第 29 卷第 6 期
2012 年 6 月

计 算 机 应 用 研 究
Application Research of Computers

Vol. 29 No. 6
Jun. 2012

斜视模式下基于 Legendre 展开的改进 CS 成像算法*

万智龙，谢亚楠，郑　和，刘文渊
（上海大学 特种光纤与光接入网省部共建重点实验室，上海 200072）

摘　要：在 SAR 的斜视模式下，针对传统的 CS 成像算法相位展开精度差的缺点，提出一种改进算法将 Legendre 展开应用其中。传统的成像算法主要对回波信号的二维频域的传递函数，还有算法流程中的三个相位校正函数应用 Taylor 多项式进行展开。将 Legendre 多项式取代 Taylor 多项式对算法进行处理，并进行了详细的推导，与传统的基于 Taylor 多项式进行展开的成像算法相比，减少了回波相位近似误差，相位展开精度得到了提高。最后从峰值旁瓣比和积分旁瓣比的角度评估了 SAR 图像的成像质量。理论推导和仿真结果都表明成像质量得到了进一步的提高。

关键词：合成孔径雷达；时域距离徙动校正；Legendre 多项式；CS 成像算法
中图分类号：N957.52　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1001-3695(2012)06-2339-03
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.06.090

Improved CS algorithm based on Legendre deployment in squint mode

WAN Zhi-long, XIE Ya-nan, ZHENG He, LIU Wen-yuan
(*Key Laboratory of Specialty Fiber Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai* 200072, *China*)

Abstract: In the squint mode of the SAR, in allusion to the traditional CS imaging algorithm's shortcoming of poor unwrapping precision, this paper presented an improved algorithm with application of Legendre polynomial. The traditional imaging algorithm mainly adopted Taylor polynomial to deploy the transfer function of the echo signal in 2-dimensional frequency domain and 3 phase correction in the algorithm flow. Taylor polynomial would be replaced by Legendre polynomial to process the algorithm and deduced in detail. Compared with the traditional imaging algorithm based on Taylor polynomial, it could reduce the approximation error of echo phase, improved unwrapping precision. Finally, it estimated the image quality of SAR image by PSLR and ISLR. The theoretical deduction and simulation results show that the image quality has been further improved.

Key words: synthetic aperture radar(SAR); range-walk removal; Legendre polynomial; CS imaging algorithm

0　引言

合成孔径雷达(SAR)是一种用飞行器作平台的高分辨率成像雷达，具有远距离、全天候、不受光照影响等特点，无论是在民用地形测绘还是在军事侦察等领域都有着重要的作用[1]。民用机载 SAR 通常工作在正侧视模式下，但是在军事应用中，需要对目标进行斜视成像，因此在斜视模式下对目标进行成像具有重要的意义[2~4]。

国内外近年来主要从提高斜距模型的近似精度和距离徙动校正两方面开展了大斜视角成像研究[5]。针对大斜视 SAR 回波信号的特点，前人对 CS 成像算法不断进行改进以便能处理大斜视角的模式。最近有学者提出将距离徙动校正在时域和频域中分别进行，首先在时域校正距离走动，然后在频域校正距离弯曲[6]。经过时域去走动处理后，距离向和方位向的耦合大大降低，不仅可适应大斜视角的成像要求，而且测绘带宽度也会增大[7]。

这种改进的 CS 成像算法在推导回波信号的多普勒频谱时，是采用 Taylor 多项式对信号二维频域传递函数进行展开[8]。本文基于这种 CS 成像算法，采用 Legendre 多项式代替 Taylor 多项式对回波信号的相位和 CS 算法流程中的相位校正函数进行展开，减少了回波相位近似误差，提高了相位展开精度[9]。仿真结果表明，该算法的成像质量有了进一步的提高。

1　基于 Legendre 展开的改进 CS 算法

1.1　斜视模式下的回波模型与时域距离徙动处理

首先建立 SAR 回波模型，斜视 SAR 的空间几何模型如图 1 所示，其方位向平面几何关系如图 2 所示。

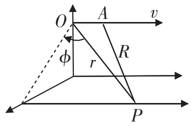


图 1　斜视 SAR 的空间几何模型

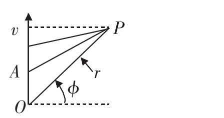


图 2　斜视 SAR 方位向平面几何关系

收稿日期：2011-10-28；**修回日期**：2011-11-30　**基金项目**：国家自然科学基金资助项目(61071185)；上海市重点学科和科委重点实验室资助项目(S30108,08DZ2231100)；上海市科委科技攻关计划资助项目(10511501702)

作者简介：万智龙(1988-)，男，硕士研究生，主要研究方向为合成孔径雷达成像算法、微波遥感、射频电路等(wanzhilong179@163.com)；谢亚楠(1962-)，男，研究员，博士，主要研究方向为微波遥感、电磁散射、合成孔径雷达系统等；郑和(1985-)，男，江苏徐州人，硕士研究生，主要研究方向为合成孔径雷达反演算法、微波遥感、射频电路等；刘文渊(1988-)，女，江西高安人，硕士研究生，主要研究方向为微波遥感、射频电路等.

根据图 2,在三角形 POA 中由余弦定理得载机与点目标的瞬时距离为

$$R_0(\eta;r)=\sqrt{r^2+v^2\eta^2-2rv\eta\sin\phi} \tag{1}$$

其中:r 为初始时刻载机与目标的距离;v 为载机的飞行速度;η 为方位向慢时间;ϕ 为 SAR 的斜视角。

将式(1)在 $\eta=0$ 处作 Taylor 级数展开至前三项,得到斜距近似的表达式为

$$\Delta R_0(\eta;r)\approx r-v\eta\sin\phi+\frac{(v\eta)^2}{2r}\cos^2\phi \tag{2}$$

则距离徙动为

$$\Delta R_0(\eta;r)=R_0(\eta;r)-r\approx -v\eta\sin\phi+\frac{(v\eta)^2}{2r}\cos^2\phi \tag{3}$$

式(3)表明,距离徙动由慢时间 η 的一次项和二次项组成,通常称一次项为距离走动,二次项为距离弯曲。

将距离走动作如下变化:

$$-v\eta\sin\phi=-\frac{\lambda}{2}\left(\frac{2v\sin\phi}{\lambda}\right)\eta=-\frac{\lambda}{2}f_{dc}\eta \tag{4}$$

距离弯曲作如下变化:

$$\frac{(v\eta)^2}{2r}\cos^2\phi=-\frac{\lambda}{4}\left(-\frac{2v^2\cos^2\phi}{\lambda r}\right)\eta^2=-\frac{\lambda}{4}f_{dr}\eta^2 \tag{5}$$

其中 $f_{dc}=\frac{2v\sin\phi}{\lambda}$、$f_{dr}=-\left(\frac{2v^2\cos^2\phi}{\lambda r}\right)$ 分别为多普勒中心频率和多普勒调频率。在时域进行距离校正,即校正距离徙动的慢时间的一次项,得到时域校正后的斜距为

$$R(\eta;r)=r+\frac{(v\eta)^2\cos^2\phi}{2r} \tag{6}$$

又可改写为

$$R(\eta;r)=r-\frac{\lambda}{4}f_{dr}\eta^2 \tag{7}$$

1.2　基于 Legendre 展开的改进 CS 算法处理

机载环境下,雷达以恒定的速度 v 飞行。设成像场景中心目标为 P,则 SAR 接收该点目标回波信号可表示为

$$ss(\tau,\eta,r)=w_a(\eta)w_r\left(\tau-\frac{2R(\eta;r)}{c}\right)\times \exp\left[j\pi K_r\left(\tau-\frac{2R(\eta;r)^2}{c}\right)^2\right]\exp\left(-j\frac{4\pi}{\lambda}R(\eta;r)\right) \tag{8}$$

其中:τ 为距离向快时间;$w_r(\cdot)$ 和 $w_a(\cdot)$ 分别为距离向调窗函数和方位向调窗函数;K_r 为距离向调频率。

对上述回波信号沿距离向作 FFT 得

$$Ss(f_\tau,\eta;r)=\int_{-\infty}^{+\infty}ss(\tau,\eta;r)\exp(-j2\pi f_\tau\tau)\,\mathrm{d}t \tag{9}$$

其相位为

$$\phi(\tau)=\pi K_r\left(\tau-\frac{2R(\eta;r)}{c}\right)^2-\frac{4\pi}{\lambda}R(\eta;r)-2\pi f_\tau\tau \tag{10}$$

利用驻留相位定理得到距离频谱信号表达式为

$$Ss(f_\tau,\eta;r)=w_a(\eta)w_r\left(\frac{f_\tau}{K_r}\right)\exp\left(-j\pi\frac{f_\tau^2}{K_r}\right)\times \exp\left(-j\frac{4\pi(f_c+f_\tau)}{c}R(\eta;r)\right) \tag{11}$$

对式(11)进行方位向 FFT,得到回波信号的二维频谱:

$$SS(f_\tau,f_\eta,r)=w_r\left(\frac{f_r}{K}\right)w_a\left[\frac{cr\cos\phi f_\eta}{v\sqrt{4v^2(f_c+f_\tau)^2-c^2f_\eta^2}}+\frac{r\sin\phi}{v}\right]\times \exp\left(-j\pi\frac{f_\tau^2}{K}\right)\times\exp\left[-j4\pi r\cos\phi\sqrt{\frac{(f_c+f_\tau)^2}{c^2}-\frac{f_\eta^2}{4v^2}}\right]\times \exp\left(-j\frac{2\pi r\sin\phi}{v}f_\eta\right) \tag{12}$$

则回波信号的二维频谱的相位为

$$\phi(\eta_0)=-\pi\frac{f_\tau^2}{K_r}-4\pi r\cos\phi\sqrt{\frac{(f_c+f_\tau)^2}{c^2}-\frac{f_\eta^2}{4v^2}}-\frac{2\pi f_\eta r\sin\phi}{v} \tag{13}$$

对二维信号频谱的相位进行 Legendre 多项式展开得

$$\phi(\eta)\approx-\pi\frac{f_\tau^2}{K_r}-\frac{4\pi r\cos\phi}{\lambda}[a_2(f_\eta)f_\tau^2+a_1(f_n)f_\tau+a_0(f_\eta)]-\frac{2\pi f_\eta r\sin\phi}{v} \tag{14}$$

利用驻留相位定理对二维信号频谱沿距离向作 IFFT 得

$$sS(\tau,f_\eta;r)=\int_{-\infty}^{+\infty}SS(f_\tau,f_\eta;r)\exp(j2\pi f_\tau\tau)\,\mathrm{d}f_\tau \tag{15}$$

其中相位因子为

$$\varphi(f_\tau)=-\pi\frac{f_\tau^2}{K_r}-4\pi r\cos\phi\sqrt{\frac{(f_c+f_\tau)}{c^2}-\frac{f_\eta^2}{4v^2}}-\frac{2\pi f_\eta r\sin\phi}{v}+2\pi f_\tau\tau \tag{16}$$

经过化简变换得

$$\varphi(f_\tau)=-\pi\frac{f_\tau^2}{K_r}-\frac{4\pi r\cos\phi}{\lambda}\sqrt{\left(\frac{f_\tau}{f_c}+1\right)^2-\sin^2\theta}-\frac{2\pi f_\eta\sin\phi}{v}+2\pi f_\tau\tau \tag{17}$$

其中:

$$\sin(\theta)=\frac{f_\eta}{f_{aM}},\ f_{aM}=\frac{2v}{\lambda},\ \cos(\theta)=\sqrt{1-\sin^2(\theta)}$$

对式(17)的根号项对 f_τ 进行 Legendre 展开至二次项得

$$\varphi(f_\tau)=-\pi\left[\frac{1}{K_r}+\frac{4r\cos\varphi}{\lambda}a_2(f_\eta)\right]f_\tau^2-2\pi\left[\frac{2r\cos\varphi}{\lambda}a_1(f_\eta)-\tau\right]f_\tau-\frac{4\pi r\cos\phi}{\lambda}a_0(f_\eta)-\frac{2\pi f_n r\sin\phi}{v} \tag{18}$$

其中,$a_0(f_\eta)$、$a_1(f_\eta)$、$a_2(f_\eta)$ 分别为 Legendre 展开系数。令 $\frac{\mathrm{d}\varphi(f_\tau)}{\mathrm{d}f_\tau}=0$ 得到驻点:

$$f_{\tau0}=\frac{1}{\frac{1}{K_r}+\frac{4r\cos\phi}{\lambda}a_2(f_\eta)}\left[\tau-\frac{2rf_c}{c}a_1(f_\eta)\right] \tag{19}$$

代入式(18)得

$$\varphi(f_{\tau0})=\pi\frac{1}{\frac{1}{K_r}+\frac{4\pi r\cos\phi}{\lambda}a_2(f_\eta)}\left[\tau-\frac{2f_cr}{c}a_1(f_\eta)\right]^2-\frac{4\pi r\cos\phi}{\lambda}a_0(\eta)-\frac{2\pi f_\eta r\sin\phi}{v} \tag{20}$$

通过整理得

$$\varphi(f_\tau)=\pi K_s\left[\tau-\frac{2R_f(f_\eta;r)}{c}\right]^2-\frac{4\pi r\cos\phi}{\lambda}a_0(f_\eta)-\frac{2\pi f_\eta r\sin\phi}{v} \tag{21}$$

其中:

$$K_s=\frac{1}{\left[\frac{1}{K_r}+\frac{4\pi r\cos\phi}{\lambda}a_2(f_\eta)\right]}$$
$$R_f=rf_c\cos\phi\ a_1(f_\eta)$$
$$C_s=f_c\cos\phi\ a_1(f_\eta)-1 \tag{22}$$

K_s 为新的距离向调频率;C_s 为弯曲因子。

下一步构造 Chirp Scaling 函数为

$$\Phi_1(\tau,f_\eta;r_{\mathrm{ref}})=\exp\{j\pi K_s(f_\eta;r_{\mathrm{ref}})C_s(f_\eta)[\tau-\frac{2}{c}R_f(f_\eta;r_{\mathrm{ref}})]^2\} \tag{23}$$

将二维频谱进行距离向逆傅里叶变换后与 Chirp Scaling 相乘得

$$sS(\tau,f_\eta;r)\Phi_1(\tau,f_\eta;r_{\mathrm{ref}})=w_a(\cdot)w_r(\cdot)\times\exp\{j\pi K_s(f_\eta;r_{ref})[1+C_s(f_\eta)][\tau-\frac{2}{c}(r+C_s(f_\eta)r_{ref})]^2\}\times\exp\left(-j\frac{4\pi r\cos\phi}{\lambda}a_0(f_\eta)\right)\times \exp[j\theta_\Delta(f_\eta;r)]\times\exp\left(-j\frac{2\pi f_\eta r\cos\phi}{v}\right) \tag{24}$$

将式(24)变换到二维频域,即将信号沿着距离向进行 FFT,得

到二维频谱：

$$SS(f_\tau,f_\eta,r)=w_a(\cdot)w_r(\cdot)\times \exp\left(-j\frac{4\pi r\cos\phi}{\lambda}a_0(f_\eta)\right)\cdot\exp\left[-j\frac{2\pi f_\eta r\sin\phi}{v}\right]\times \exp\left[-j\frac{\pi f_\tau^2}{K_s(f_\eta;r_{\mathrm{ref}})[1+C_s(f_\eta)]}\right]\times \exp\left[-j\frac{4\pi}{c}[r+C_s(f_\eta)r_{\mathrm{ref}}]f_\tau\right]\times\exp[j\theta_\Delta(f_\eta;r)] \tag{25}$$

其中：r_{ref}为场景参考距离、$\theta_\Delta(f_\eta;r)$为残留相位。

为了进行距离压缩、二次距离压缩、距离迁徙校正，构造距离向匹配函数如下：

$$\Phi_2(f_\tau,f_\eta;r_{\mathrm{ref}})=\exp\left\{j\pi\frac{f_\tau^2}{K_s(f_\eta;r_{ref})[1+C_s(f_\eta)]}\right\}\times \exp\left[j\frac{4\pi}{c}C_s(f_\eta)r_{\mathrm{ref}}f_\tau\right] \tag{26}$$

将 $\Phi_2(f_\tau,f_\eta;r_{\mathrm{ref}})$ 与 $SS(f_\tau,f_\eta,r)$ 相乘得

$$SS(f_\tau,f_\eta,r)\Phi_2(f_\tau,f_\eta;r_{\mathrm{ref}})=w_a(\cdot)w_r(\cdot)\times\exp\left(-j\frac{4\pi r\cos\phi}{\lambda}a_0(f_\eta)\right)\times \exp\left[-j\frac{2\pi f_\eta r\sin\varphi}{v}\right]\times\exp\left[-j\frac{4\pi r}{c}f_\tau\right]\exp[j\theta_\Delta(f_\eta;r)] \tag{27}$$

对式(27)作距离向 IFFT：

$$sS(\tau,f_\eta,r)=w_a(\cdot)w_r(\cdot)\exp\left(-j\frac{4\pi r\cos\theta}{\lambda}a_0(f_\eta)\right)\times \exp\left[-j\frac{2\pi f_\eta r\sin\theta}{v}\right]\times\exp[j\theta_\Delta(f_\eta;r)]\times B_r\sin c\left[\tau-\frac{2r}{c}\right] \tag{28}$$

为了进行方位压缩和剩余距离徙动校正，构造方位向参考函数如下：

$$\Phi_3(\tau,f_\eta;r)=\exp\left[j\frac{4\pi r}{\lambda}(\cos\phi\ a_0(f_\eta)-1)\right]\times \exp\left[j\frac{2\pi f_\eta\sin\phi}{v}\right]\times\exp[-j\theta_\Delta(f_\eta;r)] \tag{29}$$

将式(28)和(29)相乘后进行方位向 IFFT 得到最后聚焦的 SAR 图像：

$$ss(\tau,\eta;r_{\mathrm{ref}})=\sigma_0\sin c\left[B_r\left(\tau-\frac{2r_{\mathrm{ref}}}{c}\right)\right]\sin c\left[B_a\left(\eta-\frac{X_n\cos\phi}{v}\right)\right] \tag{30}$$

其中：B_a 为多普勒带宽；X_n 为点目标位置；σ_0 为点目标后向散射系数；B_r 为信号带宽。

2　点目标仿真

为了验证基于 Legendre 展开的改进 CS 算法的成像质量，在斜视模式下对点目标进行计算机仿真。算法的流程如图 3 所示，仿真参数如表 1 所示。斜视角为 10°的基于两种展开的仿真结果如图 4、5 所示。本算法在不同斜视角下成像的峰值旁瓣比如图 6 所示，本算法在不同斜视角下成像的积分旁瓣比如图 7 所示。

表 1　系统仿真参数

参数	数值	参数	数值
平台速度	150 m/s	平台高度	3 000 m
LFM 信号脉宽	1.5 μs	发射信号载频	1.5 GHz
LFM 信号带宽	150 MHz	目标距航线投影距离	3 000 m
平台波束斜视角	10°	合成孔径长度	300 m

由点目标的仿真结果可以看出，相比传统的基于 Taylor 展开的成像算法，基于 Legendre 展开的改进 CS 成像算法可以进一步提高成像质量，并且能得到良好的峰值旁瓣比和积分旁瓣比，在斜视角为 30°～60°时其成像质量不断降低，下降程度均比较适中，即使在斜视角为 65°时，场景中心点目标的峰值旁瓣比和积分旁瓣比依然分别可达到 −13.14 dB和 −10.29 dB。但是当斜视角大于 65°时，其峰值旁瓣比和积分旁瓣比将急剧下降，由于存在距离徙动残余较大，方位焦距的性能降低。因此，如何把 Legendre 展开应用于超大斜视角的 CS 成像算法依然有着进一步研究的价值。

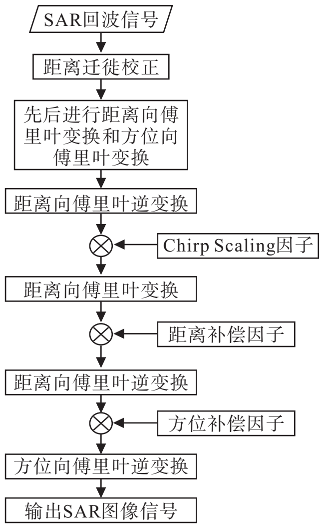
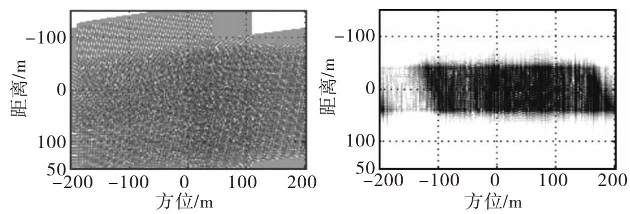
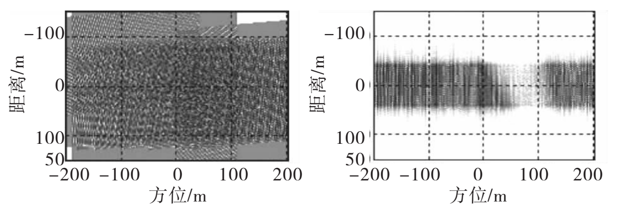


图 3　基于 Legendre 展开的改进 CS 算法流程



(a) 回波信号　(b) 距离向匹配滤波后频谱　(c) 消除相位误差后频谱　(d) 目标图像

图 4　斜视角为 10°时基于 Taylor 展开的成像



(a) 原始信号　(b) 距离向匹配滤波后频谱　(c) 消除相位误差后频谱　(d) 目标图像

图 5　斜视角为 10°时基于 Legendre 展开的成像

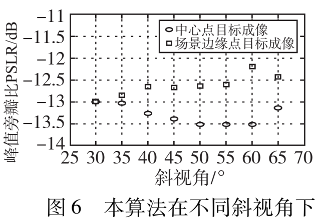


图 6　本算法在不同斜视角下的峰值旁瓣比

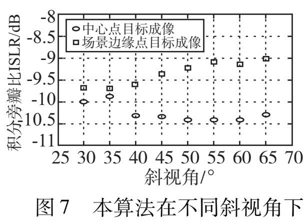


图 7　本算法在不同斜视角下成像的积分旁瓣比

（下转第 2349 页）

（上接第 2341 页）

3 结束语

在 SAR 的斜视模式下，针对时域去走动的 CS 成像算法相位展开精度低的不足，本文尝试用 Legendre 多项式取代 Taylor 多项式对回波信号的二维频谱的传递函数进行展开。推导出了与 Legendre 多项式的三个系数有关的新的弯曲因子和新的距离向调频率，进一步详细推导了 CS 成像算法流程中的三个相位校正因子。理论推导完成后对该算法进行了计算机仿真，仿真结果表明了 Legendre 多项式在应用于 CS 成像算法中的准确性和优越性，能够得到更好的成像质量。针对超大斜视角的模式，该算法依然存在自身的缺陷，达不到理论的成像质量，但是 Legendre 多项式在应用成像算法方面仍然可以给人们提供启发。

参考文献：

[1] 保铮，邢孟道，王彤. 雷达成像技术[M]. 北京：电子工业出版社，2005：89-120.

[2] 刘聪，李言俊，张科. 基于目标特征的 SAR 图像车辆目标的方位角联合估计[J]. 计算机应用研究，2011，28（4）：1566-1569.

[3] CURLANDER J C，MCDONOUG R N. Synthetic aperture radar：systems and signal processing [M]. New York：Wiley，1991.

[4] MAHAFZA E R. Radar systems analysis and design using MATLAB [M]. London：Taylor & Francis Group LLC，2005.

[5] WANG Kai-zhi，LIU Xing-zhao. Squint mode SAR imaging with range-walk removal[C]//Proc of IEEE International Conference on Acoustics，Speech，and Signal Processing. 2005：1113-1116.

[6] PENG Sui-yang，LU Da-wei，ZHANG Jun. The Chirp Scaling imaging algorithm with range walk correction in time domain [J]. Signal Processing，2010，26（7）：1-6.

[7] WU Yong，SONG Hong-jun，PENG Jin. Chirp Scaling imaging algorithm of SAR in high squint mode based on range walk removal [J]. Journal of Electronics & Information Technology，2010，32（3）：1-6.

[8] DENG Bin. A novel approach to range Doppler SAR processing based on Legendre orthogonal polynomials [J]. IEEE Geosci Remote Sens Lett，2009，6（1）：13-17.

[9] LIU Si-yue，ZHANG Wei，ZHANG Shun-sheng. A CS imaging algorithm based on Legendre deployment [J]. Fire Control Radar Technology，2010，39（2）：1-5.