# ECC 椭圆曲线密码体制 C\* Core 实现与优化\*

钱 丹1,2,李 飞1,高献伟2,董秀则2,曾 辉1

(1. 成都信息工程学院 计算机学院, 成都 610225; 2. 北京电子科技学院 电子工程系, 北京 100070)

摘 要:对  $C^*$  Core 国芯芯片中实现 ECC 椭圆曲线密码加密算法进行了深入研究,概述了  $C^*$  Core 芯片中存储特点,给出  $C^*$  Core 芯片中椭圆曲线中数据点表示方法,结合 ECES 加密协议,在  $C^*$  Core 芯片中成功实现二元域  $F_2^m$  中 NISI 推荐的五条椭圆曲线加密算法;然后依次对初始程序进行三种方式优化,重点阐述了改进 Montgomery 点乘算法,详细记录每次优化前后程序耗时;最后对比各阶段程序运行耗时,得出优化率。 $C^*$  Core 芯片中 ECC 加密算法运行效率优化后总体平均提高近 90%。

关键词: 国芯; 椭圆曲线密码; 加密算法; 二元域; 点乘; 优化

中图分类号: TP368.1 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2012)06-2243-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.06.064

# Implementation and optimization of ECC based on C\*Core

QIAN Dan<sup>1,2</sup>, LI Fei<sup>1</sup>, GAO Xian-wei<sup>2</sup>, DONG Xiu-ze<sup>2</sup>, ZENG Hui<sup>1</sup>

(1. School of Computer, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China; 2. Dept. of Electronic Engineering, Beijing Electronic Science & Technology Institute, Beijing 100070, China)

**Abstract:** This paper surveyed the in-depth analysis on the implement of elliptic curve cryptography encryption algorithm in  $C^*$  Core chip. Firstly, it proposed the storage characteristics of  $C^*$  Core chip, gave a method to express the data points in elliptic curve. Combined with the ECES encryption protocols, it successfully achieved ECC encryption algorithm under five elliptic curve recommended by NISI in  $F_2^m$  domain on  $C^*$  Core chip; followed by three ways of optimizing the initial program, which focused on improving the Montgomery point multiplication algorithm, it recorded each time-consuming procedures before and after optimization; through optimization, ECC encryption algorithm in  $C^*$  Core chip, the overall average increase in the efficiency of nearly 90%.

Key words: C\* Core; elliptic curve cryptography (ECC); encryption algorithm; binary field; point multiplication; optimization

随着  $C^*$  Core 系列嵌入式芯片的诞生,基于此类芯片的安全应用与研究广受关注<sup>[1]</sup>。目前国内对  $C^*$  Core 芯片实现密码体制算法相关性能缺乏验证。针对此问题,本文借助  $C^*$  Core 芯片平台实现且优化椭圆曲线加密(ECC)算法,通过详细数据记录,获取  $C^*$  Core 芯片 ECC 程序执行相关具体性能。

# 1 C\* Core 芯片中 ECC 算法实现

#### 1.1 C\* Core 数据存储特点

具体以 CCM3118 芯片为例<sup>[2]</sup>,其片内含 2 KB ROM、64 KB SRAM,数据存储默认采用大端(big-endian)方式,如图 1 所示,即字的最重要字节在地址低位<sup>[3]</sup>。

31			0		
字节0	字节1	字节2	字节3	字地址:	0x00000000
字节4	字节5	字节6	字节7	字地址:	0x00000004
字节8	字节9	字节A	字节B	字地址:	0x00000008
字节C	字节D	字节E	字节F	字地址:	0x0000000C

图1 内存数据组织

图 2 为数值采用大端方式在内存中存储的具体对应示意图,字地址0x0000\_0C80对应数值0X12344321,字地址0X0000\_0C84对应数值0X56788765。

字地址: 0X000 0\_0C80 00010010 00110100 01000011 00100001 字地址: 0X000 0\_0C84 10000111 01100101 01010110 01111000 图2 数据内存存储

C\* Core 数据存储格式决定了 ECC 数据表示的特殊性。本文选用 NISI 推荐的五个  $GF(2^m)$  上随机椭圆曲线作为实现对象,具体有以下五域: $GF(2^{163})$ 、 $GF(2^{233})$ 、 $GF(2^{283})$ 、 $GF(2^{409})$ 、 $GF(2^{571})$ 。具体椭圆曲线上长数据的表示以 m=163 为例,假设有数据为 0x7fffffff 2013ffff 472f8a6f 22031dff 43cfefff,可定义一含 6 数据单元的无符号整型数组 a[6]表示,字长 32 位。具体对应关系如表 1 所示,其中 a[0] 对应二元域多项式  $162 \sim 160$  位,其他域曲线上点表示原理类似。

#### 1.2 椭圆曲线密码算法实现

本文 ECC 加/解密实现采用 ECES 加密协议 $^{[4]}$ ,工作过程如图 3 所示。其中:G 点为公钥,J 为基点,S 为私钥,K 为用户 E 产生的随机数。

收稿日期: 2011-10-12; 修回日期: 2011-11-19 基金项目: 四川省科技基金资助项目(2008GG0007)

作者简介:钱丹(1986-),男,安徽无为人,硕士研究生,主要研究方向为信息安全(yiandeboke@sina.com);李飞(1966-),男,湖南常德人,教授,硕导,主要研究方向为信息安全;高献伟(1970-),男,湖南岳阳人,教授,硕导,主要研究方向为密码工程;董秀则(1979-),男,山东莒县人,讲师,硕士,主要研究方向为密码工程;曾辉(1984-),男,河南驻马店人,硕士研究生,主要研究方向为信息安全.

表 1 ECC 长数据表示							
数组	a[0]	a[1]	a[2]	a[3]	a[4]	a[5]	
数值(0x)		ffff	2013	472f	2203	43cf	
数值(0x)	7	ffff	ffff	8a6f	$1\mathrm{dff}$	efff	
范围/位	162 ~ 160	159 ~ 128	127 ~96	95 ~64	62 ~ 32	31 ~0	

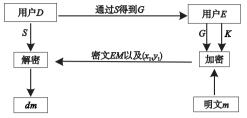


图3 ECC加/解密过程示意图

系统构建后产生密钥步骤[5]:

- a)在区间[1,n-1]内利用  $C^*$  Core 中真随机发生器随机 选取一整数,利用 S 数组表示。
- b)利用从右向左的二进制点乘方法计算 G 点 $(G_x,G_y)$ ,其中 G=SJ。
  - c)此 G 点即为图 3 中的公钥。
  - d)整数 S 即为本文用户 D 的私钥。

图 4 为程序实现实例截图,由明文数组 d\_ming 与解密明文数组 ming 相等可知,程序运行正确。

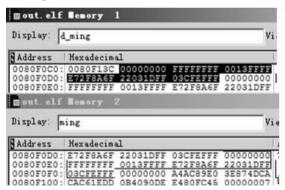


图4 ECC初始程序实现验证图

 $d_m$  ing 首地址为  $0X0080_p$  F0C4, ming 数组首地址为  $0X0080_p$  F0DC, 两数组内容相等, ECC 加解密过程实现。表 2 为初始程序分别在  $GF(2^m)$  中五种域下加解密一次的耗时。

表 2 初始程序运行耗时

	m = 163	m = 233	m = 283	m = 409	m = 571
时间/s	4.978	10.512	19.458	57.258	78.589

### 2 基于 C\* Core 的 ECC 椭圆曲线优化

### 2.1 一次优化——基于 Montgomery 点乘算法

ECC 加密算法耗时集中在点乘计算中,利用 Montgomery 点乘算法相对于传统点乘算法可大幅度节省计算用时。

Montgomery 基本思想<sup>[6]</sup>:令  $Q_1 = (x_1, y_1)$ 和  $Q_2 = (x_2, y_2)$ ,  $Q_1! = Q_2$ ,再令  $Q_1 + Q_2 = (x_3, y_3)$ , $Q_1 - Q_2 = (x_4, y_4)$ ,则可得

$$x_3 = x_4 + \frac{x_2}{x_1 + x_2} + (\frac{x_2}{x_1 + x_2})^2 \tag{1}$$

故  $x_3$  坐标可以由  $Q_1$ 、 $Q_2$  和  $x_4$  坐标计算。在以上确定 KJ 算法中的 v 迭代仅计算  $T_j = [LJ, (L+1)J]$  的 x 坐标,其中 L 是 K 的最左 v 位所表示的整数。若 K 的最左 (v-1) 位为 0 或 1 ,

则  $T_{n-1} = [2LJ, (2L+1)J, (2L+2)J]$ , 如图 5 所示。

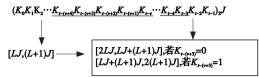


图5 Montgomery方法点乘的一次迭代

u 次迭代后,对于  $L = (k_0 \cdots k_{t-(j+4)})_2$  , L 和 (L+1) J 的 x 坐标便知道了。u+1 次迭代需要一次倍点和一次加运算,以便为  $L' = (k_0 \cdots k_{t-(u+4)})_2$  寻找 L 、J 和 (L'+1) J 的 x 坐标。此算法运行的优点一是不需要额外存储器;二是在主循环的每一次迭代中完成相同操作,增强了抵抗时间分析攻击和能量分析攻击的能力 [7] 。表 3 为 Montgomery 点乘与从右向左法点乘用时对照表。

表 3 两种点乘算法耗时对照

		耗时/ms						
	m = 163	m = 233	m = 283	m = 409	m = 571			
从右向左法	878	2075	4 008	10 153	15 036			
Montgomery	290	679	988	2 348	6 074			

表 4 为采用 Montgomery 算法后 ECC 加密程序简称一次优化程序执行耗时表。

表 4 一次优化后程序执行耗时

	m = 163	m = 233	m = 283	m = 409	m = 571
时间/s	1.165	2.639	3.944	9.623	24.034

#### 2.2 二次优化——基于改进的 Montgomery 点乘算法

对 Montgomery 点乘研究发现,计算中需定义两个变量,两次求逆。本节对 Montgomery 点乘给予改进,改进后 ECC 加密程序为二次优化程序。

算法 改进 Montgomery 点乘。

输入: $(k_0,k_1\cdots k_{\iota-1})_2$ 且  $k_0=1,\ J=(x,y)\in E(F_2^m),J$  为基点坐标。输出:KJ。

- a)  $x_1 \leftarrow x$ ,  $Z_1 \leftarrow 1$ ,  $Z_2 \leftarrow x^2$ ,  $x_2 \leftarrow Z_2^2 + b_0$
- b) 对于 i 从 t-2 到 0, 重复执行:
- (a) 若  $K_i = 1$ , 则  $x_3 \leftarrow x_1 Z_2$ ,  $y_3 \leftarrow x_3 x_2 Z_1$ ,  $Z_1 \leftarrow x_2 Z_1$ ,  $Z_1 \leftarrow (x_3 + Z_1)^2$ ,  $x_1 \leftarrow x_2 Z_1 + y_3$ ;
  - $x_3 \leftarrow x_2^2, y_3 \leftarrow Z_2^2, Z_2 \leftarrow x_3 y_3, x_2 \leftarrow x_3^2 + b y_3^2$
- (b) 否则  $x_3 \leftarrow x_2 Z_1$ ,  $y_3 \leftarrow x_3 x_1 Z_2$ ,  $Z_2 \leftarrow x_1 Z_2$ ,  $Z_2 \leftarrow (x_3 + Z_2)^2$ ,  $x_2 \leftarrow x Z_2 + y_3$ ;
  - $x_{3}\!\leftarrow\!\!x_{1}^{2}\,,y_{3}\!\leftarrow\!\!Z_{1}^{2}\,,Z_{1}\!\leftarrow\!\!x_{3}y_{3}\,,x_{1}\!\leftarrow\!\!x_{3}^{2}+by_{3}^{2}_{\circ}$
  - c)  $y_3 \leftarrow (xZ_1Z_2)^{-1}, x_3 \leftarrow (x_1xZ_2y_3)_{\circ}$
- $$\begin{split} \text{d)} \ \ x_1 \leftarrow & (xZ_1 + x_1) \ , x_2 \leftarrow & (xZ_2 + x_2) \ , x_1 \leftarrow & x_1 x_2 \ , x_2 \leftarrow & (x_2 + y) \ Z_1 Z_2 \ , \\ x_1 \leftarrow & x_1 + x_2 \ , x_2 \leftarrow & x + x_3 \ , y_3 \leftarrow & x_1 x_2 y_3 + y_\circ \end{split}$$
  - e)返回(x<sub>3</sub>,y<sub>3</sub>)。

算法优化后,无中间变量,可节省内存资源与耗时。令整数  $K = (k_0, k_1, \dots, k_{l-1})_2$ ,记  $l = \lceil \log_2 K \rceil$ ,整个算法共需要 GF (2<sup>m</sup>)中一次求逆、6l+10次乘法、3l+7次加法和 5l+3个平方运算。表 5 为改进 Montgomery 算法用时,表 6 为对应的二次优化后完整程序运行用时。

表 5 改进 Montgomery 点乘算法耗时

	m = 163	m = 233	m = 283	m = 409	m = 571
耗时/ms	243	582	846	1 460	3 899

		表 6	二次优化后程序执行耗时					
		m = 163	m = 233	m = 183	m = 409	m = 571		
-	耗时/s	0.982	2. 262	3.385	5.986	15.419		

#### 2.3 三次综合优化

通过优化二元域平方等算法也可有效节约程序运行耗时,以 m=163 曲线为例,在改进 Montgomery 算法中共一次点乘需二元域乘法  $161\times7+12=1$  139 次,二元域平方  $161\times5=805$  次。本节首先采用创建查找表法进行平方计算优化。传统二元域计算如图 6 所示,令二进制多项式为  $a(z)=a_{m-1}z^{m-1}+a_{m-2}z^{m-2}+\cdots+a_2z^2+a_1z+a_0$ ,则  $a(z)^2$  计算通过往 a(z)二进制表示中相邻位之间插入 0 即可。



上述方法原理是采用对应字长数值循环移位异或方式计算,此法优点是内存占用较少,但运算速度并不理想。可通过对每一字节的平方预计算,制成表T共含 $2^8$ 个16位数据,从而把8位多项式变换扩充为16位对应的多项式,查找表如表7所示。

表7 二进制平方查找

十进制	二进制	平方后二进制	十六进制
0	0	0000000000000000	0X 0
1	1	00000000000000001	0X 1
2	10	0000000000000100	0X 4
÷	÷	:	:
254	11111110	101010101010100	0X5554
255	11111111	101010101010101	0X5555

查找表 T 共 256 项,制作过程可通过观察十六进制表示寻找规律,扩展过程总是以 0、1、4、5 循环进行,具体不再详述。基于查找表的多项式平方算法如下。

算法 查找表法求多项式平方。

输入:次数低于m的多项式a(z)。

输出:  $c(z) = a(z)^2$ 。

- a)对于i从0到t-1,t为数组a的度,重复执行:
- (a) 令  $A[i] = (u_3, u_2, u_1, u_0)$ ,其中  $u_i$  是一个字节;
- $(\,\mathbf{b})\,c\big[\,2i\,\big] \!\leftarrow\! (\,T(\,u_3\,)\,\,,T(\,u_2\,)\,)\,\,,c\big[\,2i+1\,\big] \!\leftarrow\! (\,T(\,u_1\,)\,\,,T(\,u_0\,)\,)_{\,\circ}$
- b) 返回 c。

实验证明利用查找表二进制平方算法可有效降低平方算 法用时,如表8所示。

表 8 二进制平方运行用时对照

	m = 163	m = 233	m = 283	m = 409	m = 571
插入法/us	16	21	22	24	34
查表法/us	5	10	13	9	26

此外,在程序中适时地利用嵌入汇编代码优化,也可提高程序执行效率。例如,在 C\* Core 指令集中 cmpnei 命令执行效率高于 cmphs 命令,其两者功能相同,作替换后可节省程序执行时间;通过打开循环语句可减少数据压入堆栈的操作,也能较大幅度提高程序执行效率。本文在二元域乘法程序中即采

用打开二重循环语句方法进行优化。

通过查找表平方算法与代码综合优化,程序点乘算法运行效率得到了较大幅度提高,所得程序为三次优化程序。表9为三次优化后改进 Montgomery 算法点乘算法用时。

表9 三次优化后点乘算法用时

		用时/ms					
	m = 163	m = 233	m = 283	m = 409	m = 571		
改进 Montgomery	66	204	304	541	1 955		

## 3 结束语

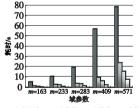
本文相关程序在  $C^*$  Core 芯片中运行,主频为 130 MHz,所得精确时间为在可编程中断定时器(PIT)获取。表 10 反映了五个不同域( $GF(2^{163})$ 、 $GF(2^{233})$ 、 $GF(2^{283})$ 、 $GF(2^{409})$ 、 $GF(2^{571})$ )下 ECC 椭圆曲线程序运行用时。

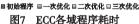
表 10 ECC 执行用时对照

	用时/s						
	m = 163	m = 233	m = 283	m = 409	m = 571		
初始程序	4.978	10.512	19.458	57. 258	78.589		
一次优化	1.165	2.639	3.944	9.623	24.034		
二次优化	0.982	2.262	3.385	5.986	15.419		
三次优化	0.268	0.801	1.222	2.226	7.768		

通过对比表中数据可知,各域下程序优化效果明显。图 7 为五个域下各程序耗时分布显示,形象地反映了初始程序及各 次优化后的耗时分布。

通过图 7 对比可知,首次优化效率最高,平均达 75% 之 多,图 8 为各域下三次优化程序优化率,其中不同曲线分别对 应三次优化,图中纵坐标为提高的效率百分比,横坐标为域,具体效率见图中标注。





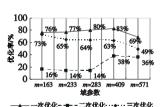


图8 ECC加密算法实现各域优化率

#### 参考文献:

- [1] 王宜怀,朱巧明,郑茳. C\* Core 与 M\* Core 的嵌入式系统[M]. 北京:清华大学出版社,2006;10-19.
- [2] 苏州国芯科技有限公司. CCM3118DQ advance information rev. 3 [R]. 2010.
- [3] 钱丹,李飞,路而红,等. 基于 C\* Core 动态内存分配方案与实现 [J]. 电子设计工程,2011,19(13):33-35.
- [4] 周玉洁,冯登国. 公开密钥密码算法及其快速实现[M]. 北京:国防工业出版社,2002:96-97.
- [5] 乔纳森·卡茨,耶胡达·林德尔. 现代密码学原理与协议[M]. 任伟,译.北京:国防工业出版社,2011:78-80.
- [6] HANKERSON D, MENEZES A, VANSTONE S. Guide to elliptic curve cryp-tography[M]. New York; Springer-Verlag, 2004;76-86.
- [7] KONHEIM A G. 计算机安全与密码学[M]. 唐明, 译. 北京: 电子工业出版社, 2010:378.