

# 点云模型适应性上采样算法<sup>\*</sup>

杨 斌<sup>a</sup>, 范媛媛<sup>b</sup>

(滁州学院 a. 计算机与信息工程学院; b. 数学科学学院, 安徽 滁州 239012)

**摘 要:** 针对点云模型采样密度的不足, 提出一种新的适应性上采样算法。算法首先采用均匀栅格法建立点云模型的拓扑关系, 提高数据点 K-邻域的查找效率, 利用协方差矩阵求取点云模型中数据点的法向量, 并用法向传播算法进行法向重定向, 然后检测点云模型中采样点密度不足的区域, 在采样点密度不足区域的点的切向矩形平面内适应性均匀采样, 并把这些采样点几乎垂直投影到点云模型所在的原始曲面上, 由此得到的模型即为上采样模型。该算法得到的上采样模型可以较好地补充点云模型的细节信息, 能够满足点云模型的绘制和后续几何处理的需求。

**关键词:** 点云模型; 均匀栅格; 协方差矩阵; 投影; 上采样

**中图分类号:** TP391.41      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-3695(2012)06-2354-03

**doi:**10.3969/j.issn.1001-3695.2012.06.094

## Adaptive up-sampling algorithm of point cloud model

YANG Bin<sup>a</sup>, FAN Yuan-yuan<sup>b</sup>

(a. Institute of Computer & Information Engineering, b. Institute of Mathematical Sciences, Chuzhou University, Chuzhou Anhui 239012, China)

**Abstract:** For insufficient sampling density of point cloud model, this paper proposed a new adaptive up-sampling algorithm. Firstly, it used uniform grids method to represent the spatial topology relationship of point cloud in order to improve the efficiency of finding the K-nearest neighbors for each data point, and estimated normal vectors of data points by constructing covariance matrix, and computed a consistent orientation of the normal vectors using normal propagation algorithm. Then, it detected these regions with insufficient sampling density dynamically, and adaptive resampled points uniformly in the tangent plane of bounding rectangle originated at this point of insufficient sampling density, and the re-samples were projected onto the underlying surface of point cloud model to achieve the final up-sampling result using the almost orthogonal projection. The up-sampling models could preferably supplement these little detail information of point cloud, and satisfy the needs of rendering point cloud model and subsequent geometric processing.

**Key words:** point cloud model; uniform grids; covariance matrix; projection; up-sampling

## 0 引言

20 世纪 80 年代, Levoy 等人<sup>[1]</sup>就提出直接用点作为基础图元绘制复杂的三维几何模型, 当时并没有引起人们的过多关注。近年来, 随着三角网格模型处理复杂度的剧增, 点云模型的优势越发明显, 以点云为研究对象的基于点的计算机图形学已经越来越受到广泛的关注, 点云模型的数字几何处理技术成为图形学中的一个研究热点<sup>[2,3]</sup>, 在逆向工程、工业制造、文物保护以及医学可视化等领域得到广泛的应用。

点云模型的采样点密度不足, 严重影响点云模型的绘制和表面重建等后续处理。上采样是点云模型作进一步处理的重要基础。几何模型的上采样算法主要分为多边形网格模型和点云模型的上采样算法两种。多边形网格模型的上采样算法主要是通过网格模型的细分来实现, 国内外许多学者提出了一系列细分方法。Mueller 等人<sup>[4]</sup>在 Catmull-Clark 和 Doo-Sabin 细分算法的基础上, 将初始控制点与其对应极限位置之间的距离作为误差控制, 来对四边形网格进行自适应细分。Amresh 等人<sup>[5]</sup>提出了二面角准则, 对 loop 曲面进行自适应细分。何

重阳<sup>[6]</sup>用逼近型 $\sqrt{3}$ 细分方法构造闭三角网格的插值曲面, 该方法具有计算简单、有充分的自由度调整插值曲面的形状等特点。孙立镭等人<sup>[7]</sup>提出一种新的自适应多分辨率细分曲面的表示法, 该方法结合拓扑细分的特点, 运用二维组合映射对半边数据结构进行形式化定义, 允许在网络的任意多分辨率层次上及时有效地导航, 并且在自适应细分过程中避免了拓扑裂缝的产生。目前, 国内外学者提出点云模型的上采样算法较少。Alexa 等人<sup>[8]</sup>提出的方法是建立在构造点云模型的移动最小二乘(moving least square, MLS)曲面基础之上的, 该方法的基本思想是, 在 MLS 曲面上计算点云的 Voronoi 图, 然后将 Voronoi 顶点作为新增加的采样点。但在 MLS 曲面上构造 Voronoi 图的代价太大, 所以一般采用逼近的方法, 即在 MLS 曲面切平面的逼近平面上构造切点和其邻点在平面上投影点的 Voronoi 图, 然后将 Voronoi 点沿着平面法向投影到 MLS 曲面上, 曲线上的投影点即为上采样点。然而, 文献[8]未给出曲率适应性的上采样模型的方案, 且每增加一个点都需要构造点云局部的 Voronoi 图, 算法代价较大。为了弥补文献[8]方法的不足, 庞旭芳等人<sup>[9]</sup>在此基础上提出了一种曲率适应性点云模型上采样的算法, 采用 MLS 曲面来逼近原始曲面, 通

**收稿日期:** 2011-10-06; **修回日期:** 2011-11-14      **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(60873175); 安徽省教育厅自然科学基金资助项目(KJ2011Z284)

**作者简介:** 杨斌(1981-), 男, 安徽定远人, 讲师, 硕士, CCF 会员, 主要研究方向为计算机辅助几何设计、虚拟现实(ybcup@126.com); 范媛媛(1981-), 女, 安徽凤阳人, 讲师, 硕士, 主要研究方向为计算机辅助几何设计、计算机图形学。

过曲面多项式计算曲面的微分性质,然后根据曲率调整采样栅格的大小,从而实现曲率适应性的上采样,且一次 Voronoi 计算可以得到多个新采样点位置,明显提高了上采样算法的效率。本文给出一种点云模型适应性上采样算法。

## 1 点云模型 K-邻域查找和法向量计算

假设点云  $P = \{p_i\}$ ,  $p_i \in R^3$ ,  $i \in \{1, \dots, N\}$  是由三维设备采样原始曲面  $S$  得到的,则  $P$  是  $S$  的离散表示形式。为了对点云模型进行适应性上采样,首先需要划分点云模型的拓扑结构,提高点云模型的数据点 K-邻域查找效率,同时需要计算点云模型中数据点的法向量。

### 1.1 K-邻域查找

为提高点云数据邻域点的查找效率,常用均匀栅格或者八叉树划分点云空间。均匀栅格与八叉树分别以线性和非线性方式存储点云数据,但均匀栅格比八叉树更加适合于查找数据点的邻近点。鉴于此,本文采用均匀栅格法对点云进行空间划分。具体步骤如下:

a) 读取点云数据,查找数据点集在  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  坐标轴上的最大和最小值,进而构造一个与坐标轴平行的包含所有数据点的长方形包围盒。包围盒的边长分别为

$$\begin{cases} l_x = x_{\max} - x_{\min} \\ l_y = y_{\max} - y_{\min} \\ l_z = z_{\max} - z_{\min} \end{cases} \quad (1)$$

b) 将长方体包围盒划分成  $U \times V \times W$  个边长为  $l_c$  的立方体栅格。其中:

$$\begin{cases} U = \lceil \frac{l_x}{l_c} \rceil \\ V = \lceil \frac{l_y}{l_c} \rceil \\ W = \lceil \frac{l_z}{l_c} \rceil \end{cases} \quad (2)$$

根据下列映射关系计算点云模型上的任意数据点  $p$ , 其坐标为  $(x, y, z)$ , 所在立方体栅格的索引号  $(i, j, k)$  为

$$\begin{cases} i = \lfloor (x - x_{\min}) / l_c \rfloor \\ j = \lfloor (y - y_{\min}) / l_c \rfloor \\ k = \lfloor (z - z_{\min}) / l_c \rfloor \end{cases} \quad (3)$$

采用均匀栅格法划分点云模型,划分 Laurana 模型后的立方体栅格效果如图 1(a) 所示;由于部分立方体栅格不包含任何的数据点,删除这些立方体栅格后剩余的栅格称为有效立方体栅格,如图 1(b) 所示。查找点云模型中任意点和它距离最近的  $k$  个点,不需要在整个点云模型空间中查找,只要在包含该点的有效立方体栅格和它相邻的最多 26 个有效立方体栅格中查找。如果此时查找到的邻域点数不足  $k$  个,则在它相邻栅格外层的相邻栅格里继续查找。

### 1.2 法向量计算

点云模型中任意点  $p_i$  的 K-邻域点记为  $p_k \in NB(p_i)$ ,  $NB(p_i)$  表示距离  $p_i$  最近的  $k$  个点,  $p_i$  的 K-邻域点的均值为

$$\bar{p}_i = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k p_j \quad (4)$$

点  $p_i$  的协方差矩阵定义为

$$C_i = \begin{bmatrix} (p_1 - \bar{p}_i) \\ \vdots \\ (p_k - \bar{p}_i) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (p_1 - \bar{p}_i) \\ \vdots \\ (p_k - \bar{p}_i) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$C_i$  是对称半正定矩阵,存在三个实数特征值,设其分别为  $\lambda_1$ 、

$\lambda_2$ 、 $\lambda_3$  (假设  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$ ), 它们对应的特征向量分别为  $v_1$ 、 $v_2$  和  $v_3$ 、 $v_2$  和  $v_3$  张成了  $p_i$  处的最小二乘拟合平面,  $v_1$  即为该平面的法向量,也是  $p_i$  点的法向量,记为  $n_i$ 。

实验结果表明,该方法计算得到的点云模型数据点的法向指向不一致,一部分指向点云模型的内部,而另一部分指向其外部。法向指向其内部的数据点在绘制时由于视点处接受不到光照而呈现黑色,如图 2(a) 所示的 Max Planck 模型的光照效果。为使所有数据点的法向都指向点云模型的外部,需要对点云模型数据点  $p_i$  的法向  $n_i$  作一致性调整。

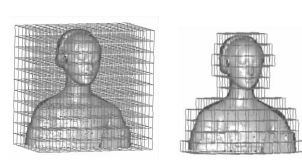


图1 Laurana模型的均匀栅格划分

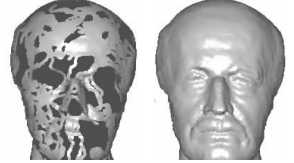


图2 Max Planck模型的法向调整

本文采用文献[10]的方法对点云模型的法向量进行一致性调整。首先,以点云模型中每个点为节点,分别把每个点和它的  $k$  个邻域点连接起来作为边,任意相邻两点的法向量记为  $n_i$  和  $n_j$ , 把  $1 - |n_i \cdot n_j|$  作为这两点对应边的权值,以此构造一个无向图;接着为点云模型中某个点指定正确的法向量朝向,然后遍历该无向图的最小生成树,将此点的法向量朝向进行法向传播。由于传播沿着最小生成树进行,因此具有同当前点最相近法向量的相邻点会首先被重定向,这遵循了相邻点具有相似法向量的原则。假设  $n_i$  的法向量已经重定向,  $n_j$  为下一个要遍历的节点,则如果  $n_i \cdot n_j < 0$ , 则将  $n_j$  翻转,否则保持不变。遍历起始点通常选取某个坐标分量最大的点,如点  $p_i$  的  $Z$  坐标分量最大,则其法向量应该与坐标轴的  $Z$  轴正向一致。调整法向后的 Max Planck 模型的光照效果如图 2(b) 所示。

## 2 上采样算法

在点云模型采样密度不足的情况下,难以直接进行点绘制,以及在保持拓扑结构不变的情况下正确进行各种点云模型的处理工作。这时,需要对点云模型进行上采样。本文上采样后的模型能较好地保持原始模型的局部几何特征。该方法分为两个步骤:a) 采样点密度不足区域的检测;b) 在采样密度不足区域的点的切向矩形平面内适应性进行均匀采样,然后把这些采样点投影到原始曲面  $S$  上。

### 2.1 采样点密度检测

为了检测采样密度不足的区域,需要记录点云模型上任意点  $p_i$  的采样密度  $\rho_i$ 。利用第 1 章的方法,查找点  $p_i$  的 K-邻域点,同时计算以该点为圆心,且包含 K-邻域点的包围球的半径  $r_i$ 。采样密度  $\rho_i$  定义为

$$\rho_i = k / r_i^2 \quad (6)$$

$\sigma$  为上采样的密度阈值。如果  $\rho_i < \sigma$ , 则点  $p_i$  邻域内点采样密度不足,需要在点  $p_i$  的邻域内插入新的采样点。

### 2.2 适应性上采样和投影

假设点  $p_i$  邻域内点采样密度不足,采用文献[11]的方法,构造一个过点  $p_i$  且边界为矩形的切平面,其中平面法向和点  $p_i$  的法向  $n_i$  一致,在此平面上适应性均匀采样  $m \times m$  个点,如图 3(a) 所示,然后把这些采样点投影到点云模型所在的原始曲面  $S$  上,如图 3(b) 所示。

本文投影操作采用文献[12]提出的几乎垂直投影采样点

方法。对于隐式函数 $f, n(x)$ 和 $a(x)$ 定义了一个原点在 $a(x)$ 处的切标架(tangent frame),点 $x$ 在此切平面的投影点 $q(x)$ 为

$$q(x) = x - n(x)^T(a(x) - x)n(x) \quad (7)$$

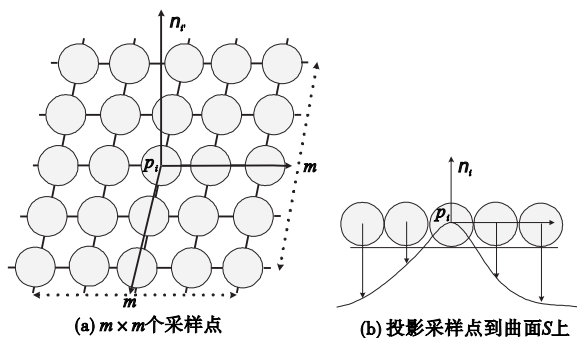


图3 上采样和投影

其中: $n(x)$ 表示点 $x$ 的法向量; $a(x)$ 是点 $x$ 的 $K$ -邻域点的权重均值,表达式为

$$a(x) = \frac{\sum_{i=1}^k \theta(\|x - p_i\|) p_i}{\sum_{i=1}^k \theta(\|x - p_i\|)} \quad (8)$$

权重函数 $\theta$ 为光滑的递减函数,表达式为

$$\theta(d) = e^{-\frac{d^2}{h^2}} \quad (9)$$

式中 $h$ 为调节因子。

对于式(7),如果 $q(x) = x$ ,当且仅当 $x \in S$ 。为了把采样点投影到点云模型所在的原始曲面 $S$ 上,需要反复执行几乎垂直投影操作,直到 $\|q(x) - x\| < \xi$ 时停止。投影操作的过程如下:a)设置 $x' = x$ ;b)计算 $a(x')$ 和 $n(x')$ ;c)设置 $x' = x - n(x')^T(a(x') - x)n(x')$ ;d)如果 $\|n(x')^T(a(x') - x')\| > \xi$ 返回步骤b)。

图4所示为点 $x$ 几乎垂直投影到曲面 $S$ 的两个步骤。在每一个步骤中,利用目前的近似值 $x'$ 的法向量 $n(x')$ 和 $a(x')$ 建立切向标架,点 $x$ 在切平面的投影点作为新的近似点。当点 $x' \in S$ 时, $f(x') = n(x')^T(a(x') - x) \approx 0$ 。

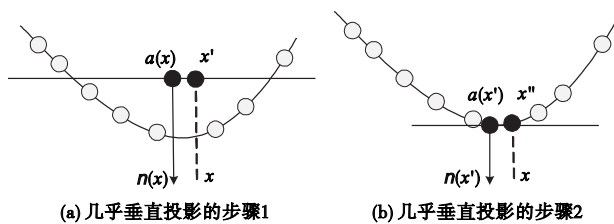


图4 点 $x$ 几乎垂直投影到曲面 $S$ 上的两个步骤

### 3 实验结果与分析

本文算法是在 Intel 酷睿 2 双核 T5470 (1.66 GHz, 1 024 MB 内存) PC 机器上用 C++ 语言和 OpenGL 图形库实现的。

图5所示为原始点云模型和上采样后的点云模型的绘制效果图。从实验结果看,点云模型的上采样算法可以很好地补充模型的细节信息。例如,这些上采样后的模型的眼睛和鼻子等部位的细节信息保存完好,bunny模型身体上突出的肌肉和Venus模型下颌处疤痕都很明显,说明本文算法能够满足多分辨率绘制和后续对点云模型几何处理的要求。

表1为使用不同的模型测试本文上采样算法的时间代价。从实验数据可以看出,本文上采样算法具有较高的采样效率。

### 4 结束语

本文在采样密度不足区域的点的切向矩形平面内适应性

均匀采样,然后把这些采样点几乎垂直投影到点云模型所在的原始曲面上,通过调节这些点的切向矩形平面内的采样密度,实现点云模型的多分辨率上采样。上采样后的模型很好地补充了点云模型微小细节信息,该算法将会在以点云模型为基础的几何建模、动画造型和逆向工程等领域得到广泛的应用。



图5 上采样点云模型的绘制效果

表1 上采样算法时间代价分析

| 点云模型   | 原始模型点数 | 上采样后模型点数 | 时间代价/s |
|--------|--------|----------|--------|
| horse  | 10 648 | 291 010  | 32.25  |
| kitten | 14 991 | 136 549  | 15.83  |
| bunny  | 18 867 | 75 127   | 10.97  |
| Venus  | 29 060 | 134 872  | 18.64  |

致谢 南京师范大学庞明勇教授给本文提出了宝贵的建议,在此表示感谢。

### 参考文献:

- [1] LEVOY M, WHITTED T. The use of points as a display primitive [R]. Chapel Hill: University of North Carolina Press, 1985.
- [2] AMENTA N, KILY J. Defining point-set surfaces [C] // Proc of ACM SIGGRAPH. New York: ACM Press, 2004: 264-270.
- [3] DURANLEAU F, BEAUDOIN P, POULIN P. Multiresolution point-set surfaces [C] // Proc of Graphics Interface 2008. Canada: Canadian Information Processing Society, 2008: 211-218.
- [4] MUELLER H, JAESCHKE R. Adaptive subdivision curves and surfaces [C] // Proc of the Computer Graphics International. Washington DC: IEEE Computer Society, 1998: 48-58.
- [5] AMRESH A, FARIN G, RAZDAN A. Adaptive subdivision schemes for triangular meshes [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2003: 319-327.
- [6] 何重阳. 用逼近型 $\sqrt{3}$ 细分方法构造闭三角网格的插值曲面 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(2): 312-317.
- [7] 孙立铸, 经红玉, 王玥. 一种新的自适应多分辨率细分曲面的表示法 [J]. 计算机应用研究, 2011, 28(7): 2793-2796.
- [8] ALEXA M, BEHR J, COHEN-OR D, et al. Computing and rendering point set surfaces [J]. IEEE Trans on Visualization and Computer Graphics, 2003, 9(1): 3-15.
- [9] 庞旭芳, 庞明勇. 点云模型自适应增加采样点算法 [J]. 小型微型计算机系统, 2010, 11(11): 2265-2271.
- [10] HUGUES H, TONY D, TOM D, et al. Surface reconstruction from unorganized points [C] // Proc of ACM SIGGRAPH. New York: ACM Press, 1992: 71-78.
- [11] GUENNEBAUD G, GERMAN M, GROSS M. Dynamic sampling and rendering of algebraic point set surfaces [J]. Computer Graphics Forum, 2008, 27(2): 653-662.
- [12] ALEXA M, ADAMSON A. On normals and projection operators for surfaces defined by point sets [C] // Proc of Eurographics Symposium on Point-based Graphics. England: Pergamon-Elsevier Science Ltd, 2004: 150-155.