolutionary algorithm[C]//Proc of IEEE International Seminar on Business and Information Management. 2008;323-325.
- [8] QU Hong-jian, ZHOU Fang-zhao. An application of new quantum-inspired immune evolutionary algorithm[C]//Proc of the 1st IEEE International Workshop on Database Technology and Applications. 2009;468-471.
- [9] YANG Chun, YANG Hai-dong, DENG Fei-qi. Quantum-inspired immune evolutionary algorithm based parameter optimization for mixtures of kernels and its application to supervised anomaly IDSs[C]//Proc of IEEE World Congress on Intelligent Control and Automation. 2008;4568-4573.
- [10] LI Xu, QIAN Ling-hu. A modified quantum-inspired evolutionary algorithm based on immune operator and its convergence[C]//Proc of the 4th International Conference on Natural Computation. Washington DC:IEEE Computer Society, 2008;136-140.
- [11] HAN K H, PARK K H, LEE C H, *et al.* Parallel quantum-inspired genetic algorithm for combinatorial optimization problem[C]//Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation. 2001;1422-1429.
- [12] YANG Jun-an, ZHUANG Zheng-quan. Multi-universe parallel quantum genetic algorithm and its application in blind source separation [C]//Proc of IEEE International Conference on Natural Networks and Signal Processing. 2003;393-398.
- [13] 杨俊安, 庄镇泉, 史亮. 多宇宙并行量子遗传算法[J]. 电子学报, 2004, 32(6):923-928.
- [14] 王凌, 吴昊, 唐芳, 等. 混合量子遗传算法及其性能分析[J]. 控制与决策, 2005, 20(2):156-160.
- [15] 李英华, 王宇平. 有效的混合量子遗传算法[J]. 系统工程理论与实践, 2006(11):116-124.
- [16] 李阳阳, 焦李成. 量子克隆遗传算法[J]. 计算机科学, 2007, 34(11):147-149.
- [17] 熊焰, 陈欢欢, 苗付友, 等. 一种解决组合优化问题的量子遗传算法 QGA[J]. 电子学报, 2004, 32(11):1855-1858.
- [18] 邢焕来, 潘炜, 邹喜华. 一种解决组合优化问题的改进型量子遗传算法[J]. 电子学报, 2007, 35(10):1999-2002.
- [19] 王宇平, 李英华. 求解 TSP 的量子遗传算法[J]. 计算机学报, 2007, 34(5):748-755.
- [20] CHEN Hui, ZHANG Jia-shu, ZHANG Chao. Chaos updating rotated gates quantum-inspired genetic algorithm[C]//Proc of International Conference on Communications, Circuits and Systems. 2004;1108-1112.
- [21] WANG L, TANG F, WU H. Hybrid genetic algorithm based on quantum computing for numerical optimization and parameter estimation [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2005, 171(2):1143-1158.
- [22] WANG Ling, WU H, TANG Fang, *et al.* A hybrid quantum-inspired genetic algorithm for flow shop scheduling [C]//Lecture Notes in Computer Science, vol 3645. Berlin:Springer-Verlag, 2005;636-644.
- [23] 陈辉, 张家树, 张超. 实数编码混沌量子遗传算法[J]. 控制与决策, 2005, 20(11):1300-1303.
- [24] 张葛祥, 李娜, 金炜东, 等. 一种新量子遗传算法及其应用[J]. 电子学报, 2004, 32(3):476-479.
- [25] 杨俊安, 庄镇泉, 史亮. 多宇宙并行量子遗传算法[J]. 电子学报, 2004, 32(6):923-928.
- [26] 邹益民, 汪渤. 基于量子遗传算法的滤波器参数优化[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(6):1346-1349.
- [27] 李恒建, 尹忠科, 王建英. 基于量子遗传优化算法的图像稀疏分解 [J]. 西南交通大学学报, 2007, 42(1):19-23.
- [28] 邵桂芳, 李祖枢, 刘恒, 等. 基于遗传量子的自适应图像分割算法 [J]. 计算机工程, 2005, 31(22):189-191.
- [29] 张莎莎, 谷延锋, 张钧萍, 等. 一种基于量子遗传算法的红外图像分割方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2007, 39(9):1427-1430.
- [30] 李盼池, 李士勇. 基于量子遗传算法的正规模糊神经网络控制器设计[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(8):3710-3714.
- [31] 孙丰诚, 孙健国, 张海波. 量子遗传算法在航空发动机 PID 控制中的应用[J]. 推进技术, 2007, 28(6):307-312.
- [32] 曾成, 赵锡均. 改进量子遗传算法在 PID 参数整定中应用[J]. 电力自动化设备, 2009, 29(10):125-127.
- [33] 孙力娟, 王汝传, 刘春林. 基于并行量子遗传算法的 QOS 组播路由方法[J]. 南京邮电大学学报, 2007, 27(4):72-75.
- [34] 汪林林, 朱开伟. 基于量子遗传聚类算法的入侵检测[J]. 计算机工程, 2009, 35(6):134-136.
- [35] 高洪元, 刁鸣. 基于克隆遗传量子算法的多用户检测[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2008, 29(1):85-89.
- [36] 赵知劲, 彭振, 郑仕链, 等. 基于量子遗传算法的认知无线电频谱分配[J]. 物理学报, 2009, 58(2):1358-1362.
- [37] 孙力娟, 王汝传. 量子计算与遗传算法的融合及其在计算机通信网优化中的应用[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(4):920-923.
- [38] 汪鹏君, 李辉, 吴文晋, 等. 量子遗传算法在多输出 Reed-Muller 逻辑电路最佳极性搜索中的应用[J]. 电子学报, 2010, 38(5):1058-1063.
- [39] 张葛祥, 金炜东, 胡来招. 基于量子遗传算法的特征选择算法 [J]. 控制理论与应用, 2005, 10(5):810-813.
- [40] 袁晓峰, 许化龙, 陈淑红. 基于量子遗传算法的粗糙集属性约简新方法[J]. 计算机工程, 2007, 33(8):184-186.
- [41] 焦嵩鸣, 韩璞, 黄宇, 等. 模糊量子遗传算法及其在热工过程模型辨识中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(5):87-91.
- [42] LI Bin, ZHUANG Zhen-quan. Genetic algorithm based-on the quantum probability representation [C]//Lecture Notes in Computer Science, vol 2412. Berlin:Springer-Verlag, 2002;500-505.
- [43] LI Na, DU Peng, ZHAO Hui-jie. Independent component analysis based on improved quantum genetic algorithm; application in hyperspectral images[C]//Proc of International Conference on Geoscience and Remote Sensing Symposium. 2005;4323-4326.
- [44] HAN K H, KIM J H. Quantum inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2002, 6(6):580-593.
- [45] 王凌. 量子进化算法研究进展[J]. 控制与决策, 2008, 23(12):1321-1326.