

同时考虑量化误差的网络化控制系统 鲁棒 H_∞ 完整性设计*

李 炜, 吴晰源, 赵正天, 李二超

(兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 兰州 730050)

摘 要: 针对同时存在时变时延、丢包和信息量化的参数线性不确定网络化控制系统, 在执行器失效故障和外界有限能量扰动共存的情形下, 基于状态多时延模型, 通过构造时滞且量化误差依赖的 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 给出了使不确定网络化控制系统具有鲁棒 H_∞ 完整性的判决准则和控制器的设计方法。还进一步讨论了故障网络化控制系统稳定运行的最大允许时延和最大允许量化误差, 并以此为依据对 H_∞ 性能指标进行了优化, 给出了鲁棒 H_∞ 最优容错控制器设计方法。由于模型中考虑了时延下界, 证明过程引入适当自由权矩阵变量且未进行模型转换, 使得其结果具有较少保守性。仿真结果验证了该方法的有效性。

关键词: 网络化控制系统; 时变时延; 丢包; 量化; 最大允许量化误差; 最大允许时延; H_∞ 容错控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2012)06-2120-06

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.06.031

Robust H_∞ integrity design of networked control system with quantizing error

LI Wei, WU Xi-yuan, ZHAO Zheng-tian, LI Er-chao

(College of Electrical & Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: For a class of uncertain networked control system with time-varying delay, packet dropout and quantization, taken into consideration actuator failures and finite energy disturbances, based on the model with multiple successive delays in the state, this paper gave a stability criterion for the closed-loop system with robust H_∞ integrity through constructing delay-dependent and quantizing error-dependent Lyapunov-Krasovskii functional, while also gave a method of the robust fault-tolerant H_∞ controller design. In addition, it discussed the maximum allowable delay and the maximum allowable quantizing error when the fault network control system operated stably. Based on this, it optimized H_∞ performance index and gave a method of the optimal robust fault-tolerant H_∞ controller design. The result shows that the model obtained less conservative method since the lower bound of the time-delay and appropriate free-weighting matrices being introduced, moreover without model transformation during the proof. Finally, a numerical example illustrates the effectiveness of the proposed method.

Key words: networked control systems(NCS); time-varying delay; packet dropout; quantization; maximum allowable quantizing error bound; maximum allowable delay bound; H_∞ fault-tolerant control

0 引言

随着现代工业控制系统规模和分布性的增加,借助于网络构建的闭环控制系统,即网络化控制系统(NCS)得到了广泛应用。但是由于受有限的网络资源、随机的网络负载变化及信息转换等因素影响,网络中各节点间不可避免地存在信息传输时延、数据丢包和量化误差等问题,这些不仅会降低系统控制性能,甚至会使系统失稳^[1],因此针对NCS的分析与设计已成为控制领域研究的热点^[2~7]。此外,NCS规模庞大,设备繁多,存在着众多的故障和不确定性因素,对安全性、可靠性要求很高,因而使NCS具有容错的能力变得尤为重要^[8,9]。目前,在对NCS进行容错控制研究的文献中,大多只考虑了时延和丢包对系统的影响^[10~14]。然而,在实际NCS中,由于控制节点基本都是数字处理器,加之受网络带

宽限制,信息在进入网络前必须进行量化处理,由此而产生的量化误差对系统的影响也引起了学术界的广泛关注,并在NCS的稳定性分析及综合中出现了不少成果^[15~22],但与容错控制相结合的还鲜有报道。

基于此,本文针对同时存在传输时延、数据丢包和信息量化的参数不确定线性NCS,基于状态多时延模型,在执行器失效故障和外界有限能量扰动共存的情形下,通过构造适当Lyapunov-Krasovskii泛函,推证出了使不确定NCS具有鲁棒 H_∞ 完整性的设计准则,并以求解线性矩阵不等式(LMIs)的方式给出了控制器的设计方法。此外,由于本文结果是时滞且量化误差依赖的,文中又进一步讨论了使得故障NCS稳定运行的最大允许时延、最大允许量化误差,并以此为依据对扰动抑制率 γ 进行优化,得到了最优鲁棒 H_∞ 容错控制器的设计方法。

收稿日期: 2011-11-14; **修回日期:** 2011-12-25 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(60964003);甘肃省自然科学基金资助项目(096RJZA101)

作者简介: 李炜(1963-),女,陕西西安人,教授,博导,硕士研究生,主要研究方向为工业过程先进控制、动态系统的故障诊断与容错控制(liwei@lut.cn);吴晰源(1986-),女,河北丰润人,硕士研究生,主要研究方向为故障诊断与容错控制。

1 问题描述

考虑如下线性被控对象

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t) + E\omega(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为状态向量; $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入; $z(t) \in \mathbb{R}^l$ 为系统输出; $\omega(t) \in \mathbb{R}^r$ 为有限能量的外部扰动, 且 $\omega(t) \in L_2[0, \infty)$; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$, $D \in \mathbb{R}^{l \times m}$ 和 $E \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 均为适当维数的常数矩阵; ΔA , ΔB 为范数有界的时变参数不确定性矩阵, 并且满足 $[\Delta A \ \Delta B] = HF(t)[E_1 \ E_2]$, H , E_1 和 E_2 为已知的适当维数实常数矩阵, $F(t) \in \mathbb{R}^{i \times j}$ 为未知时变实值连续矩阵函数, 其元素 Lebesgue 可测, 且满足 $F^T(t)F(t) \leq I$ (I 为单位矩阵)。

对网络和系统作如下假设: 传感器为时钟驱动, 以周期 h 对被控对象采样; 量化器、控制器和执行器均为事件驱动, 且量化器仅对状态信号进行量化; 系统状态可测, 数据采用单包传输方式且无时序错乱。NCS 的结构如图 1 所示。

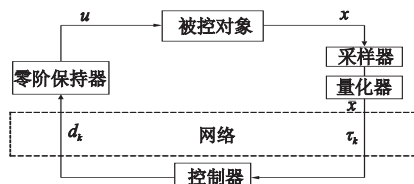


图1 NCS时延模型简化结构

系统状态信息首先在时刻 s_k ($k = 1, 2, \dots, \infty$) 被采样, 采样后的信息为 $x(s_k)$ ($k = 1, 2, \dots, \infty$) 进入量化器进行量化。

量化器定义为

$$f(\cdot) = \text{diag}\{f_1(\cdot), f_2(\cdot), \dots, f_n(\cdot)\}$$

其中: $f_j(-v) = -f_j(v)$ 。则量化后的状态信息为

$$\begin{aligned}\bar{x}(s_k) &= f(x(s_k)) = \\ &[f_1(x_1(s_k)), f_2(x_2(s_k)), \dots, f_n(x_n(s_k))]^T\end{aligned}$$

量化后的状态信息进入网络进行单包传输。由图 1 可知, 传感器到控制器的时延为 τ_k , 控制器到执行器的时延为 d_k , 因采用静态状态反馈, 故整个闭环系统的时延为 η_k ($\eta_k = \tau_k + d_k$), 其中, $\eta_m \leq \eta_k \leq \eta_M$, η_M , η_m 分别为时延上、下界。假设零阶保持器的更新瞬时刻为 t_k ($k = 1, 2, \dots, \infty$), 在区间 $[t_k, t_{k+1})$ 内丢包数为 δ_{k+1} , 且 $\delta_{k+1} \leq \bar{\delta}$, $\bar{\delta}$ 为最大丢包数, 根据文献 [12] 可得状态反馈控制器的形式为

$$u(t) = Kf(x(t - \eta_m - \eta(t))) \quad t \in [t_k, t_{k+1}) \quad (2)$$

其中: $\eta(t)$ 为时变时延, 且 $0 \leq \eta(t) \leq \kappa$, $\kappa = \eta_M - \eta_m + (\bar{\delta} + 1)h$, 包含了时延上、下界, 最大丢包数等具有时延属性的信息。

本文采用时不变的对数量化器, 即对于每一个量化器的量化级数集合为

$$\begin{aligned}\mathcal{U}_j &= \{\pm u_i^{(j)} : u_i^{(j)} = \rho_j^i u_0^{(j)}, i = \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{\pm u_0^{(j)}\} \cup \{0\} \\ 0 &< \rho_j < 1, u_0^{(j)} > 0\end{aligned}$$

每个量化级数 $u_i^{(j)}$ 对应一个片段, 量化器 $f_j(\cdot)$ 将每个片段映射为一个量化级数。这些片段构成整个实数集 $\mathbb{R}$, 即这些量化级数没有公共集并且其合集为实数集 $\mathbb{R}$ 。映射关系 $f_j(\cdot)$ 定义为

$$f_j(v) = \begin{cases} u_i^{(j)} & \text{if } v > 0 \text{ and } \frac{1}{1+\sigma_j}u_i < v \leq \frac{1}{1-\sigma_j}u_i \\ 0 & \text{if } v = 0 \\ -f_j(-v) & \text{if } v < 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中: v , u_i 分别为量化器的输入和输出; $\sigma = \frac{1-\rho}{1+\rho}$, ρ 称为量化

器 $f_j(\cdot)$ 的等效量化密度。

基于文献 [20] 提出的扇形有界方法, 可以将量化函数 $f_j(\cdot)$ 表示为

$$f_j(v) = (1 + \Lambda_j(v))v \quad |\Lambda_j(v)| \leq \sigma_j \quad (4)$$

量化误差为

$$e = f_j(v) - v = (1 + \Lambda_j(v))v - v = \Lambda_j(v)v \quad (5)$$

结合式 (4) 和 (2), 则同时考虑时变时延、丢包和量化影响, 控制器可以描述为

$$u(t) = K(I + \Lambda)x(t - \eta_m - \eta(t)) \quad t \in [t_k, t_{k+1}) \quad (6)$$

其中: $\Lambda = \{\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_n\}$, $|\Lambda_j| \leq \sigma_j$ ($j = 1, 2, \dots, n$)。

将式 (6) 代入式 (1), 得到网络闭环控制系统为

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)K(I + \Lambda) \times \\ &\quad x(t - \eta_m - \eta(t)) + E\omega(t) \\ z(t) &= Cx(t) + DK(I + \Lambda)x(t - \eta_m - \eta(t))\end{aligned} \quad (7)$$

考虑执行器可能发生的失效故障, 引入开关矩阵 L , 并把它放在输入矩阵和反馈增益矩阵之间, 其形式为 $L = \text{diag}\{l_1, l_2, \dots, l_m\}$, 其中

$$l_i = \begin{cases} 1 & \text{第 } i \text{ 个执行器正常} \\ 0 & \text{第 } i \text{ 个执行器失效} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$L \in \Omega$, Ω 为执行器开关矩阵 L 对角元素取 0 或 1 的各种组合的对角阵集合 ($L = 0$ 除外), 表示所有可能的执行器失效故障模式的集合。则网络化闭环故障系统 (networked closed-loop fault system, NCFS) 为

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)LK \times \\ &\quad (I + \Lambda)x(t - \eta_m - \eta(t)) + E\omega(t) \\ z(t) &= Cx(t) + DK(I + \Lambda)x(t - \eta_m - \eta(t))\end{aligned} \quad (8)$$

针对执行器失效故障, 鲁棒 H_∞ 完整性的设计目标为: 寻求状态反馈增益 K 使得系统式 (8) 满足如下条件:

- 对所有允许的不确定性, 闭环控制系统渐近稳定 ($\omega(t) = 0$);
- 在零初始条件下, 闭环控制系统满足 H_∞ 性能, 即 $\|z(t)\|_2 < \gamma \|\omega(t)\|_2$, 其中, $\omega(t) \in L_2[0, \infty)$, $\gamma > 0$ 。

2 主要结果

2.1 引理

引理 1 [10] 设 Σ_1 , Σ_2 和 Σ_3 是具有适当维数的矩阵, 且 Σ_1 是对称的矩阵, 对所有的 F 满足 $F^T F \leq I$, 则 $\Sigma_1 + \Sigma_2 F \Sigma_3 + \Sigma_3^T F^T \Sigma_2^T < 0$, 当且仅当存在标量 $\varepsilon > 0$, 使得下式成立。

$$\Sigma_1 + \varepsilon^{-1} \Sigma_1^T \Sigma_3 + \varepsilon \Sigma_2 \Sigma_2^T < 0$$

引理 2 [15] 给定以下三个具有适当维数的矩阵 Σ_1 , Σ_2 和 Σ_3 , 并且 $\Sigma_1^T = \Sigma_1$, 如果对于矩阵 $W > 0$, $\Sigma_1 + \Sigma_3 W^{-1} \Sigma_3^T + \Sigma_2^T W \Sigma_2 < 0$ 成立, 则下式成立。

$$\Sigma_1 + \Sigma_3 \Sigma_2 + \Sigma_2^T \Sigma_3^T < 0$$

2.2 不确定 NCS 鲁棒 H_∞ 完整性设计

定理 1 考虑 NCFS 式 (8), 对于任意可能的执行器失效故障模式 $L \in \Omega$ 和可接受的系统参数不确定性, 给定常数 η_m , η_M , $\bar{\delta}$, ρ 以及 $\gamma > 0$, 若存在正定对称矩阵 P_1 , P_2 , M , W , Z_1 , Z_2 , 半正定矩阵对称矩阵 Q , R , 矩阵 X , Y , U , S 及标量 ε_1 , ε_2 , ε_3 使得

$$\Omega_0 = \begin{bmatrix} \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_2^T + \Omega_3 + \Omega_4 + \Omega_5 & \Omega_6 \\ \Omega_6^T & \Omega_7 \end{bmatrix} \quad (9)$$

成立, 则存在状态反馈律式 (6) 使不确定 NCFS 式 (8) 渐近稳定, 且扰动抑制率为 γ , 也即对执行器失效故障系统式 (8) 具有

鲁棒 H_∞ 完整性。其中

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & 0 & \Omega_{12} & 0 & \Omega_{13} \\ * & -Q & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -R & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_{11} = Q + R + \frac{1}{2}(P_1 + P_2)(A + \Delta A) + \frac{1}{2}(A + \Delta A)^T(P_1 + P_2) +$$

$$\frac{\Lambda}{2\sigma}(P_2 - P_1)(A + \Delta A) + \frac{1}{2\sigma}(A + \Delta A)^T(P_2 - P_1)\Lambda$$

$$\Omega_{12} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)(B + \Delta B)LK(I + \Lambda) +$$

$$\frac{\Lambda}{2\sigma}(P_2 - P_1)(B + \Delta B)LK(I + \Lambda)$$

$$\Omega_{13} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)E + \frac{1}{2\sigma}\Lambda(P_2 - P_1)E$$

$$\Omega_2 = [X + S \quad Y - X \quad U - Y \quad -U - S \quad 0]$$

$$\Omega_3 = \Omega_{31}^T(\eta_m Z_1 + \kappa Z_2 + vM)\Omega_{31}$$

$$\Omega_{31} = [A + \Delta A \quad 0 \quad (B + \Delta B)LK(I + \Lambda) \quad 0 \quad E]$$

$$\Omega_4 = \begin{bmatrix} C^T \\ 0 \\ (I + \Lambda)^T K^T D^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & 0 & DK(I + \Lambda) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_5 = \text{diag}\{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\gamma^2 I\}$$

$$\Omega_6 = [X \quad Y \quad U \quad S]$$

$$\Omega_7 = \text{diag}\{-\eta_m^{-1}Z_1, -\kappa^{-1}Z_2, -v^{-1}Z_2, -v^{-1}M\}$$

$$v = \eta_m + \kappa$$

证明 构造如下时滞依赖且量化误差依赖的 Lyapunov-Krasovskii 泛函为

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t)$$

$$V_1(t) = x^T(t)P(\Lambda)x(t)$$

$$P(\Lambda) = \frac{\sigma - \Lambda}{2\sigma}P_1 + \frac{\sigma + \Lambda}{2\sigma}P_2$$

$$V_2(t) = \int_{t-\eta_m}^t x^T(s)Qx(s)ds$$

$$V_3(t) = \int_{t-v}^t x^T(s)Rx(s)ds$$

$$V_4(t) = \int_{-\eta_m}^0 \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(t+\alpha)Z_1\dot{x}(t+\alpha)d\alpha d\beta +$$

$$\int_{-\eta_m}^0 \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(t+\alpha)Z_2\dot{x}(t+\alpha)d\alpha d\beta +$$

$$\int_{-v}^0 \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(t+\alpha)M\dot{x}(t+\alpha)d\alpha d\beta$$

其中: P_1 、 P_2 、 M 、 Z_1 、 Z_2 为正定对称矩阵, Q 、 R 为半正定对称矩阵, v 为总时延 $\eta_m + \eta(t)$ 的上界。

将 $V(t)$ 沿式(8)的任意轨线对时间 t 求导可得

$$\dot{V}_1(t) = 2x^T(t) \left[\frac{1}{2}P_1(A + \Delta A) - \frac{\Lambda}{2\sigma}P_1(A + \Delta A) + \right.$$

$$\left. \frac{1}{2}P_2(A + \Delta A) + \frac{\Lambda}{2\sigma}P_2(A + \Delta A) \right] x(t) +$$

$$2x^T(t) \left[\frac{1}{2}P_1(B + \Delta B)LK(I + \Lambda) - \right.$$

$$\left. \frac{\Lambda}{2\sigma}P_1(B + \Delta B)LK(I + \Lambda) + \right.$$

$$\left. \frac{1}{2}P_2(B + \Delta B)LK(I + \Lambda) + \right.$$

$$\left. \frac{\Lambda}{2\sigma}P_2(B + \Delta B)LK(I + \Lambda) \right] x(t - \eta_m - \eta(t)) +$$

$$2x^T(t) \left[\frac{1}{2}(P_1 + P_2)E + \frac{\Lambda}{2\sigma}(P_2 - P_1)E \right] \omega(t)$$

$$\dot{V}_2(t) = x^T(t)Qx(t) - x^T(t - \eta_m)Qx(t - \eta_m)$$

$$\dot{V}_3(t) = x^T(t)Rx(t) - x^T(t - v)Rx(t - v)$$

$$\dot{V}_4(t) = \dot{x}^T(t)(\eta_m Z_1 + \kappa Z_2 + vM)\dot{x}(t) - \int_{t-\eta_m}^t \dot{x}^T(\alpha)Z_1\dot{x}(\alpha)d\alpha -$$

$$\int_{t-v}^{t-\eta_m} \dot{x}^T(\alpha)Z_2\dot{x}(\alpha)d\alpha - \int_{t-v}^t \dot{x}^T(\alpha)M\dot{x}(\alpha)d\alpha =$$

$$\dot{x}^T(t)(\eta_m Z_1 + \kappa Z_2 + vM)\dot{x}(t) - \int_{t-\eta_m}^t \dot{x}^T(\alpha)Z_1\dot{x}(\alpha)d\alpha -$$

$$\int_{t-v}^{t-\eta_m-\eta(t)} \dot{x}^T(\alpha)Z_2\dot{x}(\alpha)d\alpha - \int_{t-\eta_m-\eta(t)}^{t-\eta_m} \dot{x}^T(\alpha)Z_2\dot{x}(\alpha)d\alpha -$$

$$\int_{t-v}^t \dot{x}^T(\alpha)M\dot{x}(\alpha)d\alpha$$

$$\text{令 } \varepsilon^T(t) = [x^T(t) \quad x^T(t - \eta_m) \quad x^T(t - \eta_m - \eta(t)) \quad x^T(t - v) \quad \omega^T(t)]$$

根据 Newton-Leibniz 公式, 对于任意适当维数的矩阵 X 、 Y 、 U 、 S 有

$$2\theta_1 = 2\varepsilon^T(t)X[x(t) - x(t - \eta_m) - \int_{t-\eta_m}^t \dot{x}(\alpha)d\alpha]$$

$$2\theta_2 = 2\varepsilon^T(t)Y[x(t - \eta_m) - x(t - \eta_m - \eta(t)) -$$

$$\int_{t-\eta_m-\eta(t)}^{t-\eta_m} \dot{x}(\alpha)d\alpha]$$

$$2\theta_3 = 2\varepsilon^T(t)U[x(t - \eta_m - \eta(t)) - x(t - v) -$$

$$\int_{t-v}^{t-\eta_m-\eta(t)} \dot{x}(\alpha)d\alpha]$$

$$2\theta_4 = 2\varepsilon^T(t)S[x(t) - x(t - v) - \int_{t-v}^t \dot{x}(\alpha)d\alpha]$$

再由关系式

$$-2\gamma(t)N \int_{t-\eta_1(t)}^t \dot{x}(s)ds \leq \eta_1 \gamma^T(t)NR^{-1}N^T \gamma(t) +$$

$$\int_{t-\eta_1}^t \dot{x}^T(s)R\dot{x}(s)ds$$

可以将 $\dot{V}(t)$ 写为

$$\dot{V}(t) = \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) + \dot{V}_4(t) + 2(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

则有

$$\dot{V}(t) + z^T(t)z(t) - \gamma^2 \omega^T(t)\omega(t) \leq$$

$$2x^T(t) \left[\frac{1}{2}(P_1 + P_2)(A + \Delta A) + \frac{\Lambda}{2\sigma}(P_2 - P_1)(A + \Delta A) \right] x(t) +$$

$$2x^T(t) \left[\frac{1}{2}(P_1 + P_2)(B + \Delta B)LK(I + \Lambda) + \right.$$

$$\left. \frac{\Lambda}{2\sigma}(P_2 - P_1)(B + \Delta B)LK(I + \Lambda) \right] x(t - \eta_m - \eta(t)) +$$

$$2x^T(t) \left[\frac{1}{2}(P_1 + P_2)E \right] \omega(t) + 2x^T(t) \left[\frac{\Lambda}{2\sigma}(P_2 - P_1)E \right] \omega(t) +$$

$$x^T(t)(Q + R)x(t) - x^T(t - \eta_m)Qx(t - \eta_m) -$$

$$x^T(t - v)Rx(t - v) + \dot{x}^T(t)(\eta_m Z_1 + \kappa Z_2 + vM)\dot{x}(t) +$$

$$2\varepsilon^T(t)(X + S)x(t) + 2\varepsilon^T(t)(Y - X)x(t - \eta_m) +$$

$$2\varepsilon^T(t)(U - Y)x(t - \eta_m - \eta(t)) +$$

$$2\varepsilon^T(t)(-U - S)x(t - v) + \varepsilon^T(t)(\eta_m XZ_1^{-1}X^T + \kappa YZ_2^{-1}Y^T +$$

$$vUZ_2^{-1}U^T + vSM^{-1}S^T)\varepsilon(t) + x^T(t)C^TCx(t) +$$

$$x^T(t)C^TDK(I + \Lambda)x(t - \eta_m - \eta(t)) +$$

$$x^T(t - \eta_m - \eta(t))(I + \Lambda)^TD^TK^TCx(t) +$$

$$x^T(t - \eta_m - \eta(t))(I + \Lambda)^TD^TK^TDK(I + \Lambda)x(t - \eta_m - \eta(t)) -$$

$$\gamma^2 \omega^T(t)\omega(t)$$

$$\text{即 } \dot{V}(t) + z^T(t)z(t) - \gamma^2 \omega^T(t)\omega(t) \leq \varepsilon^T(t)\Omega_0\varepsilon(t)。$$

根据式(9)可得

$$\dot{V}(t) + z^T(t)z(t) - \gamma^2 \omega^T(t)\omega(t) < 0 \quad (10)$$

对于 $\omega(t) = 0$, 显然 $\dot{V}(t) < 0$, 闭环故障系统式(8)渐近稳定。

对于任意非零有限能量扰动 $\omega(t) \in L_2[0, \infty)$, 对式(10)

从 t_k 到 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 两边积分, 可得

$$V(t) - V(t_k) < -\int_{t_k}^t z^T z dt + \int_{t_k}^t \gamma^2 \omega^T \omega dt$$

由于 $V(t)$ 在 $t \in [t_0, \infty)$ 内连续, 则

$$V(t) - V(t_0) < -\int_{t_0}^t z^T z dt + \int_{t_0}^t \gamma^2 \omega^T \omega dt$$

在零初始条件下, 若 $t \rightarrow \infty$, 则有 $\|z\|_2 < \gamma \|\omega\|_2$, 即闭环故障系统式(8)具有 γ 扰动抑制性能。

注 1 定理 1 中不仅包含了时延和丢包的信息, 还包含了量化误差, 所得结果是时延、丢包及量化误差共同依赖的。

注 2 由于采用了有时延下界的多时延模型, 证明中未进

$$\begin{bmatrix}
\Xi_1 & \Xi_3 & \Xi_4 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\Xi_2 & 0 & \Xi_2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{1}{2\sigma}(P_2 - P_1)H & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\sigma}(P_2 - P_1)H & 0 \\
0 & 0 & 0 & K^T L^T E_2^T & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K^T L^T E_2^T \\
-\varepsilon_1^{-1}I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & * & -\varepsilon_2^{-1}I & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & -\varepsilon_2 I & 0 & 0 \\
* & * & * & * & -\varepsilon_3^{-1}I & 0 \\
* & * & * & * & * & -\varepsilon_3 I
\end{bmatrix}
\quad (12)$$

其中:

$$\begin{aligned}
\bar{\Omega}_1 &= \begin{bmatrix} \bar{\Theta}_1 & 0 & \bar{\Theta}_2 & 0 & \bar{\Theta}_3 \\ * & -Q & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 2\bar{\Lambda}^2 W & 0 & 0 \\ * & * & * & -R & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} \\
\bar{\Theta}_1 &= Q + R + \frac{1}{2}(P_1 + P_2)A + \frac{1}{2}A^T(P_1 + P_2)^T + \bar{\Lambda}^2 W \\
\bar{\Theta}_2 &= \frac{1}{2}(P_1 + P_2)BLK \\
\bar{\Theta}_3 &= \frac{1}{2}(P_1 + P_2)E \\
\bar{\Omega}_8 &= \begin{bmatrix} A^T Z_1 & A^T Z_2 & A^T M \\ 0 & 0 & 0 \\ K^T L^T B^T Z_1 & K^T L^T B^T Z_2 & K^T L^T B^T M \\ 0 & 0 & 0 \\ E^T Z_1 & E^T Z_2 & E^T M \end{bmatrix} \\
\bar{\Omega}_{11} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2\sigma}A^T(P_2 - P_1) \\ 0 \\ \frac{1}{2\sigma}K^T L^T B^T(P_2 - P_1) \\ 0 \\ \frac{1}{2\sigma}E^T(P_2 - P_1) \end{bmatrix} \\
\bar{\Omega}_{12} &= \left[\frac{1}{2}K^T L^T B^T(P_1 + P_2) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]^T \\
\bar{\Omega}_{13} &= \begin{bmatrix} Z_1^T BLK \\ Z_2^T BLK \\ M^T BLK \end{bmatrix} \\
\bar{\Omega}_{14} &= \frac{1}{2\sigma}(P_2 - P_1)BLK \\
\bar{\Xi}_1 &= \left[\frac{1}{2}H^T(P_1 + P_2)^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]^T \\
\bar{\Xi}_2 &= [H^T Z_1 \quad H^T Z_2 \quad H^T M]^T \\
\bar{\Xi}_3 &= [E_1 \quad 0 \quad E_2 KL \quad 0 \quad 0]^T \\
\bar{\Xi}_4 &= \left[\frac{1}{2}H^T(P_1 + P_2)^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]^T
\end{aligned}$$

令 $P_2 = nP_1$, n 为常数, $n \neq 0$ 且 $n \neq 1$ 。用 $P = \text{diag}\{P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, I, I, I, I\}$ 对式(12)进行合同变换, 其中

$$\begin{aligned}
P_{11} &= P_{12} = \text{diag}\{P_1^{-1} \quad P_1^{-1} \quad P_1^{-1} \quad P_1^{-1}\} \\
P_{13} &= \text{diag}\{Z_1^{-1} \quad Z_2^{-1} \quad M^{-1}\} \\
P_{14} &= \text{diag}\{P_1^{-1} \quad P_1^{-1} \quad P_1^{-1}\}
\end{aligned}$$

再令

$$\begin{aligned}
\bar{P} &= P_1^{-1}, \bar{M} = M^{-1}, \bar{Z} = Z_1^{-1}, \bar{Z}_2 = Z_2^{-1}, \bar{K} = KP_1^{-1}, \\
\bar{R} &= P_1^{-1}RP_1^{-1}, \bar{Q} = P_1^{-1}QP_1^{-1}, [\bar{X} \quad \bar{Y} \quad \bar{U} \quad \bar{S}] = \\
&P_{12}[X \quad Y \quad U \quad S]P_{12}
\end{aligned}$$

注意到 Z_1, Z_2, M, W 是正定对称矩阵, 故有

$$\begin{aligned}
-\bar{PZ}_1^{-1}\bar{P} &\leq \bar{Z}_1 - 2\bar{P} \quad i=1, 2 \\
-\bar{PM}^{-1}\bar{P} &\leq \bar{M} - 2\bar{P} \\
-\bar{PW}^{-1}\bar{P} &\leq \bar{W} - 2\bar{P}
\end{aligned}$$

可将非线性项 $-\bar{PZ}_1^{-1}\bar{P}$, $-\bar{PZ}_2^{-1}\bar{P}$, $-\bar{PM}^{-1}\bar{P}$ 和 $-\bar{PW}^{-1}\bar{P}$ 分别用 $\bar{Z}_1 - 2\bar{P}$, $\bar{Z}_2 - 2\bar{P}$, $\bar{M} - 2\bar{P}$ 和 $\bar{W} - 2\bar{P}$ 代替。则有式(11)成立, 定理 2 得证。

注 3 当系统量化误差可忽略不计, 则定理 1、2 退化为文献[12]中的情形。

3 控制器的优化设计及相关问题讨论

定理 2 中的结果是时延和量化误差依赖的, 其可行解的存在与否, 与所依赖的时延和量化误差条件及给定的 H_∞ 性能指标有着密切关系。因此, 有必要对 NCFS 式(8)稳定运行的最大允许时延、最大允许量化误差及扰动抑制率 γ 的优化等问题进行进一步的讨论分析。

3.1 最大允许时延 $\kappa_{\max}$

通常当 NCS 构建完成后, 时延下界 η_m 及量化误差 σ 可确定, 选取系统期望的 H_∞ 性能指标 γ , 结合定理 2, 利用算法 1 可得到 NCFS 式(8)稳定运行时的最大允许时延 $\kappa_{\max}$ 。

算法 1 步骤:

a) 定义 $x = \kappa$, 选择目标函数为 $f(x) = t_{\min}$, 即 $t_{\min}$ 是关于时变时延上界 κ 的函数。

b) 设定搜索步长为 κ_{step} , x 的初始值为 x_0 , 令 $x_0 = x$ 并通过 LMI 工具箱的 feasp 求解器得到 $f(x)$ 的值。

c) 判定 $f(x)$, 若 $f(x) < 0$, 则 $x = x + \kappa_{\text{step}}$, 返回 b); 否则跳出循环, 程序终止。得到最大允许时延为 $\kappa_{\max} = x - \kappa_{\text{step}}$ 。

3.2 最大允许量化误差 $\sigma_{\max}$

时延下界 η_m 和 H_∞ 性能指标 γ 如上所述, 选取时变时延上界 $\kappa, \kappa \leq \kappa_{\max}$, $\kappa_{\max}$ 在 3.1 节中求得。结合定理 2 和算法 1, 即可得到与最大允许时延上界 $\kappa_{\max}$ 相容的量化误差最小上界, 即能够使 NCFS 式(8)稳定运行的最大允许量化误差 $\sigma_{\max}$, 又根据 $\sigma = \frac{1-\rho}{1+\rho}$ 可得到相应的最小等效量化密度 $\rho_{\min}$ 。

3.3 扰动抑制率 γ 的优化及最优控制器设计

当系统时延下界 η_m 、时变时延上界 κ 及量化误差 σ 均已知, 且满足 $\kappa \leq \kappa_{\max}, \sigma \leq \sigma_{\max}$, 则该系统可通过下述方法对于 γ 进行优化

$$\begin{aligned}
&\min_{\delta, \eta_m, \kappa, \rho} \gamma \\
&\text{s. t. } (10) \bar{P} > 0, \bar{R} > 0, \bar{Q} > 0, \bar{Z}_1 > 0, \bar{Z}_2 > 0, \\
&\bar{M} > 0, \bar{W} > 0, \bar{X} \geq 0, \bar{Y} \geq 0, \bar{U} \geq 0, \bar{S} \geq 0
\end{aligned} \quad (13)$$

其中: $\gamma^2 = \gamma$ 。利用该优化问题的最优解, 再结合定理 2 可以得到 NCFS 式(8)的最优鲁棒 H_∞ 完整性控制器, 其最小扰动抑制率为 $\gamma^* = \sqrt{\gamma}$ 。

注 4 分析最大允许时延 $\kappa_{\max}$ 和最大允许量化误差 $\sigma_{\max}$ 对

NCS 容错设计的优点有:a)在确保系统不失稳的前提下,可根据最大允许时延 $\kappa_{\max}$ 和最大允许量化误差 $\sigma_{\max}$ 进行 NCS 的优化调度控制,使数据信息更合理、有效地分享通信信道,或降低量化器的位数,从而节约网络资源;b)可据此分析结果保守性的大小,进而了解系统容错满意度优化的潜在空间,较少的保守性对提高 NCS 容错的满意度是有益的。

4 仿真算例研究

为验证本文方法的有效性,采用如下算例。系统描述如下

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0.18 \\ 0.12 & -0.2 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 0.15 & 0.25 \\ 0.16 & 0.8 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} & D &= \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix} \\ H &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} & E_1 &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \\ E_2 &= \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix} & F(t) &= \begin{bmatrix} \sin t & 0 \\ 0 & \cos t \end{bmatrix} \\ E^T &= [-0.1 & 0.1]^T \end{aligned}$$

假设扰动信号为

$$\omega(t) = \begin{cases} \cos(2\pi t) \exp(-0.2t) & 5 \leq t \leq 15 \text{ s} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

其中:系统矩阵 A 的特征值分别为0.16和-0.26,即开环系统不稳定。

4.1 最大允许时延与最大允许量化误差的讨论

若给定 NCFS 式(8)的 H_∞ 性能指标 $\gamma=0.9$,当系统的量化误差 $\sigma=0.0526$ 时,根据3.1节和算法1可得到不同时延下界 η_m 时 NCFS 式(8)稳定运行所对应的最大允许时延 $\kappa_{\max}$,详见表1。

表1 $\sigma=0.0526$ 的最大允许时延 $\kappa_{\max}$

最大允许时延	η_m/s			
	0.05	0.1	0.2	0.3
$\kappa_{\max}/\text{s}$	0.791 9	0.742 0	0.642 1	0.542 4

由表1可知,当量化误差一定时,随着时延下界 η_m 的增加,系统的最大允许时延 $\kappa_{\max}$ 以及最大允许时延区间(即 $\kappa_{\max}$ 与 η_m 之差)均在减小。这说明在实际 NCS 中,较小的时延下界可以提供更为宽裕的网络调度和容错满意度优化空间。

在 $\eta_m=0.1$ s 的情形下,选取时变时延上界 $\kappa, \kappa \leq \kappa_{\max}$,结合3.2节和算法1可得到使 NCFS 式(8)稳定运行的最大允许量化误差 $\sigma_{\max}$ 及其相应的最小等效量化密度 $\rho_{\min}$,详见表2。

表2 $\eta_m=0.1$ s 的最大允许量化误差 $\sigma_{\max}$ 和最小等效量化密度

结果项	κ/s				
	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
$\sigma_{\max}$	0.200 7	0.169 7	0.138 4	0.106 5	0.071 9
$\rho_{\min}$	0.665 7	0.709 8	0.756 9	0.780 4	0.865 8

由表2可知,当时延下界 η_m 一定时,随时延上界 κ 的增加,系统允许的最大量化误差 $\sigma_{\max}$ 变小。这说明在实际 NCS 中,需要增加量化器的位数与之相匹配,而由此又会使更多的数据信息进入带宽有限的网络中传输,造成信息拥塞,使 NCS 产生更大的时延下界,对 NCFS 式(8)的性能产生不利影响。

综合表1、2可知,系统时延下界 η_m 与最大允许时延 $\kappa_{\max}$ 及最大允许量化误差 $\sigma_{\max}$ 之间相互制约,因此在对 NCS 基于 QoS 进行优化调度控制时需要特别注意。

4.2 鲁棒 H_∞ 容错次优控制器设计

取系统的初始状态为 $x(0) = [1 \ 1]^T$,若限定 H_∞ 性能指

标 $\gamma=0.9$,不妨设采样周期 $h=0.1$ s,最大丢包数目 $\bar{\delta}=2$,时延下界 $\eta_m=0.1$ s,选取系统时变时延 $\eta(t)=0.1\text{random}(0 \sim 2)+0.4|\sin t|$,由前述分析有时变时延 $\eta(t)$ 的上界 κ 和总时延上界 v 分别为0.6 s和0.7 s。选取量化器的等效量化密度 $\rho=0.9$,根据 $\sigma=\frac{1-\rho}{1+\rho}$ 得到量化误差 $\sigma=0.0526$ 。

针对执行器发生失效故障的情形,其中: $L_0 = \text{diag}\{1, 1\}$ 、 $L_1 = \text{diag}\{1, 0\}$ 和 $L_2 = \text{diag}\{0, 1\}$ 分别表示执行器正常、执行器1和2发生完全失效故障。引入状态反馈律式(6),由定理2可得状态反馈控制增益矩阵为

$$K = \begin{bmatrix} -1.2478 & -0.5908 \\ -0.4669 & -0.2476 \end{bmatrix}$$

采用该控制器进行仿真,NCS在执行器正常及不同故障模式下的状态响应曲线如图2、3所示。

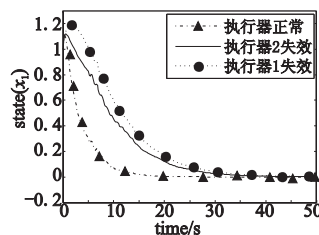


图2 $x_1(t)$ 的状态响应

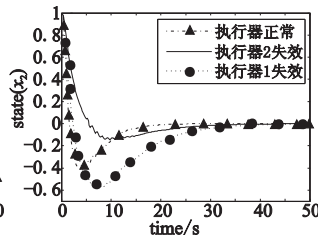


图3 $x_2(t)$ 的状态响应

由仿真结果可以看出,在执行器发生失效故障时,即使存在外界扰动,NCFS 式(8)不仅保持渐近稳定,而且可有效抑制外部有限能量扰动对系统的影响。说明文中所述方法对于具有时延、丢包和量化影响的不确定,NCS 在执行器发生失效故障时具有鲁棒 H_∞ 完整性。

4.3 鲁棒 H_∞ 容错最优控制器设计

对照表1和2中的阴影部分可以看出,当 $\eta_m=0.1$ s 时,4.2节中给定的 $\kappa=0.6$ 和 $\sigma=0.0526$ 均未达到 NCFS 式(8)所允许的最大时延上界 $\kappa_{\max}=0.7420$ 和最大量化误差上界 $\sigma_{\max}=0.1065$,即存在系统容错满意度的优化空间,因此可对该系统的 H_∞ 性能指标 γ 进行进一步优化。

通过求解式(13)对 γ 寻优,可以获得执行器失效故障情形下的扰动抑制最优性能指标为 $\gamma^*=0.4047$,将该 γ^* 代入式(11),又可得 NCFS 式(8)的最优鲁棒 H_∞ 容错控制器增益矩阵为

$$K_{\text{opt}} = \begin{bmatrix} -1.3630 & -0.6473 \\ -0.4944 & -0.2543 \end{bmatrix}$$

5 结束语

本文针对参数不确定 NCS,综合考虑网络传输时延、数据丢包及量化误差对系统的影响,研究了外界有限能量扰动和执行器失效故障共存情形下的不确定 NCS 的鲁棒 H_∞ 容错控制问题。由于文中采用了多时延模型,构造的 Lyapunov-Krasovskii 泛函是时滞且量化误差依赖的,证明中又未进行模型转换,并引入了较多自由权矩阵,故而结果具有较少保守性。此外,还对系统最大允许时延 $\kappa_{\max}$ 和最大允许量化误差 $\sigma_{\max}$ 进行了讨论分析,并在其允许范围内对扰动抑制率 γ 进行优化,得到了鲁棒 H_∞ 容错最优控制器的设计方法。仿真结果验证了本文方法的有效性。

参考文献:

- [1] FANG Hua-jing, YE Hao, ZHONG Mai-ying. Fault diagnosis of networked control systems[J]. Annual Reviews in Control, 2007, 31(1): 55-68.

(下转第2134页)

(上接第 2125 页)

- [2] ZHANG Wei, BRANICKY M, PHILLIPS S. Stability of networked control systems [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 84-99.
- [3] WALSH G C, YE H, BUSHNELL L G. Stability analysis of networked control systems [J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2002, 10(3): 438-446.
- [4] HESPANHA J P, NAGHSHTABRIZI P, XU Y. A survey of recent results in networked control systems [J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 138-162.
- [5] 陈青, 吴敏. 具有网络丢包和时延的网络控制系统设计 [J]. 控制与决策, 2011, 26(2): 293-296.
- [6] SHI Yang, YU Bo. Robust mixed H_2/H_∞ control of networked control systems with random time delays in both forward and backward communication links [J]. Automatica, 2011, 47(4): 754-760.
- [7] CHEN Wu-hua, ZHENG Wei-xing. Input-to-state stability for networked control systems via an improved impulsive system approach [J]. Automatica, 2011, 47(4): 789-796.
- [8] PATTON R J, KAMBHAMPATI C, CASAVOLA A, *et al.* Fault-tolerance as a key requirement for the control of modern systems [J]. The International Federation of Automatic Control, 2006, 6(1): 26-36.
- [9] HUO Zhi-hong, FANG Hua-jing. Research on robust fault-tolerant control for networked control system with packet dropout [J]. Journal of System Engineering and Electronics, 2007, 18(1): 76-82.
- [10] 郭一楠, 张芹英, 巩敦卫, 等. 一类时变时延网络控制系统的鲁棒容错控制 [J]. 控制与决策, 2008, 23(6): 689-692.
- [11] 谢德晓, 张登峰, 黄鹤, 等. 一类不确定网络控制系统的鲁棒容错控制 [J]. 信息与控制, 2010, 39(4): 472-478.
- [12] 李炜, 王艳飞. 基于状态多时延模型的 NCS 鲁棒 H_∞ 容错控制 [J]. 系统仿真学报, 2011, 23(12): 2647-2653.
- [13] 朱灵波, 戴冠中, 康军. 具有传感器故障的网络控制系统保性能可靠控制 [J]. 控制与决策, 2009, 24(7): 1050-1058.
- [14] 李炜, 曹慧超. 区间快变时延 NCS 鲁棒 H_∞ 保性能容错控制 [J]. 华中科技大学学报, 2011, 39(3): 105-110.
- [15] GAO Hu-jun, CHEN Tong-wen, JAMES L. A new delay system approach to network-based control [J]. Automatica, 2008, 44(1): 39-52.
- [16] 戴建国, 崔宝同. 状态量化的非线性网络化控制系统的 H_∞ 控制 [J]. 控制与决策, 2011, 26(1): 65-70.
- [17] JIANG Chong, ZHANG Qing-ling, CAI Min. H_∞ control of networked control systems with state quantization [J]. International Journal of Systems Science, 2011, 42(6): 959-966.
- [18] GAO Hui-jun, CHEN Tong-wen. A new approach to quantized feedback control systems [J]. Automatica, 2008, 44(1): 534-542.
- [19] XIAO Nan, XIE Li-hua, FU Min-yue. Stabilization of Markov jump linear systems using quantized state feedback [J]. Automatica, 2010, 46(10): 1696-1702.
- [20] FU Min-yue, XIE Li-hua. The sector bound approach to quantized feedback control [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(11): 1698-1711.
- [21] 于水情, 李俊民. 变采样周期网络控制系统的量化状态反馈控制 [J]. 北京理工大学学报, 2011, 31(7): 814-817.
- [22] CLOOSTERMAN M B G, HETEL L, HEEMELS W P M H, *et al.* Controller synthesis for networked control systems [J]. Automatica, 2010, 46(10): 1584-1594.
- [23] HE Yong, WU Min, SHE Jin-hua, *et al.* Delay-dependent robust stability criteria for uncertain neutral systems with mixed delays [J]. Systems Control Letters, 2004, 51(1): 57-65.